Prozhefa.com

$$I_۲ = -\int_{۰}^{\eta} \frac{f_۲(\eta)\,d\eta}{۱ - Q_r^۲ f_۱(\eta)} = I_۲(Q_r, \eta)$$

توابع $I_۱$ و $I_۲$ که توابع کیفر وچو نامیده می‌شوند می‌توانند از جدول ضمیمه، در انتهای این فصل به‌دست آیند.

با توجه به معلوم بودن Q_r می‌توان با انتخاب η های مختلف مقدار $I_۱$ و $I_۲$ را از جدول ضمیمه پیدا و نهایتاً از تفاضل دو مقدار محاسبه شده $x_۲$ و $x_۱$، فاصلهٔ طولی بین دو عمق انتخابی را تعیین نمود. در هنگام ترسیم نیمرخ سطح آب توصیه می‌شود که مقادیر η به گونه‌ای انتخاب شوند که مقادیر $I_۱$ و $I_۲$ مستقیماً از جداول به‌دست آیند در غیراین‌صورت نیاز به یک میان‌یابی دوطرفه پیش می‌آید که جواب حاصل را دچار تقریب خواهد نمود. باید در نظر داشت که میان‌یابی نباید خطوط پررنگ در جداول کیفر وچو را قطع نماید (این وضعیت درحالت میل به سمت عمق نرمال پیش می‌آید). نکتهٔ حایز اهمیت دیگر در استفاده از جداول ضمیمه کیفر وچو در این است که در این جداول در محاسبهٔ $I_۲$ مقدار $g = ۳۲٫۲\text{ft/s}^۲$ درتابع $I_۲$ (Q_r و η) ملحوظ شده است. لذا در صورتی که مطابق محاسبات ارائه شده در استخراج رابطهٔ ۶-۶۱، مقدار g در عبارت $\frac{\alpha Q^۲}{g d_۰^۵}$ منظور شود، جهت رسیدن به مقدار بدون بعد $I_۲$ کافی است اعداد جدول در مقدار ۳۲٫۲ ضرب شوند. توجه به مثال زیر نحوهٔ تعیین $I_۱$ و $I_۲$ را مشخص می‌کند.

مثال ۶-۱۱

یک کانال دایروی بتنی به قطر ۲٫۰m، ضریب زبری مانینگ ۰٫۰۱۵ و شیب طولی ۰٫۰۰۱، دبی ۲٫۹۲ مترمکعب در ثانیه را انتقال می‌دهد. اگر جریان به یک شیب‌شکن ختم شود، نیمرخ سطح آب را محاسبه نمایید ($\alpha = ۱$).

حل:

در ابتدا مقادیر Q_f ، y_c و $y_۰$ تعیین می‌شوند:

$$Q_f = \frac{۱}{۰٫۰۱۵}\left(\frac{\pi ۲^۲}{۴}\right)\left(\frac{۲}{۴}\right)^{۲/۳}(۰٫۰۰۱)^{۱/۲} = ۴٫۱۷۲\ \text{m}^۳/\text{s}$$

$$Q_r = \frac{Q}{Q_f} = \frac{۲٫۹۲}{۴٫۱۷۲} = ۰٫۷$$

$$\frac{Qn}{\sqrt{S_۰}\,d_۰^{۸/۳}} = \frac{۲٫۹۲ \times ۰٫۰۱۵}{\sqrt{۰٫۰۰۱}(۲)^{۸/۳}} = ۰٫۲۱۸ \xrightarrow{\text{نمودار ۴-۲}} \frac{y_۰}{d_۰} = ۰٫۶۱$$

$$y_۰ = ۰٫۶۱ \times ۲ = ۱٫۲۲\text{m}$$

Prozhefa.com

$$\frac{Q}{\sqrt{g}d_{\circ}^{۲/۵}} = \frac{۲/۹۲}{\sqrt{۹/۸۱}(۲)^{۲/۵}} = ۰/۱۶۵ \xrightarrow{\text{نمودار ۲-۱}} \frac{y_c}{d_{\circ}} = ۰/۴۰۵$$

$$y_c = ۰/۴۰۵ \times ۲ = ۰/۸۱\text{m}$$

باتوجه به‌این‌که $y_{\circ} > y_c$ می‌باشد نیمرخ سطح آب از نوع $M۲$ بوده و محاسبات لازم از عمق بحرانی (نقطهٔ کنترل در پایین شیب‌شکن) تا عمق ۱/۲۰۸m (۰/۹۹ عمق نرمال) در جدول ۶-۷ یادداشت گردیده است.

$$\frac{-d_{\circ}}{S_{\circ}} = \frac{-۲}{۰/۰۰۱} = -۲۰۰۰$$

$$\frac{\alpha Q^{۲}}{gd_{\circ}^{۵}} = \frac{۲/۹۲^{۲}}{۹/۸۱(۲)^{۵}} = ۰/۰۲۷۲$$

جدول ۶-۷

$\frac{y}{d_{\circ}}$	y(m)	$I_۱$	$I_۲$	x(m)	Δx	L(m)
۰/۴۰۵	۰/۸۱	۰/۰۲۴	۳/۵۷۴۲	۱۴۶/۴۳		۰
					-۷/۳۵	
۰/۴۶۰	۰/۹۲	۰/۰۴۸۷	۴/۳۴۷	۱۳۹/۰۸		-۷/۳۵
					-۲۷/۶۷	
۰/۵۰۰	۱	۰/۰۸۱۱	۵/۰۲۹۶۴	۱۱۱/۴۱		-۳۵/۰۲
					-۶۷/۲	
۰/۵۴	۱/۰۸	۰/۱۳۸۰	۵/۸۸۶۱۶	۴۴/۲۱		-۱۰۲/۲۲
					-۱۶۶/۶۵	
۰/۵۸	۱/۱۶	۰/۲۵۹۶	۷/۲۹۳۳	-۱۲۲/۴۴		-۲۶۸/۸۷
					-۴۵۲/۰۷	
۰/۶۰	۱/۲۰	۰/۴۰۸۳	۸/۹۵۱۶	-۳۲۹/۶۳		-۷۲۰/۹۴

$$x = -۲۰۰۰\ (I_۱ - ۰/۰۲۷۲\ I_۲)$$

$Q_r = ۰/۷$ $\qquad x = -۲۰۰۰\ (I_۱ - ۰/۰۲۷۲\ I_۲)$ $\qquad \Delta x = x_۲ - x_۱$

در جدول ۶-۷، L فاصلهٔ هر مقطع از جریان نسبت به محل شیب‌شکن را نشان می‌دهد و از طرفی ظاهر شدن علامت منفی به‌دلیل انجام محاسبات از پایین‌دست به بالادست می‌باشد.

Prozhefa.com

۶-۲-۵ محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب در شیب‌های منفی

(باروش انتگرال‌گیری مستقیم)

معادلهٔ دینامیکی جریانهای متغیر تدریجی در شیب‌های منفی را می‌توان طبق رابطهٔ ۶-۶۲ نوشت که در آن S_0 مقداری مثبت می‌باشد.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \qquad (۶۲-۶)$$

یا:

$$\frac{dy}{dx} = -S_0 \frac{1 + \left(\frac{S_f}{S_0}\right)}{1 - Fr^2}$$

در تشابه با روابط قبل، می‌توان رابطهٔ فوق رابه شکل زیر تبدیل نمود:

$$\frac{dy}{dx} = -S_0 \frac{1 + \left(\frac{K_0^2}{K^2}\right)}{1 - \left(\frac{Z_c^2}{Z^2}\right)} \qquad (۶۳-۶)$$

که‌در رابطهٔ بالا، K_0 یک ضریب انتقال مجازی است که جریان Q را در شیب مثبت S_0 انتقال می‌دهد یعنی:

$$Q^2 = K_0^2 S_0 = \frac{1}{n^2} R_0^{4/3} A_0^2 S_0$$

باتوجه به تعاریف نماهای هیدرولیکی مقطع و در تشابه با رابطهٔ ۶-۲۹، رابطهٔ ۶-۶۳ نیز به حالت زیر تبدیل می‌گردد:

$$\frac{dy}{dx} = -S_0 \frac{1 + \left(\frac{y_0}{y}\right)^N}{1 - \left(\frac{y_c}{y}\right)^M} \qquad (۶۴-۶)$$

دراین رابطه M و N نماهای هیدرولیکی مقطع می‌باشند. انتگرال‌گیری از رابطهٔ فوق منتج به رابطهٔ زیر جهت محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب در شیب‌های منفی می‌گردد:

$$x = -\frac{y_0}{S_0}\left[u - F(u,N)_{-S_0} - \left(\frac{y_c}{y_0}\right)^M \frac{J}{N} F(v,J)_{-S_0}\right] \qquad (۶۵-۶)$$

در رابطهٔ بالا، $F(u,N)_{-S_0}$ تابع جریان متغیر در شیب‌های منفی نامیده می‌شود که برابر است با:

$$F(u,N)_{-S_0} = \int_0^u \frac{du}{1+u^N}$$

مقدار عددی این انتگرال از جدول ضمیمه در انتهای فصل تحت عنوان تابع جریان متغیر در شیب‌های منفی

Prozhefa.com

به‌دست می‌آید. سایر متغیرها در رابطهٔ ۶-۶۵ نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$F(v,J)_{-S_\circ} = \int_\circ^v \frac{dv}{1+v^J}$$

$$J = \frac{N}{N-M+1}$$

$$v = u^{N/J}$$

فاصلهٔ طولی بین دو مقطع را نیز می‌توان از عبارت زیر به‌دست آورد:

$$L=x_2-x_1 = A\{(u_2-u_1)-[F(u_{\beta}N)_{-S_\circ}-F(u_1N)_{-S_\circ}]+B[F(v_{\beta}J)_{-S_\circ}-F(v_1J)_{-S_\circ}]\} \quad (۶۶-۶)$$

$$A = -\frac{y_\circ}{S_\circ}$$

$$B = -\left(\frac{y_c}{y_\circ}\right)^M \frac{J}{N}$$

باید در نظر داشت که کلیهٔ مسایل مطرح شده در محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب در شیب‌های مثبت قابل تعمیم به شیب‌های منفی نیز می‌باشد. همچنین روش کیفر وچوکه در بخش ۶-۲-۴ در محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب در مقاطع دایروی معرفی گردید، نیز می‌تواند در شیب‌های منفی به کار رود. در این صورت معادلهٔ ۶-۵۹ به معادلهٔ ۶-۶۷ تبدیل می‌گردد.

$$\frac{dy}{dx} = -S_\circ \frac{1+Q_r^2 f_1\left(\frac{y}{d_\circ}\right)}{1-\alpha\left(\frac{Q^2T}{gA^3}\right)} \quad (۶۷-۶)$$

باتوجه به مثبت شدن صورت کسر در رابطهٔ اخیر، برای انتگرال‌گیری از آن نیاز به تشکیل جداول توابع I_1 و I_2 در شیب‌های منفی می‌باشد.

۶-۲-۶ محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب در کانالهای افقی ($S_\circ = \circ$)

(با روش انتگرال‌گیری مستقیم)

در کانالهای افقی معادلهٔ دیفرانسیل جریانهای متغیر تدریجی به رابطهٔ زیر تبدیل می‌گردد.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-S_f}{1-Fr^2} \quad (۶۸-۶)$$

Prozhefa.com

به‌طور مشابه با آنچه در استخراج معادلهٔ ۶-۲۹ انجام شد می‌توان رابطهٔ ۶-۶۹ را نوشت:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\left(\frac{Q^2}{K^2}\right)}{1-\left(\frac{Z_c^2}{Z^2}\right)} \qquad (۶۹-۶)$$

اگر S_c شیب بحرانی یعنی شیبی باشد که دبی Q را به‌صورت بحرانی عبور دهد می‌توان نوشت:

$$Q^2 = K_c^2 S_c \qquad (۷۰-۶)$$

از تلفیق دو رابطهٔ ۶-۶۹ و ۶-۷۰ داریم:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-S_c\left(\frac{K_c^2}{K^2}\right)}{1-\left(\frac{Z_c^2}{Z^2}\right)} \qquad (۷۱-۶)$$

$$\frac{dy}{dx} = -S_c \frac{\left(\frac{y_c}{y}\right)^N}{1-\left(\frac{y_c}{y}\right)^M} \qquad (۷۲-۶)$$

در معادلهٔ اخیر M و N نماهای هیدرولیکی مقطع می‌باشند و چنانچه متغیر واسطه‌ای P برابر y/y_c در نظر گرفته شود رابطهٔ زیر قابل استخراج می‌باشد:

$$\frac{dy}{dx} = S_c \frac{P^M}{P^N - P^{M+N}}$$

$$\frac{dy}{dx} = S_c \frac{P^{M-N}}{1 - P^M} \qquad (۷۳-۶)$$

با انتگرال‌گیری از این رابطه خواهیم داشت:

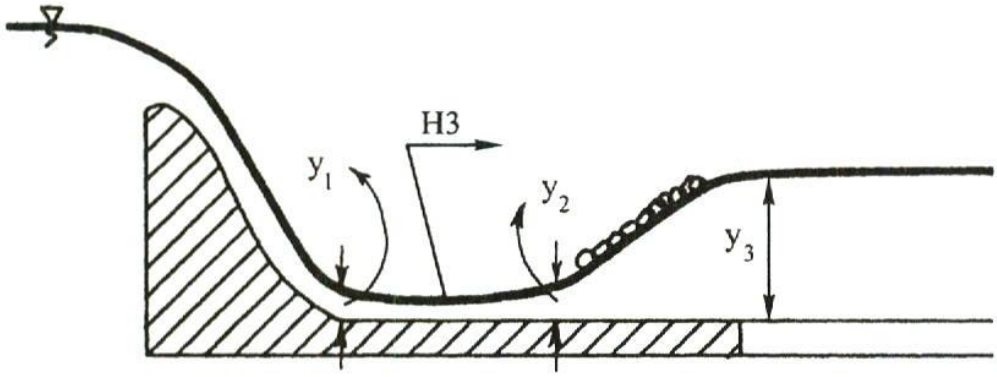
$$x = \frac{y_c}{S_c}\left(\frac{P^{N-M+1}}{N-M+1} - \frac{P^{N+1}}{N+1}\right) + A_1 \qquad (۷۴-۶)$$

بامحاسبهٔ x_2 و x_1 در دو موقعیت y_1 و y_2، فاصلهٔ طولی بین دو مقطع از تفاضل آنها (x_2-x_1) به‌دست می‌آید و ثابت انتگرال از محاسبات حذف می‌شود. رابطهٔ ۶-۷۴ برای مقاطعی که در آن، تغییرات M و N به ازاء عمق، تدریجی می‌باشد، جوابهای رضایت‌بخشی می‌دهد.

Prozhefa.com

مثال ۶-۱۲

در یک کانال مستطیلی عریض مطابق شکل زیر آب با دبی $۴٫۲ m^۳/s.m$ پس از عبور از روی یک سرریز، بر روی یک شیب افقی کف‌سازی شده از جنس بتن ($n = ۰٫۰۱۳$) جاری می‌شود. اگر سرعت جریان در پای سرریز برابر $۱۲٫۵ m/s$ و عمق جریان در قسمت پایاب در مقدار $۳٫۰ m$ تثبیت شده باشد، طول قسمت کف‌سازی شده که پرش هیدرولیکی در آن شکل می‌گیرد را محاسبه نمایید. در چنین وضعیتی مطالعات تجربی، طول پرش هیدرولیکی را ۶ برابر عمق ثانویه پرش نشان می‌دهد.



شکل ۶-۸

حل:

عمق جریان در پای سرریز از معادلهٔ پیوستگی به‌دست می‌آید:

$$q = V_۱ y_۱ \Rightarrow ۴٫۲ = ۱۲٫۵\, y_۱ \Rightarrow y_۱ = ۰٫۳۳۶ m$$

$$Fr_۱ = \frac{V_۱}{\sqrt{g y_۱}} = \frac{۱۲٫۵}{\sqrt{۹٫۸۱ \times ۰٫۳۳۶}} = ۶٫۸۸۵ > ۱$$

پس وضعیت جریان در پای سرریز فوق بحرانی است. برای تعیین وضعیت جریان در قسمت پایاب به گونهٔ زیر عمل می‌شود:

$$q = V_۳ y_۳ \Rightarrow ۴٫۲ = ۳ V_۳ \Rightarrow V_۳ = ۱٫۴ m/s$$

$$Fr_۳ = \frac{V_۳}{\sqrt{g y_۳}} = \frac{۱٫۴}{\sqrt{۹٫۸۱ \times ۳}} = ۰٫۲۵۸ < ۱$$

لذا وضعیت جریان در پایاب زیر بحرانی می‌باشد و پرش هیدرولیکی انجام می‌شود. عمق اولیهٔ پرش را می‌توان با استفاده از روابط پرش در کانالهای مستطیلی به‌دست آورد:

Prozhefa.com

$$\frac{y_۲}{y_۳} = \frac{۱}{۲}\left(\sqrt{۱ + ۸Fr_۳^۲} - ۱\right)$$

$$\frac{y_۲}{y_۳} = \frac{۱}{۲}\left(\sqrt{۱ + ۸ \times ۰/۲۵۸^۲} - ۱\right) \Rightarrow y_۲ = ۰/۳۵۷\,\text{m} > ۰/۳۳۶\,\text{m}$$

پس مطابق شکل ۶-۸، جریان آب ضمن جاری شدن بر روی قسمت کف‌سازی شده ابتدا نیمرخ نوع $H۳$ را شکل داده و سپس به عمق پایاب می‌پیوندد. طول نیمرخ $H۳$ از رابطهٔ ۶-۷۴ به‌دست می‌آید:

$$\Delta x = \frac{y_c}{S_c}\left[\frac{\left(\frac{y_۲}{y_c}\right)^{N-M+۱} - \left(\frac{y_۱}{y_c}\right)^{N-M+۱}}{(N-M+۱)} - \frac{\left(\frac{y_۲}{y_c}\right)^{N+۱} - \left(\frac{y_۱}{y_c}\right)^{N+۱}}{(N+۱)}\right]$$

در یک کانال مستطیلی عریض $M = ۳/۰$ و $N = ۳/۳۳$ بوده، سایر پارامترهای لازم به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$y_c = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳} = \left(\frac{۴/۲^۲}{۹/۸۱}\right)^{۱/۳} = ۱/۲۱۶\text{m}$$

$$q = \frac{۱}{n} S_c^{۱/۲} y_c^{۲/۳} y_c \Rightarrow ۴/۲ = \frac{۱}{۰/۰۱۳} S_c^{۱/۲} (۱/۲۱۶)^{۵/۳}$$

$$S_c = ۱/۵۵۴ \times ۱۰^{-۳}$$

$$\frac{y_۱}{y_c} = ۰/۲۷۶$$

$$\frac{y_۲}{y_c} = ۰/۲۹۴$$

$$\Delta x = \frac{۱/۲۱۶}{۱/۵۵۴ \times ۱۰^{-۳}}\left[\frac{(۰/۲۹۴)^{۱/۳۳} - (۰/۲۷۶)^{۱/۳۳}}{۱/۳۳} - \frac{(۰/۲۹۴)^{۴/۳۳} - (۰/۲۷۶)^{۴/۳۳}}{۴/۳۳}\right]$$

$$\Delta x \approx ۹/۱\text{m}$$

اگر طول پرش ۶/۰ برابر عمق ثانویهٔ پرش در نظر گرفته شود:

$$L_J = ۶ \times ۳ = ۱۸/۰\text{m}$$

در نتیجه طول قسمت کف‌سازی شده که در آن پرش صورت می‌گیرد برابر ۲۷/۱m به‌دست می‌آید. می‌توان افت انرژی ناشی از پرش هیدرولیکی رانیز به‌دست آورد(؟).

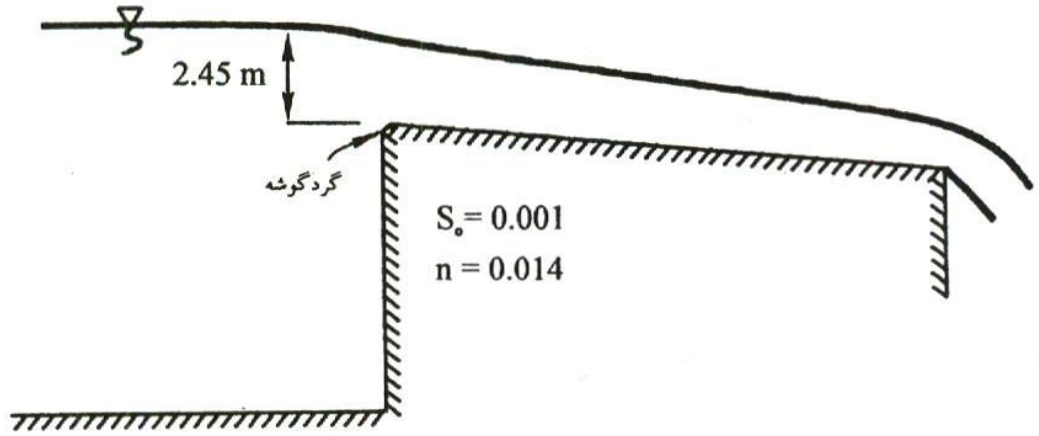
Prozhefa.com

مثال ۶-۱۳

شکل ۶-۹، آبگیری از یک دریاچه رانشان می‌دهد. کانال مستطیلی به عرض ۳٫۶۵m، از جنس بتن (n = ۰٫۰۱۴) و با شیب طولی ۰٫۰۰۱ می‌باشد. اگر سطح آب در دریاچه ۲٫۴۵m بالاتر از تراز کف کانال در محل ورود آب به دریاچه باشد، دبی جریان را در دو حالت زیر مشخص نمایید.

الف - کانال آبگیری طولانی باشد،

ب - طول کانال آبگیری ۲۹۰m باشد.



شکل ۶-۹

حل:

الف - اگر شیب کانال آبگیری ملایم باشد، بر روی شیب‌شکن عمق بحرانی و قبل از محل شیب‌شکن نیمرخ $M2$ تشکیل خواهد شد. از طرفی از آن‌جاکه کانال طولانی است، نیمرخ $M2$ کامل گردیده (از نظر عملی هنگامی که عمق نیمرخ $M2$ به سمت ۰٫۹۹ عمق نرمال متمایل شود نیمرخ خاتمه یافته تلقی می‌شود) و نفوذ نیمرخ $M2$ به سمت دریاچه وجود نخواهد داشت. در این‌حالت در نقطهٔ ورودی، عمق جریان عمق نرمال می‌باشد.

اگر شیب کانال آبگیری تند باشد، نیمرخ $S2$ حاصل شده، از پایین‌دست تأثیر نمی‌پذیرد و در نقطهٔ ورود آب به کانال، عمق جریان معادل عمق بحرانی می‌باشد.

با توجه به این‌که نوع شیب کانال آبگیری معلوم نگردیده است، در ابتدا فرض می‌شود که شیب کانال تند و عمق جریان در مقطع ورودی برابر عمق بحرانی باشد. بدیهی است در صورتی‌که به ازاء دبی به‌دست آمده فرض تند بودن شیب کانال برقرار نباشد، مسأله مجدداً و با توجه به ملایم بودن شیب کانال و شکل‌گیری عمق نرمال در مقطع ورودی حل خواهد گردید.

Prozhefa.com

با فرض انجام گرفته و با صرفنظر نمودن از سرعت نزدیک شدن و افتهای موضعی، معادلهٔ انرژی بین سطح آب در دریاچه و محل ورود آب به کانال نوشته می‌شود:

$$۲/۴۵ = y_c + \frac{V_c^۲}{۲g} \Rightarrow ۲/۴۵ = y_c + \frac{۱}{۲} y_c \Rightarrow y_c = ۱/۶۳۳\text{m}$$

$$q = y_c\sqrt{g y_c} = ۱/۶۳۳\sqrt{۹/۸۱ \times ۱/۶۳۳} = ۶/۵۳۷\text{m}^۲/\text{s}$$

به ازاء دبی نسبی $۶/۵۳۷\text{m}^۳/\text{s.m}$، عمق نرمال در کانال برابر خواهد بود با:

$$q = \frac{۱}{n} S_۰^{۱/۲} R_۰^{۲/۳} A_۰ \Rightarrow ۶/۵۳۷ = \frac{۱}{۰/۰۱۴} (۰/۰۰۱)^{۱/۲} y_۰ \left(\frac{۳/۶۵ y_۰}{۳/۶۵ + ۲y_۰}\right)^{۲/۳}$$

$$y_۰ = ۲/۷۲۵\text{m}$$

از آن جاکه عمق نرمال بیش از عمق بحرانی می‌باشد لذا فرض تند بودن شیب کانال فرض صحیحی نبوده است و شیب از نوع ملایم می‌باشد. در این صورت در محل ورود آب به کانال جریان نرمال برقرار است و می توان از روابط زیر عمق نرمال و دبی جریان را تعیین نمود:

$$۲/۴۵ = y_۰ + \frac{V_۰^۲}{۲g} = y_۰ + \frac{q^۲}{۲g y_۰^۲} \qquad (۷۵-۶)$$

$$q = \frac{۱}{۰/۰۱۴} (۰/۰۰۱)^{۱/۲} y_۰ \left(\frac{۳/۶۵ y_۰}{۳/۶۵ + ۲y_۰}\right)^{۲/۳} \qquad (۷۶-۶)$$

با انتخاب مقدار $y_۰ < ۲/۴۵\text{m}$ مقدار q را از رابطهٔ ۶-۷۶ به‌دست آورده، برقراری رابطهٔ ۶-۷۵ کنترل می‌گردد که نهایتاً و پس از آزمون و خطا مقادیر زیر به‌دست می آید:

$$y_۰ \approx ۲/۱۹\text{m}$$

$$q = ۴/۹۳۲\text{m}^۳/\text{s.m}$$

$$Q = ۴/۹۳۲ \times ۳/۶۵ = ۱۸\text{m}^۳/\text{s}$$

ب – در بخش الف، به‌دلیل طولانی بودن کانال، طول آن نقشی در تنظیم دبی جریان نداشت ولی در این بخش به‌دلیل این‌که طول کانال ۲۹۰m می‌باشد، لذاکانال نمی‌تواند طولانی تلقی شود و نفوذ نیمرخ $M۲$ به دریاچه وجود خواهد داشت،که این موضوع می‌تواند با محاسبهٔ طول نیمرخ $M۲$ از محل شیب شکن (با عمق بحرانی) تا ۰/۹۹ عمق نرمال در بخش الف تحقیق گردد.

$$q = ۴/۹۳۲\text{m}^۳/\text{s.m}$$

$$y_۰ = ۲/۱۹\text{m} \rightarrow y_۱ = ۰/۹۹ y_۰ = ۲/۱۶۸\text{m}$$

$$y_c = ۱/۳۵۴\text{m}$$

$$y_{av} = \frac{۱/۳۵۴ + ۲/۱۶۸}{۲} = ۱/۷۶۱\text{m}$$

Prozhefa.com

$$\frac{y_{av}}{b} = ۰/۴۸۲ \xrightarrow{\text{نمودار ۶-۲}} N = ۲/۷$$

$$M = ۳/۰ \quad \text{و کانال مستطیلی} \quad J = \frac{N}{N - M + ۱} = ۳/۸۶$$

$$A = \frac{۲/۱۹}{۰/۰۰۱} = ۲۱۹۰$$

$$B = \left(\frac{y_c}{y_۰}\right)^M \frac{J}{N} = \left(\frac{۱/۳۵۴}{۲/۱۹}\right)^۳ \frac{۳/۸۶}{۲/۷} = ۰/۳۳۷۸۷$$

$$x = A\,[u - F(u,N) + BF(v,J)]$$

جدول ۶-۸

y	$u = y/y_۰$	$v = u^{N/J}$	$F(u, ۲/۷)$	$F(v, ۳/۸۶)$	x(m)	Δx(m)
۱/۳۵۴	۰/۶۱۸	۰/۷۲	۰/۶۷۵۵	۰/۷۷۰۲	۴۴۸/۳۵	۱۶۴۸/۸
۲/۱۶۸	۰/۹۹	۰/۹۹۳	۲/۱۵۹	۱/۸۳۷۵۵	-۱۲۰۰/۴۴	

با توجه به کوتاه بودن طول کانال (در مقایسه با ۱۶۵۰/۰m)، جریان نرمال در کانال برقرار نخواهد شد و محاسبهٔ دبی به صورت زیر انجام می‌پذیرد:

۱- مقداری برای عمق بحرانی در نظر گرفته شده، بر مبنای آن دبی جریان محاسبه می‌شود.

۲- با استفاده از رابطهٔ انرژی، عمق جریان در مقطع ورود آب به کانال محاسبه می‌گردد.

$$۲/۴۵ = y_۱ + \frac{V_۱^۲}{۲gy_۱^۲} = y_۱ + \frac{q^۲}{۲gy_۱^۳}$$

۳- فاصله بین مقطع ۱ (باعمق $y_۱$) و رأس شیب شکن (عمق y_c) محاسبه می‌شود. در این محاسبه بهتر است از روش انتگرال‌گیری مستقیم که می‌تواند فاصلهٔ بین دو مقطع را با یک گام معین نماید، استفاده شود. قابل ذکر است که در ضمن حل مسأله، می‌بایست حساسیت محاسبات در نظر گرفته شده، دقت لازمه رعایت گردد.

۴- طول به‌دست آمده در قسمت ۳ باید معادل ۲۹۰m باشد. در غیر این‌صورت باید محاسبات تا رسیدن به جواب رضایت‌بخش تکرار گردد.

براین اساس عمق بحرانی برابر ۱/۵m فرض گردیده (این عمق مقداری بین عمق بحرانی در حالت شیب تند (۱/۶۳۳m) و شیب ملایم (۱/۳۵۴m می‌باشد) و محاسبات لازم به شرح ذکر شده انجام می‌شود:

Prozhefa.com

$$y_c = ۱/۵۰\text{m}$$

$$q = y_c\sqrt{gy_c} = ۱/۵\sqrt{۹/۸۱ \times ۱/۵} = ۵/۷۵۴\ \text{m}^۳/\text{s.m}$$

$$۲/۴۵ = y_۱ + \frac{۵/۷۵۴^۲}{۲gy_۱^۲} \xrightarrow{\text{آزمون و خطا}} y_۱ \approx ۲/۰۴۸\text{m}$$

$M = ۳/۰$ کانال مستطیلی

$$y_{av} = \frac{۲/۰۴۸ + ۱/۵}{۲} = ۱/۷۷۴\text{m}$$

$$\frac{y_{av}}{b} = \frac{۱/۷۷۴}{۳/۶۵} = ۰/۴۸۶ \rightarrow N = ۲/۶۷۶$$

$$۵/۷۵۴ = \frac{۱}{۰/۰۱۴}(۰/۰۰۱)^{۱/۲}\, y_۰ \left(\frac{۳/۶۵y_۰}{۳/۶۵ + ۲y_۰}\right)^{۲/۳}$$

$$y_۰ \approx ۲/۴۶۷\text{m}$$

$$J = \frac{N}{N - M + ۱} = \frac{۲/۶۷۶}{۲/۶۷۶ - ۳ + ۱} \approx ۳/۹۶$$

$$A = \frac{y_۰}{S_۰} = \frac{۲/۴۶۷}{۰/۰۰۱} = ۲۴۶۷$$

$$B = \left(\frac{y_c}{y_۰}\right)^M \frac{J}{N} = \left(\frac{۱/۵۰}{۲/۴۶۷}\right)^۳ \frac{۳/۹۶}{۲/۶۷۶} = ۰/۳۳۲۶۴$$

$$x = A\,[u - F(u,N) + BF(v,J)]$$

جدول ۶ـ۹

y	$u = y/y_۰$	$v = u^{N/J}$	$F(u, ۲/۶۷۶)$	$F(v, ۳/۹۶)$	x(m)	Δx(m)
۱/۵	۰/۶۰۸	۰/۷۱۴	۰/۶۵۶۶۷۶	۰/۷۵۸۸۰	۵۰۲/۶	ـ۲۸۷/۶۸
۲/۰۴۸	۰/۸۳۰	۰/۸۸۲	۱/۰۵۶۳۶	۰/۹۴۲۴	۲۱۴/۹۲	

از آن‌جاکه به ازاء دبی نسبی $۵/۷۵۴\text{m}^۳/\text{s.m}$ فاصلهٔ بین شیب‌شکن و دریاچه $۲۸۷/۶۸\text{m}$

Prozhefa.com

به‌دست آمده است و این مقدار تقریباً طول ۲۹۰m را ارضا می‌نماید، لذا دبی نسبی جریان در این حالت برابر $5/754 m^3/s.m$ پذیرفته می‌شود.

باید در نظر داشت که نتیجهٔ پذیرفته شده پس از چند آزمون به‌دست آمده است و می‌توان محاسبات را تا رسیدن به جواب دقیقتر نیز ادامه داد.

این مثال نقش شرایط حدی و طول کانالها در تنظیم دبی جریان را نشان می‌دهد. جهت آشنایی بیشتر با این مفاهیم و روشهای تحلیل دیگر می‌توان به مسألهٔ ارتباط بین دو دریاچه در بخش ۶-۴ مراجعه نمود.

۶-۳ محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب در کانالهای طبیعی (رودخانه‌ها)

چنانکه قبلاً اشاره شد، در اکثر روشهای مناسب برای کانالهای منشوری، محاسبهٔ فاصلهٔ طولی براساس انتخاب دو عمق دلخواه و نزدیک به هم صورت می‌گیرد و از آن جاکه مشخصات هندسی مقطع در سرتاسر مسیر ثابت است، استفاده از این روش مشکلی در حل مسأله ایجاد نخواهد کرد. ولی در رودخانه‌ها که مشخصات هندسی مقطع در مسیر جریان تغییر نموده و معمولاً اطلاعات لازم فقط در مواضع خاصی از مسیر موجود است، بایستی به فکر روشهایی بود که در آنها عمق جریان براساس فاصله محاسبه شود. از مجموعهٔ روشهای عددی، روش گام به گام استاندارد که نظیر روش گام‌به گام مستقیم، اساس آن بر معادلهٔ انرژی استوار است، در رودخانه‌ها مناسب بوده، کاربرد این روش در رودخانه‌های با سطح مقطع ساده و در رودخانه‌های با سطح مقطع مرکب تشریح خواهد شد. در این قسمت همچنین روش عددی اولر در حل معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبهٔ اول نیز در قالب یک مثال ارائه خواهد گردید.

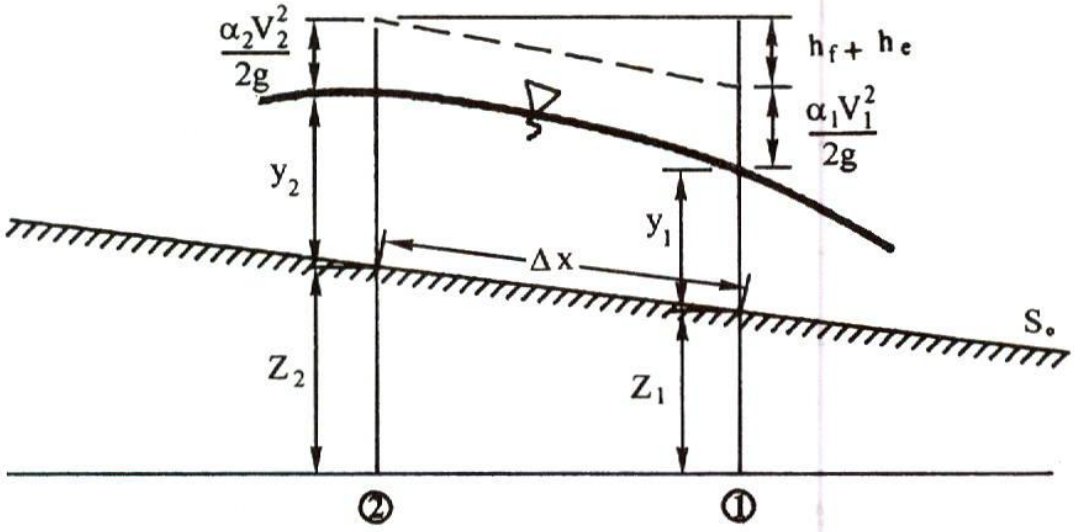
۶-۳-۱ روش گام به گام استاندارد در کانالهای طبیعی با مقاطعی ساده

اساس این روش معادلهٔ انرژی بین دو مقطع از جریان می‌باشد و لذا می‌توان کلیهٔ افتهای موضعی ناشی از جدایی جریان (eddy losses) را نیز به نحو مناسبی در محاسبات منظور نمود. شکل ۶-۱۰ جریان متغیر تدریجی در یک کانال طبیعی را نشان می‌دهد. در این حالت مطابق شیوهٔ معمول در محاسبات نیمرخهای زیر بحرانی محاسبات از پایین‌دست به بالادست صورت گرفته لذا مقطع ۱ مقطع پایین‌دست و مقطع ۲ مقطع بالادست می‌باشد. انجام محاسبات از بالادست به پایین‌دست تغییرات ناچیز علامتها را در معادلات لازم خواهد داشت.

چنانچه معادلهٔ انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲ از جریان نوشته شود:

$$Z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} = Z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + h_f + h_e \qquad (۶-۷۷)$$

Prozhefa.com



شکل ۶-۱۰ جریان متغیر تدریجی در یک کانال طبیعی

که در آن، h_f افت طولی و h_e افت موضعی می‌باشند. مقدار h_f را می‌توان با استفاده از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$h_f = \bar{S}_f \Delta x = \frac{1}{2} (S_{f1} + S_{f2}) \Delta x \qquad (۶-۷۸)$$

و:

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} = \frac{Q^2 n^2}{R^{4/3} A^2} \qquad (۶-۷۹)$$

در برآورد h_e روش منطقی مشخصی وجود ندارد ولی معمولاً مقدار آن توسط رابطهٔ ۶-۸۰ بیان می‌شود. در این رابطه C_e ضریبی است که می‌تواند از جدول تجربی ۶-۱۰ به‌دست آید.

$$h_e = C_e \left| \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \right| \qquad (۶-۸۰)$$

جدول ۶-۱۰ مقدار ضریب C_e در معادلهٔ ۶-۸۰

وضعیت تبدیل	گشادشونده	تنگ شونده
کانال منشوری (بدون تبدیل)	۰	۰
تبدیل تدریجی	۰/۳	۰/۱
تبدیل ناگهانی	۰/۸	۰/۶

روش مناسب دیگر در برآورد مقدار h_e منظور نمودن آن در افت طولی و افزایش دادن درصد ناچیزی به مقدار ضریب زبری مانینگ می‌باشد. این روش، محاسبات را نیز ساده‌تر می‌کند.

Prozhefa.com

در صورتی‌که جمع دو مقدار Z و y به h (تراز سطح آب نسبت به سطح مبنا) نمایش داده شود، رابطهٔ ۶-۷۷ به رابطهٔ ۶-۸۲ تبدیل می‌گردد یعنی:

$$h = Z + y$$

$$H = h + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

$$H_2 = H_1 + h_f + h_e \qquad (۸۱-۶)$$

$$h_2 + \frac{a_2 V_2^2}{2g} = h_1 + \frac{a_1 V_1^2}{2g} + h_f + h_e \qquad (۸۲-۶)$$

با توجه به معلوم بودن مشخصات جریان در مقطع ۱، مقدار h_2 در رابطهٔ فوق مجهول بوده که تعیین دقیق آن نیاز به آزمون و خطا دارد. برای این منظور و در اولین آزمون، مقداری برای h_2 (یا به‌عبارت دیگر برای y_2) انتخاب و در نتیجه مقادیر h_2 و h_e و h_f محاسبه می‌گردند. سپس صحت رابطهٔ ۶-۸۱ کنترل می‌گردد که در صورت عدم ارضاء رابطهٔ مذکور، می‌بایست مقدار h_2 بنحو مناسبی تغییر داده شود تا طرفین رابطهٔ یاد شده تفاوت ناچیزی با یکدیگر داشته باشند.

برای تسریع در رسیدن به نتایج نهائی می‌توان با استفاده از روش پیشنهادی هندرسون، مقدار انتخابی h_2 در آزمون $i + 1$ را براساس نتایج آزمون i به گونه‌ای در نظر گرفت که سرعت همگرائی افزایش یابد. بر این اساس چنانچه H_E تفاوت طرفین رابطهٔ ۶-۸۱ در آزمون i باشد داریم:

$$H_E = [H_2 - (H_1 + h_f + h_e)]$$

هدف از محاسبهٔ بعدی تغییر دادن مقدار y_2 است به‌نحوی که مقدار H_E برابر صفر گردد و لذا:

$$\frac{dH_E}{dy_2} = \frac{d}{dy_2}\left[y_2 + Z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} - Z_1 - y_1 - \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - \frac{1}{2}\right.$$

$$\left.\Delta x(S_{f1} + S_{f2}) - C_e \left| \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} - \frac{a_2 V_2^2}{2g} \right|\right]$$

باتوجه به ثابت بودن مقدار y_1، Z_1، Z_2 و V_1 می‌توان نوشت:

$$\frac{dH_E}{dy_2} = \frac{d}{dy_2}\left[y_2 + (1 + C_e)\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} - \frac{1}{2}\Delta x\, S_{f2}\right]$$

$$\frac{dH_E}{dy_2} = 1 - (1 + C_e)Fr_2^2 - \frac{1}{2}\Delta x \frac{dS_{f2}}{dy_2} \qquad (۸۳-۶)$$

در معادلهٔ فوق، Fr_2^2 از رابطهٔ ۶-۸۴ به‌دست می‌آید(؟).

$$Fr_2^2 = \frac{\alpha_2 Q_2^2 T_2}{g A_2^3} \qquad (۸۴-۶)$$

Prozhefa.com

در صورتی‌که کانال مستطیلی عریض فرض گردد:

$$\frac{dS_f}{dy} = \frac{d}{dy}\left(\frac{n^2 q^2}{y^{10/3}}\right) = -\frac{3/33 S_f}{y}$$

$$\frac{dS_{f2}}{dy_2} = -\frac{3/33 S_{f2}}{y_2} \approx \frac{-3/33 S_{f2}}{R_2} \qquad (۸۵-۶)$$

با جایگزینی روابط ۶-۸۴ و ۶-۸۵ در معادلهٔ ۶-۸۳ داریم:

$$\frac{dH_E}{dy_2} = \left[1 - (1 + C_e)Fr_2^2 + 1/67 \frac{S_{f2}\,\Delta x}{R_2}\right] \qquad (۸۶-۶)$$

برای آن که در آزمون $i+1$، مقدار H_E به‌ازاء تغییر y_2 برابر صفر گردد، می‌بایست ΔH_E معادل $-H_E$ در نظر گرفته شود زیرا:

$$\Delta H_E = (H_E)_{i+1} - (H_E)_i = 0 - H_E = -H_E$$

$$\frac{dH_E}{dy_2} = \frac{\Delta H_E}{\Delta y_2} = \frac{-H_E}{\Delta y_2} \Rightarrow \Delta y_2 = \frac{-H_E}{\frac{dH_E}{dy_2}}$$

$$\Delta y_2 = \frac{-H_E}{\left[1 - (1 + C_e)Fr_2^2 + \frac{1/67 S_{f2}\Delta x}{R_2}\right]} \qquad (۸۷-۶)$$

رابطهٔ ۶-۸۷ میزان تغییر y_2 در آزمون $(i+1)$ را نشان می‌دهد که با داشتن آن، مقدار y_2 در آزمون $(i+1)$ از رابطهٔ زیر به‌دست آمده:

$$\Delta y_2 = y_2^{(i+1)} - y_2^{(i)} \Rightarrow y_2^{(i+1)} = y_2^{(i)} + \Delta y_2 \qquad (۸۸-۶)$$

در صورتی‌که در نیمرخهای فوق بحرانی محاسبات از بالادست به پایین‌دست انجام شود می‌توان معادلهٔ انرژی را مجدداً نوشت و تغییر علامات لازم در روابط را به‌دست آورد. مثال ۶-۱۴ کاربرد روش گام‌به گام استاندارد را نشان می‌دهد. در حقیقت روش پیشنهادی توسط هندرسون برمبنای روش نیوتن - رافسون در حلّ معادلات غیرخطی است که در فصل دوّم تشریح گردید.

مثال ۶-۱۴

رودخانهٔ کوچکی دارای مقطعی به شکل تقریبی ذوزنقه است که مشخصات هندسی در سه مقطع از آن در جدول زیر آورده شده است.

Prozhefa.com

جدول ۶-۱۱

مقطع	فاصله‌نسبت‌به‌مبدأ به‌طرف‌بالادست (km)	ترازکف رودخانه (m)	عرض کف (m)	شیب کناره‌ها
A	۱۰۰	۱۰۰/۰۰	۱۴/۰	(افقی ۱/۵:(قائم)۱
B	۱۰۲	۱۰۰/۸۰	۱۲/۵	۱:۱/۵
C	۱۰۳/۵۰	۱۰۱/۴۰۰	۱۰/۰	۱:۱/۵

چنانچه به ازاء دبی $100\ m^3/s$، تراز سطح آب در مقطع A که پایین‌دست‌ترین مقطع است، برابر $104.50\ m$ باشد، مطلوب است تعیین تراز سطح آب در مقاطع B و C. $\alpha = 1$ و $n = 0.02$ فرض می‌گردند.

حل:

نتایج محاسبات براساس روش گام‌به گام استاندارد در جدول ۶-۱۲ ارائه شده است که در آن ملاحظات زیر لازم می‌باشد:

ستون ۶ + ستون ۴ = ستون۷

ستون ۷ نشان‌دهندهٔ طرف اول رابطهٔ ۶-۸۱ به ازاء y_2 فرضی می‌باشد.

ستون۱۱ × ستون۱۰ = $\bar{S}_f \times L$ = ستون ۱۲

ستون ۱۳ = $h_e = C_e \left| \frac{\Delta V^2}{2g} \right| = 0.3 \left| \frac{\Delta V^2}{2g} \right|$

ستون ۱۳ + ستون۱۲ + ستون۷ازمقطع = ستون۱۴

در اولین آزمونها مشاهده می‌شود که ستون ۷ و ستون ۱۴ با یکدیگر مساوی نبوده و تفاوتی برابر H_E که در ستون ۱۵ یادداشت گردیده است، دارند.

با توجه به مقدار H_E، مقدار Δy_2 از رابطهٔ ۶-۸۷ به‌دست می‌آید که در ستون ۱۶ جدول منعکس است. در آزمون بعدی می‌توان مقدار y_2 را از رابطهٔ ۶-۸۸ به‌دست آورد.

نکتهٔ لازم به توضیح این است که از نظر سهولت محاسبات می‌توان در مقاطع عریض در هنگام محاسبهٔ Δy_2 از رابطهٔ ۶-۸۷، مقدار Fr_2^2 را از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$Fr_2^2 = \frac{V_2^2}{gD_2} = \frac{V_2^2 T_2}{g A_2} \approx \frac{V_2^2 P_2}{g A_2} = \frac{2V_2^2}{2gR} \qquad (۶-۸۹)$$

جدول ۶-۱۲

$Q = ۱۰۰ \mathrm{m}^۳/\mathrm{s}$ $\quad n = ۰/۰۲$ $\quad S_f = \dfrac{۴/۰}{A^۲ R^{۴/۳}}$

ایستگاه	آزمون	ترازکف	y	h	A	$\frac{V^۲}{۲g}$	H	R	$S_f \times ۱۰^۴$	$\bar{S}_f \times ۱۰^۴$	L	$\bar{S}_f L$	h_e	H	H_E	$\Delta y_۲$
		m	m	m	$\mathrm{m}^۲$	m	m	m			m	m	m	m	m	m
۱(a)	۱(b)	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
A	۰	۱۰۰/۰۰۰	۴/۵۰۰	۱۰۴/۵۰۰	۹۳/۳۷۵	۰/۰۵۸	۱۰۴/۵۵۸	۳/۰۸۹	۱/۰۱۹۷	—	—	—	—	—	—	—
	۱	۱۰۰/۸۰۰	۴/۴۰۰	۱۰۵/۲۰۰	۸۴/۴۰۰	۰/۰۷۲	۱۰۵/۲۷۲	۲/۹۶۳	۱/۳۳۰۸	۱/۱۷۵۲	۲۰۰۰	۰/۲۳۵	۰/۰۰۴	۱۰۴/۷۹۷	۰/۴۷۵	-۰/۴۲۹
B																
	۲	۱۰۰/۸۰۰	۳/۹۷۱	۱۰۴/۷۷۱	۷۳/۲۹۳	۰/۰۹۵	۱۰۴/۸۶۶	۲/۷۳۳	۱/۹۴۸۷	۱/۴۸۴۲	۲۰۰۰	۰/۲۹۷	۰/۰۱۱	۱۰۴/۸۶۶	—	—
	پایان															
	۱	۱۰۱/۴۰۰	۳/۵۰	۱۰۴/۹۰۰	۵۳/۳۷۵	۰/۱۷۹	۱۰۵/۰۷۹	۲/۳۶۰	۴/۴۶۹۳	۳/۲۰۹۰	۱۵۰۰	۰/۴۸۱	۰/۰۲۵	۱۰۵/۳۷۲	-۰/۲۹۳	۰/۲۴۴
C																
	۲	۱۰۱/۴۰۰	۳/۷۴۴	۱۰۵/۱۴۴	۵۸/۴۶۶	۰/۱۴۹	۱۰۵/۲۹۳	۲/۴۸۸	۳/۴۷۰۹	۲/۷۰۹۸	۱۵۰۰	۰/۴۰۶	۰/۰۱۵	۱۰۵/۲۸۷	۰/۰۰۶	-۰/۰۰۴
	۳	۱۰۱/۴۰۰	۳/۷۴۰	۱۰۵/۱۴۰	۵۸/۳۸۱	۰/۱۵۰	۱۰۵/۲۹۰	۲/۴۸۶	۲/۴۸۴۹	۲/۷۱۶۸	۱۵۰۰	۰/۴۰۸	۰/۰۱۶	۱۰۵/۲۹۰	—	—
	پایان															

Prozhefa.com

Prozhefa.com

که در آن عرض سطح برابر پیرامون مرطوب فرض گردیده است.

رابطهٔ ۶-۹۰ نیز به جای رابطهٔ ۶-۸۹ به کار برده می‌شود(؟) که در جدول ۶-۱۲ از آن استفاده شده است

$$Fr_2^2 = \frac{2V_2^2}{2gy_2} \qquad (۶-۹۰)$$

مثال ۶-۱۵

مثال ۶-۱۴ را با روش عددی اولر در حل معادلات دیفرانسیل حل نمایید. فرض نمایید افتهای موضعی در مقدار n ملحوظ شده است ($n = ۰/۰۲$).

حل:

مطابق آنچه در مورد این روش تشریح شد جدول ۶-۱۳ محاسبات لازم در محاسبهٔ نیمرخ سطح آب را نشان می‌دهد. روابط لازم در تشکیل این جدول در زیر داده شده‌اند:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

مقدار S_0 در هر بازه از رودخانه از تقسیم اختلاف ارتفاع کف بر طول بازه به‌دست می‌آید:

$$S_{01} = \frac{100/8 - 100}{2000} = 4 \times 10^{-4}$$

$$S_{02} = \frac{101/4 - 100/8}{1500} = 4 \times 10^{-4}$$

$$S_f = \frac{Q^2 n^2}{R^{4/3} A^2} = \frac{4}{R^{4/3} A^2} = \frac{4(b + 2\sqrt{1+z^2}\,y)^{4/3}}{[(b+zy)y]^{10/3}}$$

$$Fr^2 = \frac{\alpha Q^2 T}{gA^3} = \frac{1019/368\,(b + 2zy)}{[(b + zy)y]^3}$$

از مقایسهٔ جوابهای مثالهای ۶-۱۴ و ۶-۱۵ مشخص می‌شود که جوابهای حاصل از دو روش در مورد مقطع C قدری تفاوت دارند که مقداری از اختلاف می‌تواند به دلیل در نظر نگرفتن تأثیر افتهای موضعی (به‌صورت مستقل) در مثال ۶-۱۵ می‌باشد. به هر حال باید در نظر داشت که روش گام به گام استاندارد یک روش معمول و توصیه شده در محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب در رودخانه‌ها می‌باشد.

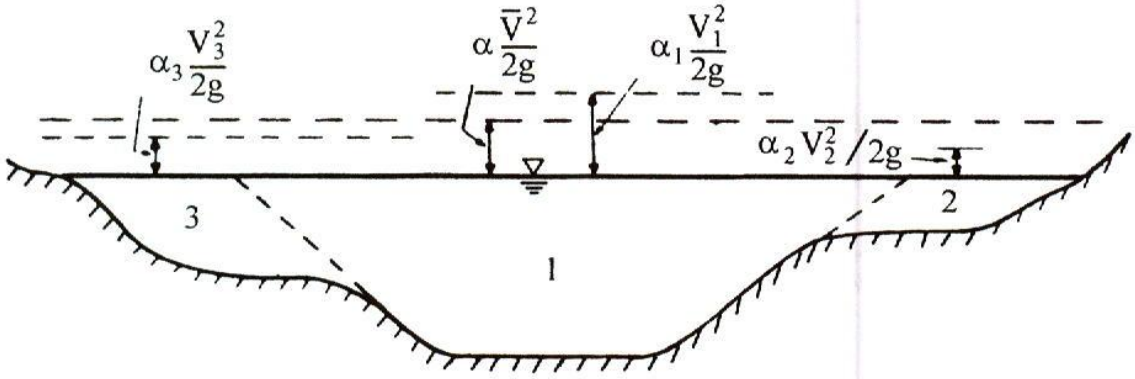
Prozhefa.com

جدول ۶-۱۳

x	$y_2=y_1+\frac{dy}{dx}\|_{x=x_1}\Delta x$				$y_2=y_1+\frac{\Delta x}{2}\left[\frac{dy}{dx}\|_{x=x_1}+\frac{dy}{dx}\|_{x=x_2}\right]$				
(m)	$S_f\times10^4$	Fr^2	$\frac{dy}{dx}\times10^4$	y(m)	$S_f\times10^4$	Fr^2	$\frac{dy}{dx}\times10^4$	$\frac{dy}{dx}\times10^4$	y(m)
$x_A=0$	---	---	---	---	---	---	---	---	۴٫۵
$x_B=-2000$	۱٫۰۱۹۷	۰٫۰۳۴۴	۳٫۰۸۶۶	۳٫۸۸۳	۲٫۱۱۷۰	۰٫۰۶۸۳	۲٫۰۲۱	۲٫۵۵۳۸	۳٫۹۸۹
					۱٫۹۱۶۶	۰٫۰۶۲۲	۲٫۲۲۱۶	۲٫۶۵۴۱	۳٫۹۶۹
					۱٫۹۵۵۳	۰٫۰۶۳۳	۲٫۱۸۲۹	۲٫۶۳۴۷	۳٫۹۷۳
$x_c=-3500$	۱٫۹۴۵۳	۰٫۰۶۳۱	۲٫۱۹۳۱	۳٫۶۴۴	۱٫۸۰۶۹	۰٫۱۱۹۲	۲٫۴۸۹۹	۲٫۳۴۱۵	۳٫۶۲۲

۶-۳-۲ روش گام به گام استاندارد در کانالهای طبیعی با مقاطع مرکب

در کانالهای طبیعی با مقاطع مرکب، معمولاً سرعت متوسط جریان در بسترهای سیلابی کمتر از کانال اصلی می‌باشد و در نتیجه خط انرژی در هر یک از بخشهای مقطع در ارتفاع متفاوتی نسبت به‌سطح آزاد آب قرار دارد (شکل ۶-۱۱).



شکل ۶-۱۱ جریان در مقاطع مرکب

یک راه مناسب در محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب در این‌گونه کانالها در نظر گرفتن یک سرعت متوسط $\bar{V}$ برای کل مقطع می‌باشد و در نتیجه می‌توان فرض نمود که خط انرژی به اندازهٔ $\alpha\bar{V}^2/2g$ با سطح آزاد فاصله دارد و کل مقطع نیز شیب خط انرژی (S_f) یکسانی دارد. ضریب تصحیح انرژی جنبشی برای کل مقطع به روش زیر به‌دست می‌آید:

$$\sum_1^N A_i = A = \text{مساحت کل مقطع}$$

Prozhefa.com

$$\alpha = \frac{\Sigma V_i^3 A_i}{V^3 \Sigma A_i} = \frac{\sum \left(\frac{Q_i^3}{A_i^2} \right)}{\frac{(\Sigma Q_i)^3}{(\Sigma A_i)^2}} \qquad (۹۱-۶)$$

اگر ضریب انتقال در هر جزء از مقطع K_i باشد، با توجه به این که شیب خط انرژی برای کل مقطع یکسان درنظر گرفته شده است می‌توان نوشت:

$$Q_i = K_i \sqrt{S_f} \qquad (۹۲-۶)$$

$$Q = \sum_1^N Q_i = \left(\sum_1^N K_i \right) \sqrt{S_f}$$

$$S_f = \frac{Q^2}{(\Sigma K_i)^2} \qquad (۹۳-۶)$$

با در نظر گرفتن S_f از رابطهٔ ۶-۹۳ و جایگزینی Q_i از رابطهٔ ۶-۹۲ در رابطهٔ ۶-۹۱ مقدار α از رابطهٔ ۶-۹۴ به دست می‌آید:

$$\alpha = \frac{\sum_1^N \left(\frac{K_i^3}{A_i^2} \right)}{\frac{\left[\sum_1^N K_i \right]^3}{A^2}} \qquad (۹۴-۶)$$

اگر α_i مقدار ضریب تصحیح انرژی جنبشی برای هر یک از مساحتهای جزء باشد رابطهٔ ۶-۹۴ به‌رابطهٔ ۶-۹۵ تبدیل می‌شود.

$$\alpha = \frac{\sum_1^N \left(\frac{\alpha_i K_i^3}{A_i^2} \right)}{\frac{\left[\sum_1^N K_i \right]^3}{A^2}} \qquad (۹۵-۶)$$

نهایتاً با توجه به این که در هر مقطع از کانال مقادیر S_f و α از روابط ۶-۹۳ و ۶-۹۵ به‌دست می‌آیند می‌توان روش گام به گام استاندارد را به شرحی که در بخش ۶-۳-۱ آمد در محاسبهٔ نیمرخ سطح آب به کار برد.

Prozhefa.com

در محاسبهٔ مشخصات هندسی هر یک از مساحتهای جزء مرزبین قسمتها که با خط‌چین نمایش داده شده است می‌تواند به‌دو صورت متفاوت زیر در محاسبات دخالت داده شود:

۱- این مرز می‌تواند به‌عنوان یک ناحیهٔ با تنش برشی کم تلقی شده (درمقایسه با جداره‌ها) و در محاسبهٔ پیرامونهای مرطوب در نظر گرفته نشود.

۲- این مرز می‌تواند در محاسبهٔ پیرامون مرطوب در کانال اصلی منظور شده ولی از این طول در محاسبهٔ پیرامون مرطوب در بسترهای سیلابی صرفنظر گردد.

این روشها در فصل چهارم در بحث جریان یکنواخت در مقاطع مرکب تفسیر شده‌اند.

۶-۳-۳ روش اذرا (Ezra Method)

روش اذرا یک روش ترسیمی مشتق شده از روش گام به گام استاندارد می‌باشد و در نتیجه می‌تواند در کانالهای طبیعی و مصنوعی به کار رود. با به کار بردن معادلهٔ انرژی بین دو مقطع از جریان و با منظور نمودن افتهای موضعی به صورت افزایش مقداری ناچیز به ضریب زبری مانینگ می‌توان نوشت:

$$Z_۲ + y_۲ + \alpha_۲ \frac{V_۲^۲}{۲g} = Z_۱ + y_۱ + \alpha_۱ \frac{V_۱^۲}{۲g} + \frac{۱}{۲} \Delta x(S_{f۱} + S_{f۲}) \qquad (۹۶-۶)$$

در رابطهٔ ۶-۹۶ مشخصات ۱ مربوط به مقطع پایین‌دست و مشخصات ۲ مربوط به مقطع بالادست جریان می‌باشند. در صورتی که تراز سطح آب با تعریف $h = Z + y$ در رابطهٔ ۶-۹۶ اعمال شود:

$$h_۲ + \alpha_۲ \frac{V_۲^۲}{۲g} - \frac{۱}{۲} S_{f۲} \Delta x = h_۱ + \alpha_۱ \frac{V_۱^۲}{۲g} + \frac{۱}{۲} S_{f۱} \Delta x \qquad (۹۷-۶)$$

طرف راست رابطهٔ ۶-۹۷ در مقطع ۱ تعریف شده است و Δx فاصلهٔ این مقطع تا مقطع بالادست این مقطع می‌باشد (Δx_u). ضمناً در طرف چپ رابطهٔ ۶-۹۷، Δx فاصلهٔ مقطع ۲ تا مقطع پایین‌دست مقطع ۲ را نشان می‌دهد (Δx_d). لذا در هر مقطع می‌توان نوشت:

$$F_۲(h) = \alpha \frac{V^۲}{۲g} - \frac{۱}{۲} S_f \Delta x_d$$

$$F_۱(h) = \alpha \frac{V^۲}{۲g} + \frac{۱}{۲} S_f \Delta x_u$$

$$h_۲ + F_۲(h_۲) = h_۱ + F_۱(h_۱) \qquad (۹۸-۶)$$

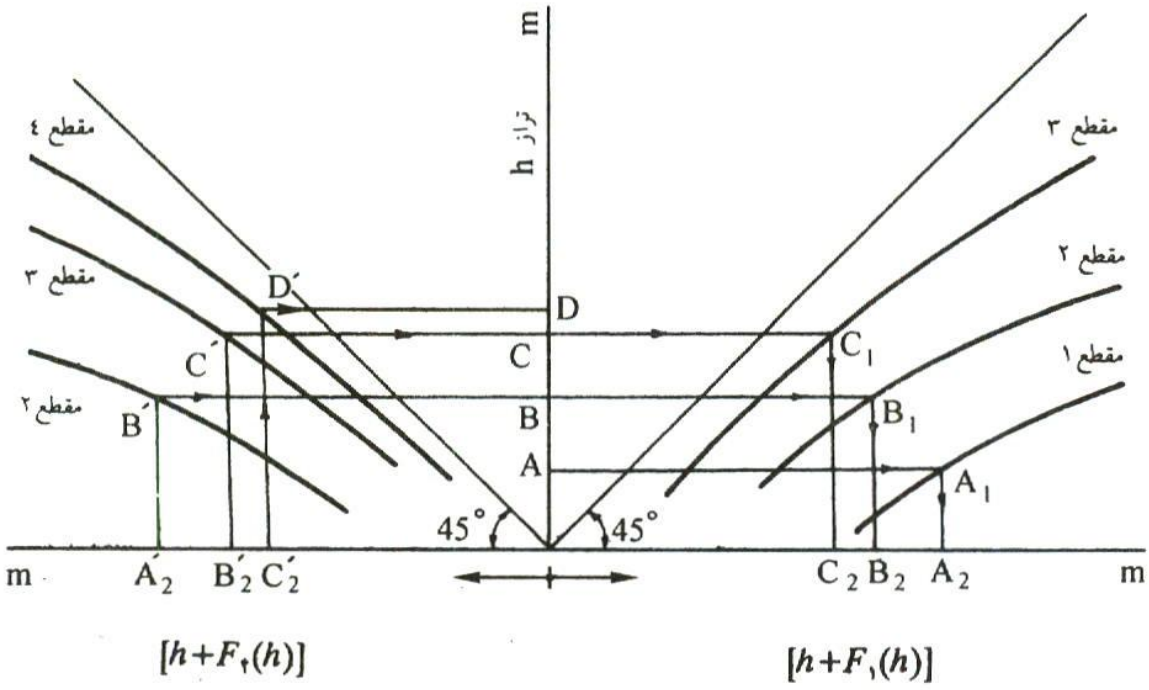
رابطهٔ ۶-۹۸ همان رابطهٔ ۶-۹۷ می‌باشد.

با توجه به رابطهٔ ۶-۹۸ و کمی تفکر می‌توان نتیجه گیری نمود که در هر مقطع از کانال با در نظر گرفتن ترازهای مختلف سطح آب می‌توان مقادیر A ، R ، V ، S_f را به ازاء یک دبی ثابت محاسبه نمود و منحنی‌های $h + F_۱(h)$ و $h + F_۲(h)$ در برابر h را برای آن مقطع مطابق شکل ۶-۱۲ ترسیم نمود. باید در نظر داشت که مقطعی که از آن محاسبات شروع می‌شود فقط دارای منحنی $h + F_۱(h)$ می‌باشد.

Prozhefa.com

با توجه به شکل ۶-۱۲ می‌توان گفت که نقطهٔ A نقطهٔ شروع محاسبات (تراز در مقطع ۱) است. یک خط افقی از نقطهٔ A رسم می‌شود تا منحنی $h + F_1(h)$ مربوط به مقطع ۱ را قطع نماید و از نقطهٔ تقاطع خط قائم A_1A_2 را ترسیم تا نقطهٔ A_2 به‌دست آید. A'_2 قرینهٔ نقطهٔ A_2 نسبت به محور تراز می‌باشد که در طرف چپ، مقدار $h + F_2(h)$ در مقطع ۲ را به‌دست می‌دهد (به معادلهٔ ۶-۹۸ توجه شود) و در نتیجه مقدار ترازو یا به عبارت دیگر عمق در مقطع ۲ به‌دست می‌آید. با داشتن تراز در مقطع ۲ می‌توان این نقطه را به عنوان نقطهٔ شروع مجدد در نظر گرفت و محاسبات را به صورت تکراری تا یافتن پاسخ در هر مقطع تعقیب نمود.

با توجه به زحمت زیاد در ترسیم منحنی‌های لازم، روش اذرا زمانی مناسب می‌باشد که در نظر باشد با یک دبی ثابت نیمرخهای سطح آب از نقاط شروع متفاوت محاسبه گردند.



شکل ۶-۱۲ روش اذرا

۶-۴ ارتباط دو دریاچه

یکی از مسائل جالب توجه و نسبتاً پیچیده در تحلیل جریانهای متغیر تدریجی عبارت است از تعیین چگونگی شکل‌گیری جریان و نهایتاً تعیین میزان دبی جاری شده در کانالی که دو مخزن آب یا دو دریاچه را به یکدیگر متصل می‌کند. این موضوع که به مسألهٔ دو دریاچه (The Two-Lake Problem) یا نقش شرایط انتهایی (Role of End Conditions) در میزان جریان موسوم است، نخستین‌بار

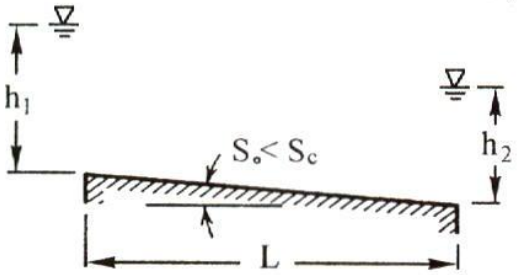
Prozhefa.com

به وسیلهٔ Bakhmateff (۱۹۳۲) و سپس به وسیلهٔ Chow (۱۹۵۹) و Henderson (۱۹۶۶) مورد بررسی قرار گرفته است.

در حالت کلّی کانال ارتباط‌دهنده می‌تواند دارای شیب ملایم یا تند، دارای جریان زیربحرانی یا فوق بحرانی و طولی کوتاه یا بلند باشد. ارتفاع آب در ابتدا و یا انتهای کانال (تراز آب در دو دریاچه) نیز می‌تواند ثابت و یا متغیر فرض گردد (شکل ۶-۱۳) که حالت مختلف مربوطه در این‌جا مورد بحث قرار می‌گیرد. شکل ۶-۱۳ جریان در کانال با شیب ملایم را نشان می‌دهد که روش تشخیص این‌که کانال دارای شیب ملایم و یا تند است در مثال ۶-۱۳ انجام شد.

۶-۴-۱ کانال با شیب ملایم ($S_0 < S_c$)

۶-۴-۱-۱ تراز آب در بالا دست (h_1) ثابت و در پایین دست (h_2) متغیّر در این حالت به علّت ثابت بودن تراز آب در دریاچهٔ بالادست، مقدار h_1 ثابت می‌باشد اما مقدار h_2 به علّت نوسان سطح آب در دریاچهٔ پایین‌دست متغیّر می‌باشد. با تغییرات h_2 مقدار دبی جاری شده در کانال تغییر می‌کند و نیمرخ سطح آب نیز حالات مختلفی را به خود می‌گیرد. هدف در این‌جا این می‌باشد که منحنی تغییرات Q در برابر h_2 ترسیم گردد. چنین ترسیمی به صورت شماتیک در شکل ۶-۱۴-ب نشان داده شده است.



شکل ۶-۱۳ ارتباط دو دریاچه

۱- اگر $h_2 = h_1 + S_0 L$ و یا به عبارتی سطح آب دو دریاچه در یک تراز باشد، نیمرخ سطح آب در کانال افقی و دبی مساوی صفر می‌باشد. بدیهی است در صورتی‌که $h_2 > h_1 + S_0 L$ باشد جهت جریان از سمت دریاچهٔ شمارهٔ ۲ به دریاچهٔ شمارهٔ ۱ بوده که مسئله عکس حالتی است که بحث می‌گردد. نقطهٔ با دبی صفر با نماد O' در شکل ۶-۱۴ ب نشان داده شده است.

۲- با کاهش تدریجی h_2 بر میزان شدّت جریان آب در کانال افزوده شده و تا زمانی‌که h_2 بزرگتر از عمق نرمال کانال باشد ($h_2 > y_0$) نیمرخ $M1$ به‌وجود خواهد آمد. با این فرض حدّ بالایی این حالت زمانی است که $h_2 = h_1 + S_0 L$ باشد و حدّ پایینی آن موقعی است که $h_2 = y_0$ باشد که y_0 همان عمق نرمال جریان است. نقطهٔ با جریان نرمال با نماد O در شکل ۶-۱۴ ب نشان داده شده

Prozhefa.com

است. عمق نرمال (y_0) را می‌توان با نوشتن معادلهٔ انرژی بین سطح دریاچه و ابتدای کانال به صورت زیر به‌دست آورد:

$$h_1 = y_0 + \frac{Q_0^2}{2gA_0^2} \qquad (۹۹-۶)$$

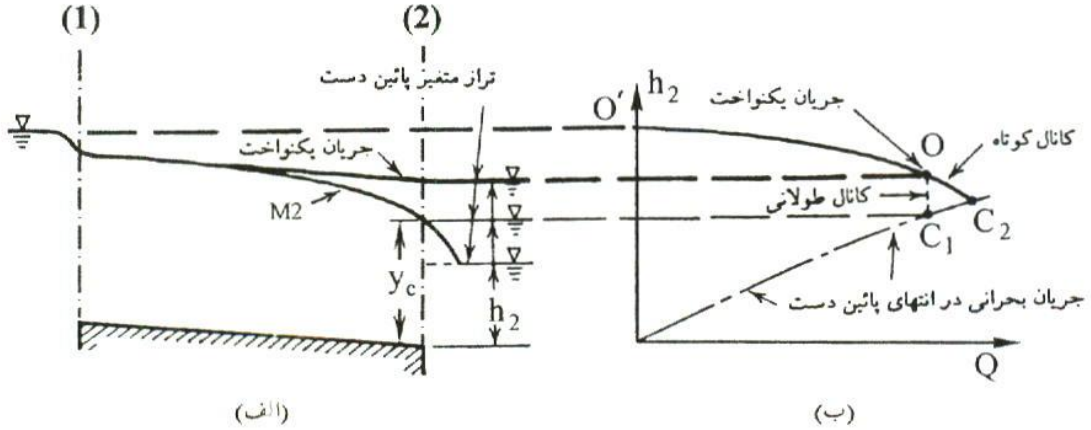
$$Q_0 = \frac{1}{n} S_0^{1/2} R_0^{2/3} A_0 \qquad (۱۰۰-۶)$$

از دو معادلهٔ ۶-۹۹ و ۶-۱۰۰ و با آزمون و خطا مقادیر $y_0 = h_2$ و Q_0 و به عبارت دیگر دبی نرمال و یا دبی در نقطهٔ O بر روی شکل ۶-۱۴ ب به‌دست خواهد آمد.

لازم به توضیح است که در نوشتن معادلات ۶-۹۹ و ۶-۱۰۰ از افت انرژی موضعی در بدو ورود آب به کانال صرفنظر گردیده است ولی ارتفاع معادل سرعت در محاسبات منظور گردیده است. گاهی از ارتفاع معادل سرعت نیز در بدو ورود آب به کانال صرفنظر می‌گردد که فرض چندان صحیحی نمی‌باشد.

۳- در جهت تکمیل منحنی آبدهی دریاچه بین دو نقطهٔ O' و O می‌توان یک دبی دلخواه بین صفر و دبی نرمال (Q_0) انتخاب نمود. با نوشتن معادلهٔ انرژی می‌توان عمق آب را در ابتدای ورود به کانال محاسبه نمود. با این محاسبه، می‌توان نیمرخ $M1$ شکل گرفته را از بالادست به پایین‌دست محاسبه نمود به گونه‌ای که عمق آب در انتهای کانال به‌دست آید. این عمق انتهایی به عنوان تراز آب در دریاچهٔ پایین‌دست (h_2) در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه یک نقطه بین دو نقطه O' و O در جهت ترسیم منحنی آبدهی دریاچه به‌دست می‌آید.

۴- چنانچه مقدار h_2 از عمق نرمال نیز کمتر شود نیمرخ سطح آب از نوع $M2$ می‌باشد و مقدار دبی، بسته به این‌که کانال طولانی و یا کوتاه باشد، می‌تواند کاهش یافته و یا ثابت باقی بماند. به عبارت دیگر در صورت طولانی بودن کانال یعنی زمانی که طول کانال از طول نیمرخ جریان متغیّر



شکل ۶-۱۴ ارتباط دو دریاچه - تراز آب در بالادست ثابت

Prozhefa.com

تدریجی بیشتر باشد، نیمرخ جریان متغیّر که از پایین‌دست شروع می‌شود قبل از رسیدن به دریاچهٔ بالادست به عمق نرمال کانال ختم می‌شود و دبی ورودی به کانال را از جهت بالادست تحت تأثیر قرار نمی‌دهد و مقدار دبی Q_0 در این حالت ثابت باقی می‌ماند (در طول خط قائم OC_1). امّا اگر کانال کوتاه باشد، باکاهش مقدار h_2 در این مرحله، دبی مجدداً افزایش یافته و منحنی مسیر OC_2 در شکل ۶-۱۴ ب را طی خواهد نمود. برای تشخیص این‌که کانال طولانی و یا کوتاه است می‌توان فرض نمود که کانال طولانی است و در نتیجه Q در نقطهٔ C_1 همان مقدار Q_0 و در شرایط بحرانی خواهد بود و با استفاده از رابطهٔ زیر می‌توان مقدار عمق بحرانی یعنی تراز آب در دریاچهٔ پایین‌دست را محاسبه نمود:

$$\frac{Q_0^2 T}{gA^3} = 1 \quad \Rightarrow \quad y_c = h_2 \qquad (۶-۱۰۱)$$

در نتیجه می‌توان نیمرخ M۲ را از $h_2 = y_c$ شروع به محاسبه نمود که اگر دریاچهٔ بالادست را تحت تأثیر قرارندهد، فرض طولانی بودن کانال صحیح می‌باشد و منحنی آبدهی دریاچه کامل می‌باشد در غیراین‌صورت فرض انجام شده غلط است و کانال کوتاه می‌باشد. این مسأله به این معنی است که باید در جهت یافتن نقطهٔ C_2 کوشش نمود. در این راستا می‌توان به دو روش عمل نمود. در روش اوّل می‌توان یک دبی فرضی بیش از Q_0 در نظر گرفت و عمق بحرانی متناسب با آن را از رابطه‌ای مشابه رابطهٔ ۶-۱۰۱ پیدا نمود. سپس با این عمق بحرانی نیمرخ سطح آب را از پایین‌دست محاسبه نمود و در صورتی‌که نیمرخ محاسبه شده تراز آب h_1 را ارضاء نمود، دبی انتخابی صحیح بوده و نقطهٔ C_2 با دبی Q و شرط $h_2 = y_c$ پذیرفته می‌شود. در غیراین‌صورت باید دبی فرضی را تغییر داد تا شرط h_1 ارضاء گردد. این روش طولانی می‌باشد و نیاز به محاسبهٔ چندین نیمرخ خواهد داشت. روش دوّم به‌روش حل همزمان موسوم است که امروزه با توجّه به الگوریتم‌ها و نرم‌افزارهای موجود در حل معادلات غیرخطّی به‌راحتی انجام می‌پذیرد. در روش حل همزمان کانال مورد نظر به N بازه تقسیم می‌شود که به‌معنی این‌است که $N + 1$ گره در مسیر وجود خواهندداشت. تعدادمجهولات‌مسأله $N + 2$ می‌باشدکه $N+1$ مجهول‌مربوط‌به $N + 1$ عمق در گره‌های ابتدائی و انتهایی هر بازه می‌باشد و مجهول دیگر دبی جریان یافته می‌شود. تعداد معادلات در دست N می‌باشد که شامل N معادلهٔ انرژی بین گره ابتدائی و انتهائی هر بازه می‌باشد. ۲ معادلهٔ دیگر در جهت حل مسأله از شرایط ابتدائی و انتهائی کانال به دست می‌آیند، یعنی:

معادلهٔ انرژی در گره اوّل در ابتدای کانال

$$h_1 = y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2}$$

شرط بحرانی در گرهٔ آخر در انتهای کانال

$$\frac{Q^2 T_{N+1}}{gA_{N+1}^3} = 1$$

Prozhefa.com

همانطور که گفته شد N معادلهٔ انرژی نیز به شرح زیر وجود خواهند داشت:

$$y_i + \frac{Q^2}{2gA_i^2} + S_0\Delta x + \frac{1}{2}(S_{fi} + S_{fi+1})\Delta x = y_{i+1} + \frac{Q^2}{2gA_{i+1}^2} \qquad (۱۰۲-۶)$$

در معادلهٔ ۶-۱۰۲، Δx طول هر بازه و S_{fi} و S_{fi+1} شیب‌های خط انرژی در مقاطع i و $i+1$ می‌باشند. شیب‌های خط انرژی از معادلهٔ مانینگ به‌دست می‌آیند. از حلّ همزمان این معادلات غیرخطّی، دبی جریان (Q) و عمق آب در پایین‌دست به‌دست می‌آید. به عبارت دیگر نقطهٔ C_2 تثبیت می‌گردد.

لازم به توضیح است که روش حل همزمان یک روش جامع می‌باشد که هم شکل نیمرخ و هم دبی جاری شده را به‌راحتی به‌دست می‌دهد. در این روش حتّی نیاز به تشخیص این‌که کانال طولانی یا کوتاه باشد نمی‌باشد و این مسأله به‌صورت خود به خود روشن می‌گردد.

۵- بین نقطهٔ O و C_2 می‌توان یک دبی فرضی بین Q_0 و Q (در C_2) فرض نمود و بعد مشابه آنچه در بند ۲ در محاسبهٔ نیمرخ $M1$ گفته شد به تکمیل منحنی آبدهی دریاچه پرداخت.

مثال ۶-۱۶

یک کانال مستطیلی به طول ۶۰m و با مشخّصات $b = 20\text{m}$، $\alpha = 1$، $n = 0/025$ و $S_0 = 0/004$ دو دریاچه را به یکدیگر متصل می‌کند. اگر تراز آب در بالادست کانال ثابت و به‌اندازهٔ ۲m بالاتر از کف کانال باشد، مشخّصات نقاط O' و O و C_1 یا C_2 را بر روی منحنی آبدهی دریاچه بالادست به دست آورید.

حل:

چنانچه $h_2 = h_1 + S_0L = 2 + 0/004 \times 60 = 2/24\text{m}$ باشد، نیمرخ جریان افقی و مقدار دبی مساوی صفر می‌باشد. این محاسبه وضعیت نقطهٔ O' را مشخّص می‌کند.

برای محاسبهٔ دبی نرمال و عمق نرمال می‌توان روابط ۶-۹۹ و ۶-۱۰۰ را به کار برد یعنی:

$$2 = y_0 + \frac{Q_0^2}{2 \times 9/81 \times (20y_0)^2}$$

$$Q_0 = \frac{1}{n}(0/004)^{1/2}\left(\frac{20y_0}{20 + 2y_0}\right)^{2/3}(20y_0)$$

که از حلّ همزمان این دو معادله، $y_0 = 1/526\text{m}$ و $Q_0 = 93/079\text{m}^3/\text{s}$ به‌دست خواهند آمد. این حلّ موقعیت نقطهٔ O را مشخّص می‌کند. به ازاء دبی Q_0 عمق بحرانی برابر ۱/۳۰m بدست می‌آید که ملایم بودن شیب را نشان می‌دهد.

به منظور تشخیص این‌که کانال طولانی و یا کوتاه می‌باشد و پیداکردن موقعیّت C_1 و C_2

Prozhefa.com

می‌توان با انتخاب فقط دو بازه (یا سه گره)، نوشتن معادلات غیرخطی لازمه و حلّ همزمان آنها نتیجهٔ لازمه را به‌دست آورد. معادلات به شرح زیر می‌باشند:

معادلهٔ انرژی در ابتدای ورود آب به کانال

$$y_1 + \frac{Q^2}{2 \times 9/81 \times (20y_1)^2} = 2$$

$$y_2 - y_1 - 0/12 + \frac{1}{2 \times 9/81}\left(\frac{Q^2}{400y_2^2} - \frac{Q^2}{400y_1^2}\right) + 15\left[\frac{Q^2 \times (0/025)^2}{(20y_1)^2\left(\frac{20y_1}{20+2y_1}\right)^{1/333}}\right.$$

$$\left. + \frac{Q^2 \times (0/025)^2}{(20y_2)^2\left(\frac{20y_2}{20+2y_2}\right)^{1/333}}\right] = 0$$

$$y_3 - y_2 - 0/12 + \frac{1}{2 \times 9/81}\left(\frac{Q^2}{400y_3^2} - \frac{Q^2}{400y_2^2}\right) + 15\left[\frac{Q^2 \times (0/025)^2}{(20y_2^2)\left(\frac{20y_2}{20+2y_2}\right)^{1/333}}\right.$$

$$\left. + \frac{Q^2 \times (0/025)^2}{(20y_3)^2\left(\frac{20y_3}{20+2y_3}\right)^{1/333}}\right] = 0$$

شرط بحرانی در مقطع ۳

$$Q^2 - 9/81 \times 400 \times y_3^3 = 0$$

حل همزمان این معادلات با استفاده از نرم‌افزار MathCad انجام شده است و نتایج زیر حاصل شده است:

$y_1 = 1/52\text{m}$ $\quad y_2 = 1/512$

$y_3 = 1/304\ \text{m}$ $\quad Q = 93/2\ \text{m}^3/\text{s}$

این مقادیر نشان می‌دهد که بین دبی Q و Q_0 تفاوت محسوسی وجود ندارد و کانال تقریباً طولانی می‌باشد. که حتّی اگر کانال کوتاه هم فرض شود $Q = 93/2\text{m}^3/\text{s}$ و $h_2 = 1/304\text{m}$ موقعیّت نقطهٔ C_2 را بر روی منحنی آبدهی رودخانه نشان می‌دهند. لازم به یادآوری می‌باشد که در حقیقت نقاط O' ، O و C_1 یا C_2 نقاط کلیدی منحنی آبدهی می‌باشند و روش تعیین نقاط بینابینی در بخش ۶-۴-۱-۱ به تفضیل مورد بحث قرار گرفت.

Prozhefa.com

با توجّه به این‌که حل همزمان با استفاده از یک نرم‌افزار آماده و به سهولت صورت گرفت، مسأله با طول کانالهای ۲۰m و ۱۰m نیز در جهت پیداکردن نقطهٔ C_1 یا C_2 حل گردید که جوابهای جالب توجه زیر به‌دست آمد. اگر طول کانال ۲۰m باشد:

$Q = ۹۴/۶۵۹ \ m^3/s$

$h_2 = y_3 = ۱/۳۱۷m$

اگر طول کانال ۱۰m باشد:

$Q = ۹۵/۳۴۲ \ m^3/s$

$h_2 = y_3 = ۱/۳۲۳m$

چنانکه انتظار می‌رود با کاهش طول کانال مقدار دبی در نقطهٔ C_2 افزایش می‌یابد که در حالتی که طول کانال ۱۰m باشد مقدار $Q = ۹۵/۳۴۲ \ m^3/s$ نشان می‌دهد که کانال کوتاه است.

اگر طول کانال را باز هم کوتاه نماییم مقدار Q در نقطهٔ C_2 از $۹۶/۴۴۳ m^3/s$ بیشتر نخواهد شد (چرا؟)

۶-۴-۱-۲ تراز آب در پایین دست (h_2) ثابت و در بالادست (h_1) متغیر در این‌جا نیز همان موقعیت‌های بحث شده در قسمت ۶-۴-۱-۱ قابل بررسی است (شکل ۶-۱۵ الف)

۱- هرگاه $h_2 = h_1 + S_0 L$ باشد، خط جریان افقی و دبی مساوی صفر خواهد بود (شکل ۶-۱۵ ب). در شکل ۶-۱۵ تراز آب در دریاچه پایین‌دست برابر ارتفاع کف کانال در نقطهٔ ابتدای کانال می‌باشد و در نتیجه منحنی آبدهی از مبدأ عبور نموده است.

۲- با افزایش مقدار h_1 و تا قبل از رسیدن به شرط $h_2 = y_0$، ضمن افزایش میزان دبی (که در هر حال کمتر از Q_0 است)، نیمرخ نوع $M1$ به‌وجود خواهد آمد. در این‌جا نیز دبی بین صفر و Q_0 انتخاب شده و به ازای آن و با استفاده از روش حل جریانهای متغیر تدریجی و داشتن h_2، نیمرخ سطح آب محاسبه و مقدار h_1 مربوطه به‌دست می‌آید.

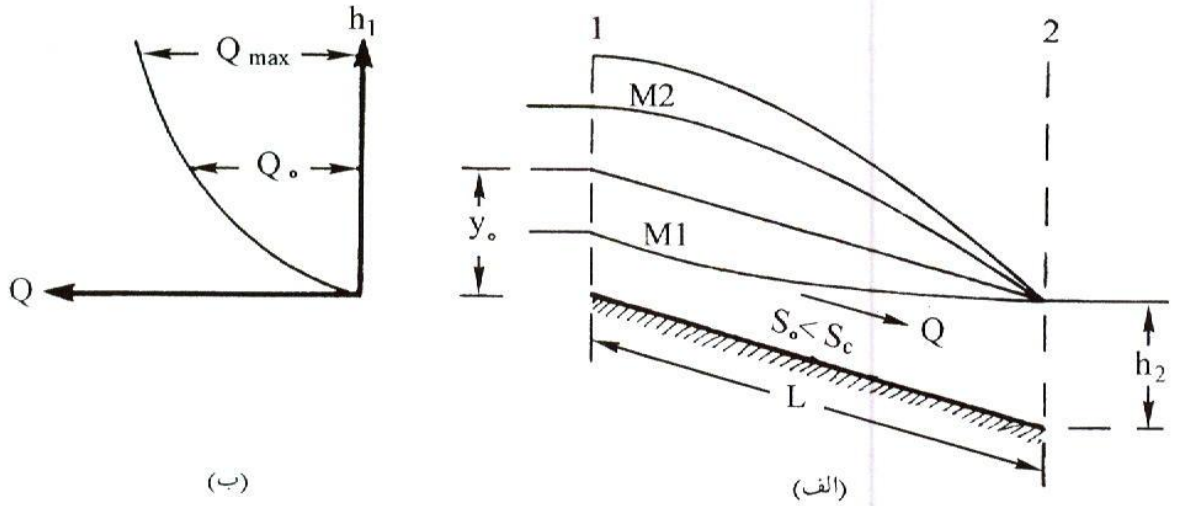
۳- چنانچه $h_2 = y_0$ باشد، جریان نرمال برقرار گشته و مقدار دبی از معادلهٔ مانینگ به‌دست می‌آید. تراز h_1 متناسب با y_0 نیز با استفاده از معادلهٔ انرژی به‌دست می‌آید.

۴- حداکثر دبی در موقعیتی حاصل خواهد شد که h_1 از y_0 به اندازه‌ای بیشتر شود (y_m) که h_2 عمق بحرانی مربوطه گردد. در چنین شرایطی و برای کانال مستطیلی خواهیم داشت:

$$Q_{max} = \sqrt{gb^2 y_c^3} = \sqrt{gb^2 h_2^3}$$

بدیهی است چنانچه h_1 از y_m نیز افزایش یابد، ضمن افزایش دبی، مقدار h_2 ثابت نمانده و آن نیز افزایش می‌یابد و نتیجتاً فرض مسأله تغییر خواهد نمود.

Prozhefa.com



شکل ۶-۱۵ ارتباط دو دریاچه - تراز آب در پایین‌دست ثابت

۵- در حد واسط حالات ۳ و ۴، نیمرخ نوع $M2$ تشکیل می‌شود که برای محاسبهٔ آن و تعیین ارتباط بین دبی و h_1، مشابه حالت ۲ عمل می‌گردد.

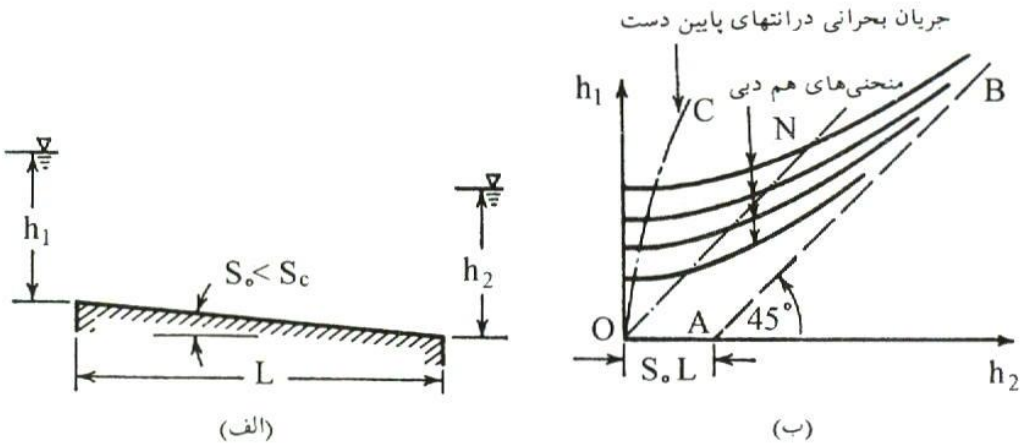
لازم به توضیح است که در جهت دقّت بیشتر، بهتر است همواره ارتفاع معادل سرعت در ابتدای ورود به کانال را در محاسبات منظور نمود.

۶-۴-۱-۳ تراز متغیر در دو دریاچه برای حل این‌گونه مسایل، بهترین راه عبارت است از رسم خطوط هم دبی در روی صفحه h_1-h_2 (شکل ۶-۱۶) که h_1 و h_2 به‌ترتیب معین کنندهٔ تراز آب در دریاچه‌های بالادست و پایین‌دست می‌باشند.

چنانچه $h_2 = h_1 + S_0 L$ باشد، خط جریان مستقیم و افقی بوده و دبی برابر صفر می‌باشد. این حالت که به‌صورت خط AB در روی شکل ۶-۱۶ ب نمایش داده شده است و نسبت به محور h_2 زاویهٔ $45°$ می‌سازد، حدی و به عبارتی مجانبی است برای جمیع منحنی‌های هم دبی که در سمت چپ و در بالای این خط رسم می‌شوند. به عبارت دیگر چنانچه بخواهیم منحنی تغییرات h_1 و h_2 را برای یک دبی ثابت رسم نمائیم، با افزایش h_1 می‌بایست h_2 نیز افزایش یابد (و یا بالعکس) و با توجه به‌این که جریان از سمت دریاچه شمارهٔ ۱ (بالادست) به سمت دریاچهٔ شمارهٔ ۲ (پایین‌دست) است، منحنی مربوطه حتماً در بالای خط AB واقع شده (یعنی $h_2 < h_1 + S_0 L$) و در بینهایت مجانب AB را قطع خواهد کرد. بدین‌ترتیب می‌توان به ازای دبی‌های مختلف، منحنی‌هایی مشابه شکل ۶-۱۶ ب رسم نمود.

برای هر یک از این منحنی‌ها حالتی وجود دارد که چنانچه دبی مربوطه معادل دبی نرمال در نظر گرفته شود $h_1 = h_2 = y_0$ خواهدشدولذا درنقطه‌ای‌نظیر N (شکل ۶-۱۶ ب) ازهر منحنی که در آن $h_1 = h_2$ است، عمق نرمال و جریان یکنواخت در کانال برقرار می‌باشد. با این تعریف چنانچه خط مستقیم ON با زاویهٔ $45°$ نسبت به محورها رسم گردد، هر نقطه از منحنی‌ها راکه قطع نماید، آن نقطه و به ازای دبی

Prozhefa.com



شکل ۶-۱۶ ارتباط دو دریاچه - تراز آب در دو دریاچه متغیر

مربوطه، عمق نرمال را ارائه می‌نماید. لازم به توضیح است که در این بیان و ترسیم ON با زاویهٔ ثابت $45°$، از ارتفاع معادل سرعت در بدو ورود به کانال صرفنظر شده است که فرض چندان صحیحی نمی‌باشد.

بدیهی است برای هر دبی معین، حالتی وجود دارد که در آن h_2 به گونه‌ای کاهش یافته که معادل y_c مربوط به دبی مورد نظر می‌باشد که منحنی OC در روی شکل نقاط متعلق به مجموعهٔ منحنی‌های هم دبی راکه در آن نقاط $h_2 = y_c$ می‌باشد معین می‌نماید.

قابل ذکر است که براساس استدلال قبل، چنانچه h_2 از y_c نیز کمتر شود و h_1 ثابت بماند، مقدار دبی کاهش نیافته و ثابت می‌ماند و لذا منحنی‌های هم‌دبی در قسمت سمت چپ منحنی OC افقی (موازی محور h_2) و عمود بر محور h_1 می‌باشند.

با داشتن این منحنی‌ها، می‌توان به ازای هر مقدار h_1 و h_2 دبی مربوطه و یا با داشتن دبی و یکی از مقادیر h_1 و h_2 ، دیگری را معین نمود.

۶-۴-۲ کانال با شیب تند ($S_0 > S_c$)

شیب تند معمولاً مربوط به کانالهای کوتاه می‌باشد که در این حالت جریان در کانال فوق بحرانی و عدد فرود بیش از یک خواهد بود. از آن جاکه جریان در فاصلهٔ بسیار کوتاهی از بالادست، به حالت فوق بحرانی تبدیل خواهد شد، می‌توان فرض نمود که در ورودی کانال عمق بحرانی وجود داشته و لذا با داشتن $E = h_1$ ، مقدار y_c و نهایتاً دبی راکه در هر صورت تنها تابعی از شرایط بالادست (h_1) است محاسبه نمود.

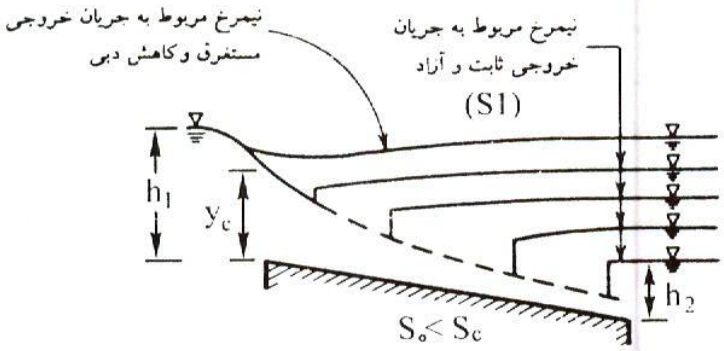
در مورد نیمرخ‌های ایجاد شده نیز قابل ذکر است که چنانچه h_2 کوچکتر از عمق جریان در انتهای کانال باشد، آب پس از ورود به کانال و عبور از عمق بحرانی، تشکیل نیمرخ S۲ را داده و سپس به‌سمت عمق نرمال y_0 نزدیک خواهد شد و مقدار y_0 با توجه به مشخصات کانال و میزان دبی (که قبلاً محاسبه شده است) به‌دست می‌آید.

چنانچه h_2 از عمق جریان درانتهای کانال بیشتر گردد، بتدریج روی نیمرخ جریان تأثیر گذاشته و آب در

Prozhefa.com

ضمن رسیدن به‌نزدیکی‌های دریاچهٔ پایین‌دست و برای رسانیدن ارتفاع به مقدار h_2 ، ایجاد پرش می‌نماید.

در این‌صورت و در پایین‌دست نیمرخ نوع $S1$ ایجاد می‌گردد. با افزایش مقدار h_2 ، طول نیمرخ $S1$ افزایش و ارتفاع پرش کاهش یافته و نیمرخ مذکور به سمت بالادست حرکت می‌کند. بالاترین حد نیمرخ $S1$ موقعی خواهد بود که $h_2 = h_1 + S_0 L$ باشد که در این‌صورت مقدار دبی عملاً صفر و سطح جریان مربوطه تقریباً افقی خواهد بود (شکل ۶-۱۷).



شکل ۶-۱۷ ارتباط دو دریاچه - شیب تند

جدول محاسبهٔ $F(u, N)$ برای شیب مثبت

u \ N	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.02	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020
0.04	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040
0.06	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
0.08	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080
0.10	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
0.12	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120
0.14	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140
0.16	0.161	0.161	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160
0.18	0.181	0.181	0.181	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180
0.20	0.202	0.201	0.201	0.201	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
0.22	0.223	0.222	0.221	0.221	0.221	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220
0.24	0.244	0.243	0.242	0.241	0.241	0.241	0.240	0.240	0.240	0.240
0.26	0.265	0.263	0.262	0.262	0.261	0.261	0.261	0.260	0.260	0.260
0.28	0.286	0.284	0.283	0.282	0.282	0.281	0.281	0.281	0.280	0.280
0.30	0.307	0.305	0.304	0.303	0.302	0.302	0.301	0.301	0.301	0.300
0.32	0.329	0.326	0.325	0.324	0.323	0.322	0.322	0.321	0.321	0.321
0.34	0.351	0.348	0.346	0.344	0.343	0.343	0.342	0.342	0.341	0.341
0.36	0.372	0.369	0.367	0.366	0.364	0.363	0.363	0.362	0.362	0.361
0.38	0.395	0.392	0.389	0.387	0.385	0.384	0.383	0.383	0.382	0.382

Prozhefa.com

u \ N	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
0.40	0.418	0.414	0.411	0.408	0.407	0.405	0.404	0.403	0.403	0.402
0.42	0.442	0.437	0.433	0.430	0.428	0.426	0.425	0.424	0.423	0.423
0.44	0.465	0.460	0.456	0.452	0.450	0.448	0.446	0.445	0.444	0.443
0.46	0.480	0.483	0.479	0.475	0.472	0.470	0.468	0.466	0.465	0.464
0.48	0.514	0.507	0.502	0.497	0.494	0.492	0.489	0.488	0.486	0.485
0.50	0.539	0.531	0.525	0.521	0.517	0.514	0.511	0.509	0.508	0.506
0.52	0.565	0.557	0.550	0.544	0.540	0.536	0.534	0.531	0.529	0.528
0.54	0.592	0.582	0.574	0.568	0.563	0.559	0.556	0.554	0.551	0.550
0.56	0.619	0.608	0.599	0.593	0.587	0.583	0.579	0.576	0.574	0.572
0.58	0.648	0.635	0.626	0.618	0.612	0.607	0.603	0.599	0.596	0.594
0.60	0.676	0.663	0.653	0.644	0.637	0.631	0.627	0.623	0.620	0.617
0.61	0.691	0.678	0.667	0.657	0.650	0.644	0.639	0.635	0.631	0.628
0.62	0.706	0.692	0.680	0.671	0.663	0.657	0.651	0.647	0.643	0.640
0.63	0.722	0.707	0.694	0.684	0.676	0.669	0.664	0.659	0.655	0.652
0.64	0.738	0.722	0.709	0.698	0.690	0.683	0.677	0.672	0.667	0.664
0.65	0.754	0.737	0.724	0.712	0.703	0.696	0.689	0.684	0.680	0.676
0.66	0.771	0.753	0.738	0.727	0.717	0.709	0.703	0.697	0.692	0.688
0.67	0.787	0.769	0.754	0.742	0.731	0.723	0.716	0.710	0.705	0.701
0.68	0.804	0.785	0.769	0.757	0.746	0.737	0.729	0.723	0.718	0.713
0.69	0.822	0.804	0.785	0.772	0.761	0.751	0.743	0.737	0.731	0.726
0.70	0.840	0.819	0.802	0.787	0.776	0.766	0.757	0.750	0.744	0.739
0.71	0.858	0.836	0.819	0.804	0.791	0.781	0.772	0.764	0.758	0.752
0.72	0.878	0.855	0.836	0.820	0.807	0.796	0.786	0.779	0.772	0.766
0.73	0.898	0.874	0.854	0.837	0.823	0.811	0.802	0.793	0.786	0.780
0.74	0.918	0.892	0.868	0.854	0.840	0.827	0.817	0.808	0.800	0.794
0.75	0.940	0.913	0.890	0.872	0.857	0.844	0.833	0.823	0.815	0.808
0.76	0.961	0.933	0.909	0.890	0.874	0.861	0.849	0.839	0.830	0.823
0.77	0.985	0.954	0.930	0.909	0.892	0.878	0.866	0.855	0.846	0.838
0.78	1.007	0.976	0.950	0.929	0.911	0.896	0.883	0.872	0.862	0.854
0.79	1.031	0.998	0.971	0.940	0.930	0.914	0.901	0.889	0.879	0.870
0.80	1.056	1.022	0.994	0.970	0.950	0.934	0.919	0.907	0.896	0.887
0.81	1.083	1.046	1.017	0.992	0.971	0.954	0.938	0.925	0.914	0.904
0.82	1.110	1.072	1.041	1.015	0.993	0.974	0.958	0.945	0.932	0.922
0.83	1.139	1.099	1.067	1.039	1.016	0.996	0.979	0.965	0.952	0.940
0.84	1.171	1.129	1.094	1.064	1.040	1.019	1.001	0.985	0.972	0.960
0.85	1.201	1.157	1.121	1.091	1.065	1.043	1.024	1.007	0.993	0.980
0.86	1.238	1.192	1.153	1.119	1.092	1.068	1.048	1.031	1.015	1.002
0.87	1.272	1.223	1.182	1.149	1.120	1.095	1.074	1.055	1.039	1.025
0.88	1.314	1.262	1.228	1.181	1.151	1.124	1.101	1.081	1.064	1.049
0.89	1.357	1.302	1.255	1.216	1.183	1.155	1.131	1.110	1.091	1.075

Prozhefa.com

u \ N	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
0.90	1.401	1.343	1.294	1.253	1.218	1.189	1.163	1.140	1.120	1.103
0.91	1.452	1.389	1.338	1.294	1.257	1.225	1.197	1.173	1.152	1.133
0.92	1.505	1.438	1.351	1.340	1.300	1.266	1.236	1.210	1.187	1.166
0.93	1.564	1.493	1.435	1.391	1.348	1.311	1.279	1.251	1.226	1.204
0.94	1.645	1.568	1.504	1.449	1.403	1.363	1.328	1.297	1.270	1.246
0.950	1.737	1.652	1.582	1.518	1.467	1.423	1.385	1.352	1.322	1.296
0.960	1.833	1.741	1.665	1.601	1.545	1.497	1.454	1.417	1.385	1.355
0.970	1.969	1.866	1.780	1.707	1.644	1.590	1.543	1.501	1.464	1.431
0.975	2.055	1.945	1.853	1.773	1.707	1.649	1.598	1.554	1.514	1.479
0.980	2.164	2.045	1.946	1.855	1.783	1.720	1.666	1.617	1.575	1.536
0.985	2.294	2.165	2.056	1.959	1.880	1.812	1.752	1.699	1.652	1.610
0.990	2.477	2.333	2.212	2.106	2.017	1.940	1.873	1.814	1.761	1.714
0.995	2.792	2.621	2.478	2.355	2.250	2.159	2.070	2.008	1.945	1.889
0.999	3.523	3.292	3.097	2.931	2.788	2.663	2.554	2.457	2.370	2.293
1.000	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1.001	3.317	2.931	2.640	2.399	2.184	2.008	1.856	1.725	1.610	1.508
1.005	2.587	2.266	2.022	1.818	1.679	1.506	1.384	1.279	1.188	1.107
1.010	2.273	1.977	1.757	1.572	1.419	1.291	1.182	1.089	1.007	0.936
1.015	2.090	1.807	1.602	1.428	1.286	1.166	1.065	0.978	0.902	0.836
1.020	1.961	1.711	1.493	1.327	1.191	1.078	0.982	0.900	0.828	0.766
1.03	1.779	1.531	1.340	1.186	1.060	0.955	0.866	0.790	0.725	0.668
1.04	1.651	1.410	1.232	1.086	0.967	0.868	0.785	0.714	0.653	0.600
1.05	1.552	1.334	1.150	1.010	0.896	0.802	0.723	0.656	0.598	0.548
1.06	1.472	1.250	1.082	0.948	0.838	0.748	0.672	0.608	0.553	0.506
1.07	1.404	1.195	1.026	0.896	0.790	0.703	0.630	0.569	0.516	0.471
1.08	1.346	1.139	0.978	0.851	0.749	0.665	0.595	0.535	0.485	0.441
1.09	1.295	1.089	0.935	0.812	0.713	0.631	0.563	0.506	0.457	0.415
1.10	1.250	1.050	0.897	0.777	0.681	0.601	0.536	0.480	0.433	0.392
1.11	1.209	1.014	0.864	0.746	0.652	0.575	0.511	0.457	0.411	0.372
1.12	1.172	0.981	0.833	0.718	0.626	0.551	0.488	0.436	0.392	0.354
1.13	1.138	0.950	0.805	0.692	0.602	0.529	0.468	0.417	0.374	0.337
1.14	1.107	0.921	0.780	0.669	0.581	0.509	0.450	0.400	0.358	0.322
1.15	1.078	0.892	0.756	0.647	0.561	0.490	0.432	0.384	0.343	0.308
1.16	1.052	0.870	0.734	0.627	0.542	0.473	0.417	0.369	0.329	0.295
1.17	1.027	0.850	0.713	0.608	0.525	0.458	0.402	0.356	0.317	0.283
1.18	1.003	0.825	0.694	0.591	0.509	0.443	0.388	0.343	0.305	0.272
1.19	0.981	0.810	0.676	0.574	0.494	0.429	0.375	0.331	0.294	0.262
1.20	0.960	0.787	0.659	0.559	0.480	0.416	0.363	0.320	0.283	0.252
1.22	0.922	0.755	0.628	0.531	0.454	0.392	0.341	0.299	0.264	0.235
1.24	0.887	0.725	0.600	0.505	0.431	0.371	0.322	0.281	0.248	0.219

Prozhefa.com

u \ N	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
1.26	0.855	0.692	0.574	0.482	0.410	0.351	0.304	0.265	0.233	0.205
1.28	0.827	0.666	0.551	0.461	0.391	0.334	0.288	0.250	0.219	0.193
1.30	0.800	0.644	0.530	0.442	0.373	0.318	0.274	0.237	0.207	0.181
1.32	0.775	0.625	0.510	0.424	0.357	0.304	0.260	0.225	0.196	0.171
1.34	0.752	0.605	0.492	0.408	0.342	0.290	0.248	0.214	0.185	0.162
1.36	0.731	0.588	0.475	0.393	0.329	0.278	0.237	0.204	0.176	0.153
1.38	0.711	0.567	0.459	0.378	0.316	0.266	0.226	0.194	0.167	0.145
1.40	0.692	0.548	0.444	0.365	0.304	0.256	0.217	0.185	0.159	0.138
1.42	0.674	0.533	0.431	0.353	0.293	0.246	0.208	0.177	0.152	0.131
1.44	0.658	0.517	0.417	0.341	0.282	0.236	0.199	0.169	0.145	0.125
1.46	0.642	0.505	0.405	0.330	0.273	0.227	0.191	0.162	0.139	0.119
1.48	0.627	0.493	0.394	0.320	0.263	0.219	0.184	0.156	0.133	0.113
1.50	0.613	0.480	0.383	0.310	0.255	0.211	0.177	0.149	0.127	0.108
1.55	0.580	0.451	0.358	0.288	0.235	0.194	0.161	0.135	0.114	0.097
1.60	0.551	0.425	0.335	0.269	0.218	0.179	0.148	0.123	0.103	0.087
1.65	0.525	0.402	0.316	0.251	0.203	0.165	0.136	0.113	0.094	0.079
1.70	0.501	0.381	0.298	0.236	0.189	0.153	0.125	0.103	0.086	0.072
1.75	0.480	0.362	0.282	0.222	0.177	0.143	0.116	0.095	0.079	0.065
1.80	0.460	0.349	0.267	0.209	0.166	0.133	0.108	0.088	0.072	0.060
1.85	0.442	0.332	0.254	0.198	0.156	0.125	0.100	0.082	0.067	0.055
1.90	0.425	0.315	0.242	0.188	0.147	0.117	0.094	0.076	0.062	0.050
1.95	0.409	0.304	0.231	0.178	0.139	0.110	0.088	0.070	0.057	0.046
2.00	0.395	0.292	0.221	0.169	0.132	0.104	0.082	0.066	0.053	0.043
2.10	0.369	0.273	0.202	0.154	0.119	0.092	0.073	0.058	0.046	0.037
2.20	0.346	0.253	0.186	0.141	0.107	0.083	0.065	0.051	0.040	0.032
2.3	0.326	0.235	0.173	0.129	0.098	0.075	0.058	0.045	0.035	0.028
2.4	0.308	0.220	0.160	0.119	0.089	0.068	0.052	0.040	0.031	0.024
2.5	0.292	0.207	0.150	0.110	0.082	0.062	0.047	0.036	0.028	0.022
2.6	0.277	0.197	0.140	0.102	0.076	0.057	0.043	0.033	0.025	0.019
2.7	0.264	0.188	0.131	0.095	0.070	0.052	0.039	0.029	0.022	0.017
2.8	0.252	0.176	0.124	0.089	0.065	0.048	0.036	0.027	0.020	0.015
2.9	0.241	0.166	0.117	0.083	0.060	0.044	0.033	0.024	0.018	0.014
3.0	0.230	0.159	0.110	0.078	0.056	0.041	0.030	0.022	0.017	0.012
3.5	0.190	0.126	0.085	0.059	0.041	0.029	0.021	0.015	0.011	0.008
4.0	0.161	0.104	0.069	0.046	0.031	0.022	0.015	0.010	0.007	0.005
4.5	0.139	0.087	0.057	0.037	0.025	0.017	0.011	0.008	0.005	0.004
5.0	0.122	0.076	0.048	0.031	0.020	0.013	0.009	0.006	0.004	0.003
6.0	0.098	0.060	0.036	0.022	0.014	0.009	0.006	0.004	0.002	0.002
7.0	0.081	0.048	0.028	0.017	0.010	0.006	0.004	0.002	0.002	0.001
8.0	0.069	0.040	0.022	0.013	0.008	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001
9.0	0.060	0.034	0.019	0.011	0.006	0.004	0.002	0.001	0.001	0.000
10.0	0.053	0.028	0.016	0.009	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001	0.000

Prozhefa.com

u \ N	4.2	4.6	5.0	5.4	5.8	6.2	6.6	7.0	7.4	7.8
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.02	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020
0.04	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040
0.06	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
0.08	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080
0.10	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
0.12	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120
0.14	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140
0.16	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160
0.18	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180
0.20	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
0.22	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220
0.24	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240
0.26	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260
0.28	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280
0.30	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300
0.32	0.321	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320
0.34	0.341	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340
0.36	0.361	0.361	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360
0.38	0.381	0.381	0.381	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380
0.40	0.402	0.401	0.401	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
0.42	0.422	0.421	0.421	0.421	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420
0.44	0.443	0.442	0.441	0.441	0.441	0.441	0.440	0.440	0.440	0.440
0.46	0.463	0.462	0.462	0.461	0.461	0.461	0.460	0.460	0.460	0.460
0.48	0.484	0.483	0.482	0.481	0.481	0.481	0.480	0.480	0.480	0.480
0.50	0.505	0.504	0.503	0.502	0.501	0.501	0.501	0.500	0.500	0.500
0.52	0.527	0.525	0.523	0.522	0.522	0.521	0.521	0.521	0.520	0.520
0.54	0.548	0.546	0.544	0.543	0.542	0.542	0.541	0.541	0.541	0.541
0.56	0.570	0.567	0.565	0.564	0.563	0.562	0.562	0.561	0.561	0.561
0.58	0.592	0.589	0.587	0.585	0.583	0.583	0.582	0.582	0.581	0.581
0.60	0.614	0.611	0.608	0.606	0.605	0.604	0.603	0.602	0.602	0.601
0.61	0.626	0.622	0.619	0.617	0.615	0.614	0.613	0.612	0.612	0.611
0.62	0.637	0.633	0.630	0.628	0.626	0.625	0.624	0.623	0.622	0.622
0.63	0.649	0.644	0.641	0.638	0.636	0.635	0.634	0.633	0.632	0.632
0.64	0.661	0.656	0.652	0.649	0.647	0.646	0.645	0.644	0.643	0.642
0.65	0.673	0.667	0.663	0.660	0.658	0.656	0.655	0.654	0.653	0.653
0.66	0.685	0.679	0.675	0.672	0.669	0.667	0.666	0.665	0.664	0.663
0.67	0.697	0.691	0.686	0.683	0.680	0.678	0.676	0.675	0.674	0.673
0.68	0.709	0.703	0.698	0.694	0.691	0.689	0.687	0.686	0.685	0.684
0.69	0.722	0.715	0.710	0.706	0.703	0.700	0.698	0.696	0.695	0.694

Prozhefa.com

u \ N	4.2	4.6	5.0	5.4	5.8	6.2	6.6	7.0	7.4	7.8
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.02	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020
0.04	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040
0.06	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
0.08	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080
0.10	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
0.12	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120
0.14	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140
0.16	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160
0.18	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180
0.20	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
0.22	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220
0.24	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240
0.26	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260
0.28	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280
0.30	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300
0.32	0.321	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320
0.34	0.341	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340
0.36	0.361	0.361	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360
0.38	0.381	0.381	0.381	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380
0.40	0.402	0.401	0.401	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
0.42	0.422	0.421	0.421	0.421	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420
0.44	0.443	0.442	0.441	0.441	0.441	0.441	0.440	0.440	0.440	0.440
0.46	0.463	0.462	0.462	0.461	0.461	0.461	0.460	0.460	0.460	0.460
0.48	0.484	0.483	0.482	0.481	0.481	0.481	0.480	0.480	0.480	0.480
0.50	0.505	0.504	0.503	0.502	0.501	0.501	0.501	0.500	0.500	0.500
0.52	0.527	0.525	0.523	0.522	0.522	0.521	0.521	0.521	0.520	0.520
0.54	0.548	0.546	0.544	0.543	0.542	0.542	0.541	0.541	0.541	0.541
0.56	0.570	0.567	0.565	0.564	0.563	0.562	0.562	0.561	0.561	0.561
0.58	0.592	0.589	0.587	0.585	0.583	0.583	0.582	0.582	0.581	0.581
0.60	0.614	0.611	0.608	0.606	0.605	0.604	0.603	0.602	0.602	0.601
0.61	0.626	0.622	0.619	0.617	0.615	0.614	0.613	0.612	0.612	0.611
0.62	0.637	0.633	0.630	0.628	0.626	0.625	0.624	0.623	0.622	0.622
0.63	0.649	0.644	0.641	0.638	0.636	0.635	0.634	0.633	0.632	0.632
0.64	0.661	0.656	0.652	0.649	0.647	0.646	0.645	0.644	0.643	0.642
0.65	0.673	0.667	0.663	0.660	0.658	0.656	0.655	0.654	0.653	0.653
0.66	0.685	0.679	0.675	0.672	0.669	0.667	0.666	0.665	0.664	0.663
0.67	0.697	0.691	0.686	0.683	0.680	0.678	0.676	0.675	0.674	0.673
0.68	0.709	0.703	0.698	0.694	0.691	0.689	0.687	0.686	0.685	0.684
0.69	0.722	0.715	0.710	0.706	0.703	0.700	0.698	0.696	0.695	0.694

Prozhefa.com

u \ N	4.2	4.6	5.0	5.4	5.8	6.2	6.6	7.0	7.4	7.8
0.70	0.735	0.727	0.722	0.717	0.714	0.712	0.710	0.708	0.706	0.705
0.71	0.748	0.740	0.734	0.729	0.726	0.723	0.721	0.719	0.717	0.716
0.72	0.761	0.752	0.746	0.741	0.737	0.734	0.732	0.730	0.728	0.727
0.73	0.774	0.765	0.759	0.753	0.749	0.746	0.743	0.741	0.739	0.737
0.74	0.788	0.779	0.771	0.766	0.761	0.757	0.754	0.752	0.750	0.748
0.75	0.802	0.792	0.784	0.778	0.773	0.769	0.766	0.763	0.761	0.759
0.76	0.817	0.806	0.798	0.791	0.786	0.782	0.778	0.775	0.773	0.771
0.77	0.831	0.820	0.811	0.804	0.798	0.794	0.790	0.787	0.784	0.782
0.78	0.847	0.834	0.825	0.817	0.811	0.806	0.802	0.799	0.796	0.794
0.79	0.862	0.849	0.839	0.831	0.824	0.819	0.815	0.811	0.808	0.805
0.80	0.878	0.865	0.854	0.845	0.838	0.832	0.828	0.823	0.820	0.818
0.81	0.895	0.881	0.869	0.860	0.852	0.846	0.841	0.836	0.833	0.830
0.82	0.913	0.897	0.885	0.875	0.866	0.860	0.854	0.850	0.846	0.842
0.83	0.931	0.914	0.901	0.890	0.881	0.874	0.868	0.863	0.859	0.855
0.84	0.949	0.932	0.918	0.906	0.897	0.889	0.882	0.877	0.872	0.868
0.85	0.969	0.950	0.935	0.923	0.912	0.905	0.898	0.891	0.887	0.882
0.86	0.990	0.970	0.954	0.940	0.930	0.921	0.913	0.906	0.901	0.896
0.87	1.012	0.990	0.973	0.959	0.947	0.937	0.929	0.922	0.916	0.911
0.88	1.035	1.012	0.994	0.978	0.966	0.955	0.946	0.938	0.932	0.927
0.89	1.060	1.035	1.015	0.999	0.986	0.974	0.964	0.956	0.949	0.943
0.90	1.087	1.060	1.039	1.021	1.007	0.994	0.984	0.974	0.967	0.960
0.91	1.116	1.088	1.064	1.045	1.029	1.016	1.003	0.995	0.986	0.979
0.92	1.148	1.117	1.092	1.072	1.054	1.039	1.027	1.016	1.006	0.999
0.93	1.184	1.151	1.123	1.101	1.081	1.065	1.050	1.040	1.029	1.021
0.94	1.225	1.188	1.158	1.134	1.113	1.095	1.080	1.066	1.054	1.044
0.950	1.272	1.232	1.199	1.172	1.148	1.128	1.111	1.097	1.084	1.073
0.960	1.329	1.285	1.248	1.217	1.188	1.167	1.149	1.133	1.119	1.106
0.970	1.402	1.351	1.310	1.275	1.246	1.319	1.197	1.179	1.162	1.148
0.975	1.447	1.393	1.348	1.311	1.280	1.250	1.227	1.207	1.190	1.173
0.980	1.502	1.443	1.395	1.354	1.339	1.288	1.262	1.241	1.221	1.204
0.985	1.573	1.508	1.454	1.409	1.372	1.337	1.309	1.284	1.263	1.243
0.990	1.671	1.598	1.537	1.487	1.444	1.404	1.373	1.344	1.319	1.297
0.995	1.838	1.751	1.678	1.617	1.565	1.519	1.479	1.451	1.416	1.388
0.999	2.223	2.102	2.002	1.917	1.845	1.780	1.725	1.678	1.635	1.596
1.000	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1.001	1.417	1.264	1.138	1.033	0.951	0.870	0.803	0.746	0.697	0.651
1.005	1.036	0,915	0.817	0.737	0.669	0.612	0.553	0.526	0.481	0.447
1.010	0.873	0.766	0.681	0.610	0.551	0.502	0.459	0.422	0.389	0.360
1.015	0.778	0.680	0.602	0.537	0.483	0.440	0.399	0.366	0.336	0.310
1.02	0.711	0.620	0.546	0.486	0.436	0.394	0.358	0.327	0.300	0.276

Prozhefa.com

u \ N	4.2	4.6	5.0	5.4	5.8	6.2	6.6	7.0	7.4	7.8
1.03	0.618	0.535	0.469	0.415	0.370	0.333	0.300	0.272	0.249	0.228
1.04	0.554	0.477	0.415	0.365	0.324	0.290	0.262	0.236	0.214	0.195
1.05	0.504	0.432	0.374	0.328	0.289	0.259	0.231	0.208	0.189	0.174
1.06	0.464	0.396	0.342	0.298	0.262	0.233	0.209	0.187	0.170	0.154
1.07	0.431	0.366	0.315	0.273	0.239	0.212	0.191	0.168	0.151	0.136
1.08	0.403	0.341	0.292	0.252	0.220	0.194	0.172	0.153	0.137	0.123
1.09	0.379	0.319	0.272	0.234	0.204	0.179	0.158	0.140	0.125	0.112
1.10	0.357	0.299	0.254	0.218	0.189	0.165	0.146	0.129	0.114	0.102
1.11	0.338	0.282	0.239	0.204	0.176	0.154	0.135	0.119	0.105	0.094
1.12	0.321	0.267	0.225	0.192	0.165	0.143	0.125	0.110	0.097	0.086
1.13	0.305	0.253	0.212	0.181	0.155	0.135	0.117	0.102	0.090	0.080
1.14	0.291	0.240	0.201	0.170	0.146	0.126	0.109	0.095	0.084	0.074
1.15	0.278	0.229	0.191	0.161	0.137	0.118	0.102	0.089	0.078	0.068
1.16	0.266	0.218	0.181	0.153	0.130	0.111	0.096	0.084	0.072	0.064
1.17	0.255	0.208	0.173	0.145	0.123	0.105	0.090	0.078	0.068	0.060
1.18	0.244	0.199	0.165	0.138	0.116	0.099	0.085	0.073	0.063	0.055
1.19	0.235	0.191	0.157	0.131	0.110	0.094	0.080	0.068	0.059	0.051
1.20	0.226	0.183	0.150	0.215	0.105	0.088	0.076	0.064	0.056	0.048
1.22	0.209	0.168	0.138	0.114	0.095	0.080	0.068	0.057	0.049	0.042
1.24	0.195	0.156	0.127	0.104	0.086	0.072	0.060	0.051	0.044	0.038
1.26	0.182	0.145	0.117	0.095	0.079	0.065	0.055	0.046	0.039	0.033
1.28	0.170	0.135	0.108	0.088	0.072	0.060	0.050	0.041	0.035	0.030
1.30	0.160	0.126	0.100	0.081	0.066	0.054	0.045	0.037	0.031	0.026
1.32	0.150	0.118	0.093	0.075	0.061	0.050	0.041	0.034	0.028	0.024
1.34	0.142	0.110	0.087	0.069	0.056	0.045	0.037	0.030	0.025	0.021
1.36	0.134	0.103	0.081	0.064	0.052	0.042	0.034	0.028	0.023	0.019
1.38	0.127	0.097	0.076	0.060	0.048	0.038	0.032	0.026	0.021	0.017
1.40	0.120	0.092	0.071	0.056	0.044	0.036	0.028	0.023	0.019	0.016
1.42	0.114	0.087	0.067	0.052	0.041	0.033	0.026	0.021	0.017	0.014
1.44	0.108	0.082	0.063	0.049	0.038	0.030	0.024	0.019	0.016	0.013
1.46	0.103	0.077	0.059	0.046	0.036	0.028	0.022	0.018	0.014	0.012
1.48	0.098	0.073	0.056	0.043	0.033	0.026	0.021	0.017	0.013	0.010
1.50	0.093	0.069	0.053	0.040	0.031	0.024	0.020	0.015	0.012	0.009
1.55	0.083	0.061	0.046	0.035	0.026	0.020	0.016	0.012	0.010	0.008
1.60	0.074	0.054	0.040	0.030	0.023	0.017	0.013	0.010	0.008	0.006
1.65	0.067	0.048	0.035	0.026	0.019	0.014	0.011	0.008	0.006	0.005
1.70	0.060	0.043	0.031	0.023	0.016	0.012	0.009	0.007	0.005	0.004
1.75	0.054	0.038	0.027	0.020	0.014	0.010	0.008	0.006	0.004	0.003
1.80	0.049	0.034	0.024	0.017	0.012	0.009	0.007	0.005	0.004	0.003
1.85	0.045	0.031	0.022	0.015	0.011	0.008	0.006	0.004	0.003	0.002