Prozhefa.com

مثال ۵-۴

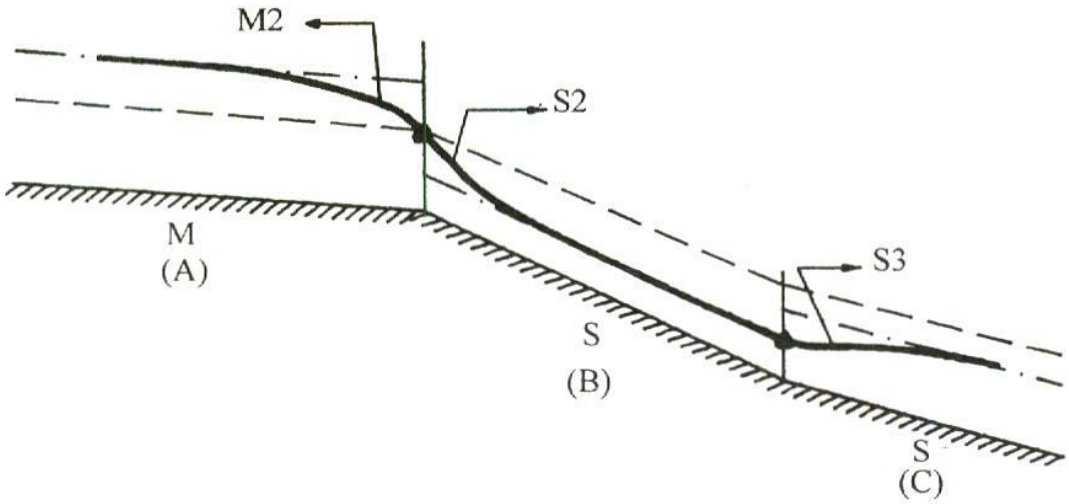
یک کانال ذوزنقه‌ای به عرض کف ۴٫۰m و شیب کناره‌های ۱:۱ دارای سه قسمت A، B و C به ترتیب با شیبهای طولی ۰٫۰۰۰۴، ۰٫۰۰۹، ۰٫۰۰۴ و ضرایب زبری مانینگ ۰٫۰۱۵، ۰٫۰۱۲ و ۰٫۰۱۵ می‌باشد. برای دبی $22.5 m^3/s$ نیمرخهای سطح آب را ترسیم، و مقاطع کنترل را مشخص نمایید. فرض کنید کانالها طولانی بوده و نیمرخها به صورت کامل شکل می‌گیرند.

حل:

برای ترسیم نیمرخ‌های خواسته شده، نخست عمق نرمال و عمق بحرانی کانال در هر یک از بازه‌ها تعیین می‌گردند (جدول ۵-۲). براساس مقایسهٔ عمق نرمال و عمق بحرانی، نوع شیب در هر یک از قسمتها مشخص می‌شود (همان جدول) و با فرض این‌که در قسمت A جریان نرمال برقرار باشد، نیمرخهای تشکیل شده مطابق شکل ۵-۱۷ ترسیم و نقاط کنترل مشخص می‌گردند.

جدول ۵-۲

قسمت	y_0(m)	y_c(m)	نوع شیب
A	۲٫۲۶۴	۱٫۳۱۶	M
B	۰٫۸۱۲	۱٫۳۱۶	S
C	۱٫۱۷۲	۱٫۳۱۶	S

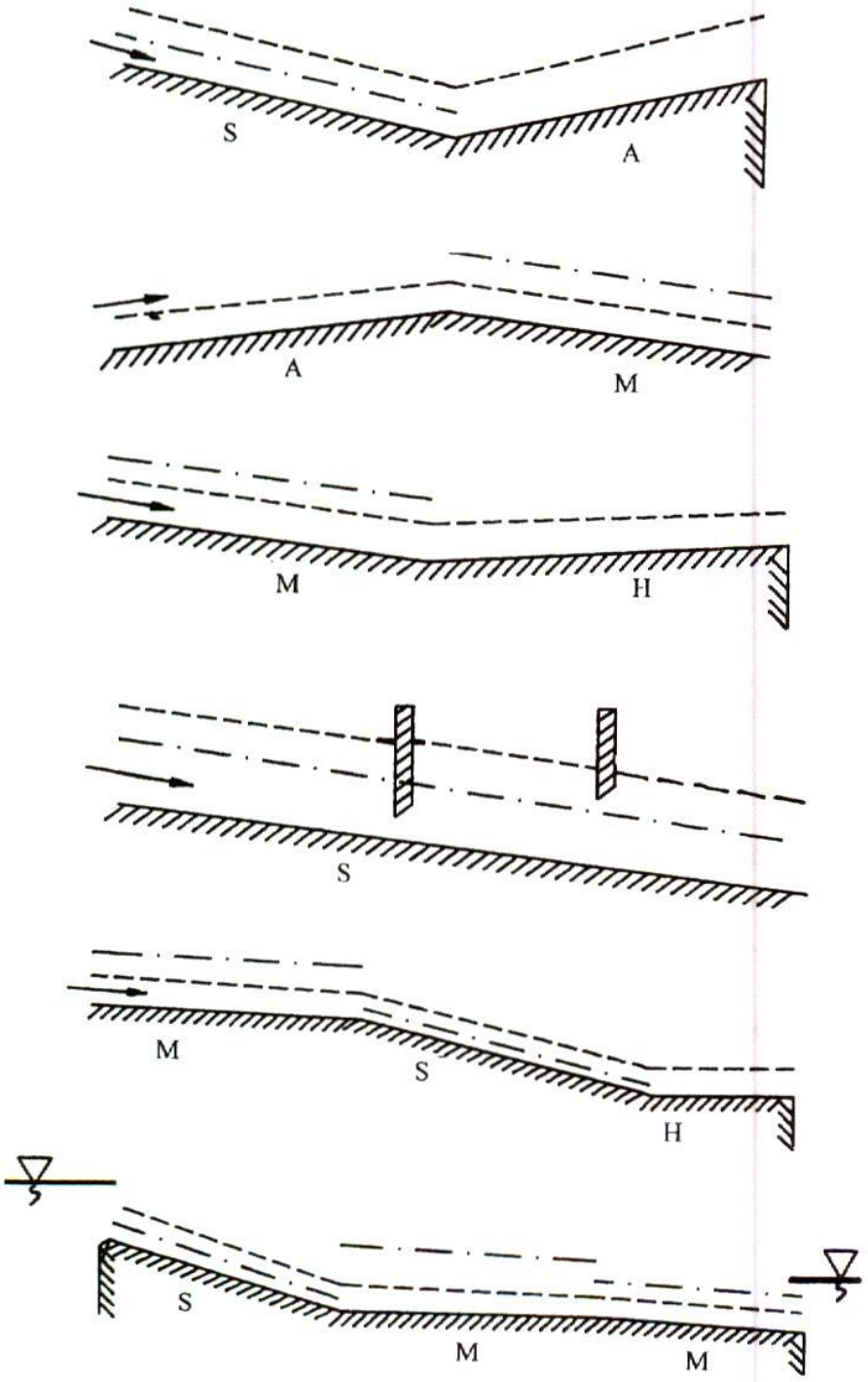


شکل ۵-۱۷

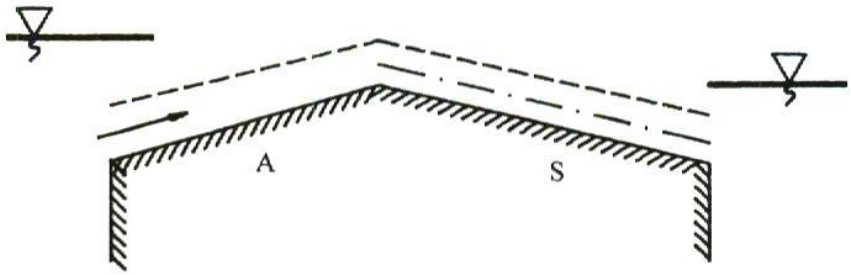
Prozhefa.com

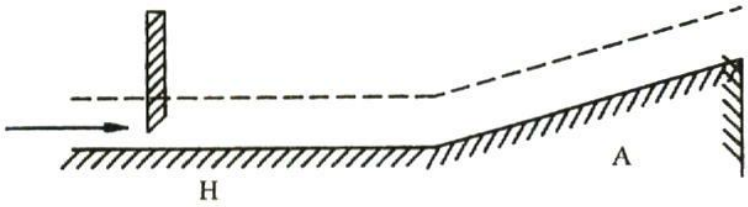
مسایل

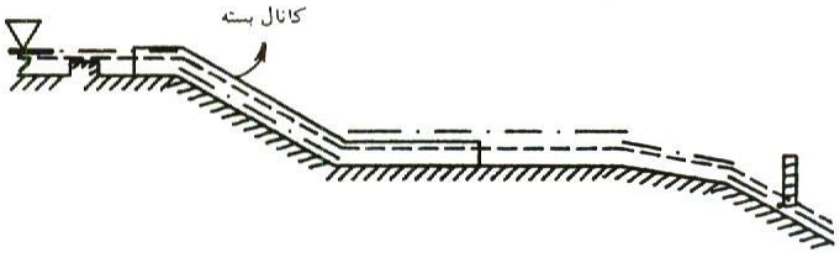
۵-۱ در کانالهای طولانی ترسیم شده در شکلهای داده شده نیمرخهای سطح آب ممکن را ترسیم نمایید. نیمرخها را نامگذاری و مقاطع کنترل را مشخص نمایید.



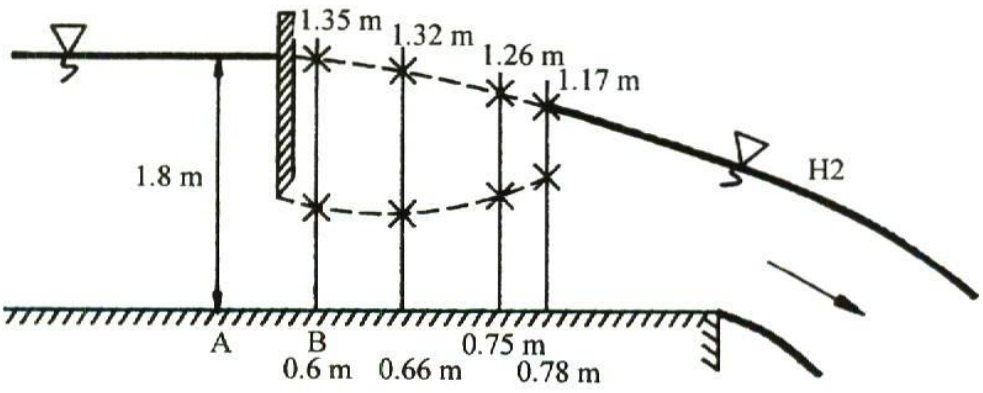
Prozhefa.com







۲-۵ مطابق شکل در نقطه‌ای از یک کانال مستطیلی افقی پرش هیدرولیکی صورت می‌گیرد. اگر اعداد محاسبه شده بالا اعماق مربوط به نیمرخ $H2$ و اعداد پایین مربوط به نیمرخ $H3$ باشند، موضع پرش هیدرولیکی را با ذکر دلیل مشخص نمایید. نقطهٔ A قبل از دریچه و نقطهٔ B پس از دریچه می‌باشند. از افت انرژی موضعی دریچه صرفنظر نمایید.



Prozhefa.com

فصل ۶

محاسبات جریان متغیر تدریجی (دائمی) در کانالهای باز

سید محمود حسینی - جلیل ابریشمی

مقدمه

در فصل پنجم چگونگی تشکیل نیمرخهای سطح آب و مشخصات این نیمرخها تشریح کیفی گردید و همچنین مشخص شد که هر نیمرخ سطح آب دارای یک مقطع کنترل می‌باشد که عمق جریان در آن مشخص است. این نقطهٔ شرط اولیه در حل معادلهٔ دیفرانسیل حاکمه می‌باشد و لذا می‌توان با استفاده از روشهای محاسباتی عددی و یا تحلیلی به حل این معادله پرداخت و تغییرات عمق را در طول مسیر جریان به‌دست آورد. با استفاده از این محاسبات، تأثیر سازه‌های هیدرولیکی نظیر سرریزها، دریچه‌ها، پلها و... بر روی عمق و سرعت جریان تعیین می‌شود و باتوجه به این اثرات، تدابیر لازم در طراحی هیدرولیکی این سازه‌ها و کانالهای مربوطه در نظر گرفته می‌شوند. این فصل به انواع روشهای معمول در محاسبات نیمرخهای سطح آب می‌پردازد. روشهای محاسباتی ارائه شده می‌توانند هم در کانالهای مصنوعی و هم طبیعی به کار روند.

۶-۱ تقسیم‌بندی کلی از روشهای معمول در محاسبات نیمرخهای سطح آب

در حالت کلی، روشهای محاسباتی به دو گروه کلی زیر می‌توانند تقسیم شوند:

۱- روشهای مناسب برای کانالهای منشوری

این روشها خود به سه زیرگروه روشهای عددی ساده، روش انتگرال‌گیری ترسیمی و روشهای انتگرال‌گیری مستقیم تقسیم می‌شوند که می‌توانند به تناسب آشنایی استفاده کننده با هر یک از روشها و

Prozhefa.com

نوع مسأله‌ای که فرد با آن مواجه است، انتخاب گردند.

۲- روشهای مناسب برای کانالهای طبیعی (رودخانه‌ها)

گرچه اساس این روشها با روشهای گروه یک یکسان می‌باشد و کلیهٔ روشها از طریق معادلهٔ انرژی به‌دست می‌آیند ولی باتوجه به این‌که در کانالهای طبیعی مشخصات هندسی مقطع فقط در مقاطع خاصی از جریان برداشت شده و مشخص می‌باشند، در حل معادلهٔ حاکمه (معادلهٔ ۵-۷) اجرای عملیات محاسباتی خاصی لازم می‌شود که این روشها را کمی متمایز از روشهای گروه ۱ می‌نماید. بدیهی است که کانالهای منشوری می‌توانند حالت خاصی از کانالهای طبیعی که غیرمنشوری هستند تلقی شوند. به عبارت دیگر، روشهای گروه دوم به طور قطع قابل استفاده در کانالهای منشوری نیز می‌باشند.

۶-۲ روشهای مناسب در کانالهای منشوری

در این روشها باتوجه به مشخص بودن مشخصات هندسی مقطع در تمام طول مسیر، می‌توان دو عمق دلخواه و مناسب از جریان را انتخاب و فاصلهٔ بین دو عمق را مشخص نمود و سپس منحنی تغییرات عمق را در راستای جریان به‌دست آورد. در این گروه یک روش عددی ساده در تعیین عمق از روی فاصله نیز معرفی شده است.

۶-۲-۱ روشهای عددی ساده (Simple Numerical Methods)

حُسن این روشها، که به وسیلهٔ کامپیوتر یا ماشین‌حساب برنامه‌ریزی شده و جواب را با دقت قابل قبولی مشخص می‌کنند، در سادگی درک و سیستماتیک بودن مراحل محاسباتی آنها است. در این‌جا به‌دو روش گام به‌گام مستقیم (محاسبهٔ فاصله از روی عمق) و روش عددی اولر در حل معادلهٔ دیفرانسیل معمولی مرتبهٔ اول (محاسبهٔ عمق از روی فاصله) اشاره می‌شود.

۱- روش گام به گام مستقیم (Direct Step Method) **(محاسبهٔ فاصله از روی عمق)**

اساس این روش، که در کانالهای منشوری با مقاطع منظم و یا نامنظم به کار می‌رود، بر معادلهٔ انرژی استوار است که بین دو مقطع دلخواه از جریان نوشته می‌شود. بدین‌معنی که با انتخاب دو عمق دلخواه، می‌توان فاصلهٔ بین دو عمق را به‌دست آورده، نیمرخ سطح آب را ترسیم نمود. برای این منظور، دو مقطع ۱ و ۲ از جریان متغیر تدریجی نشان داده شده در شکل ۶-۱ را که به فاصله Δx از یکدیگر قرار دارند در نظر می‌گیریم. چنانچه معادلهٔ انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲ نوشته شود داریم:

$$H_1 - h_f = H_2$$

$$y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 - h_f = y_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + Z_2$$

Prozhefa.com

Prozhefa.com

صورت زیر نوشته می‌شود:

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \rightarrow \frac{h_f}{L} = S_f = \frac{f}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad (۶-۴)$$

رابطهٔ ۶-۴ شدت افت انرژی در هر مقطع از جریان را برحسب سرعت متوسط نشان می‌دهد لذا، می‌توان در تشابه با رابطهٔ دارسی - وایسباخ، رابطهٔ مانینگ را به صورت روابط ۶-۲ و ۶-۳، بیان نموده شیب خط انرژی در هر موضع از جریان در کانالهای باز را تعیین نمود. در معادلهٔ ۶-۱ که برای دو مقطع با اعماق y_1 و y_2 به‌دست آمده است می‌بایست مقدار میانگین دو شیب خط انرژی مربوطه اعمال گردد یعنی:

$$S_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} = \bar{S}_f$$

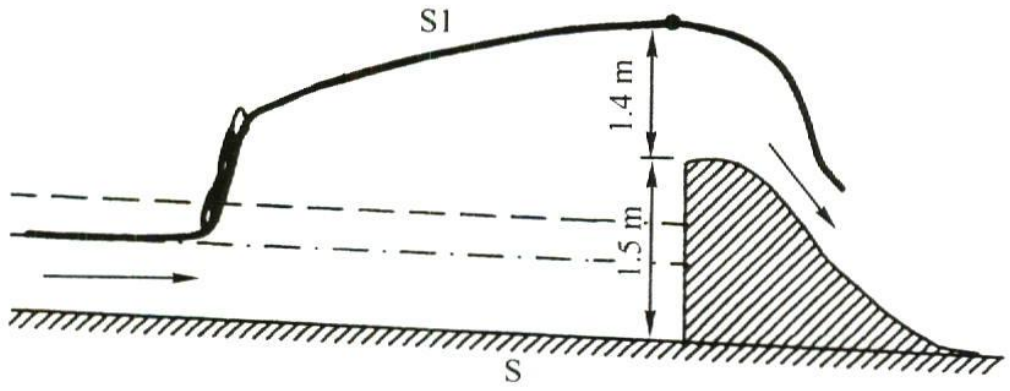
لذا باید رابطهٔ ۶-۱ را به شکل زیر نوشت و از آن در تعیین فاصله بین دو عمق دلخواه y_1 و y_2 استفاده نمود:

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \bar{S}_f} = \frac{\Delta E}{S_0 - \bar{S}_f} \qquad (۶-۵)$$

محاسبات و نتایج روش گام به گام مستقیم در جدول ساده‌ای ارائه می‌شود که در مثال ۶-۱ مشاهده خواهد شد.

مثال ۶-۱

در مسیر یک کانال مستطیلی به عرض ۳٫۰m و شیب طولی ۰٫۰۲ که دبی ۱۱٫۳m³/s در آن جریان دارد بندی به ارتفاع ۱٫۵m ساخته شده است (شکل ۶-۲). اگر عمق آب قبل از بند ۲٫۹m باشد[1]، ضمن تحلیل نیمرخ سطح آب، در صورت احتمال وقوع پرش هیدرولیکی، فاصلهٔ محل بند را تا محل پرش با استفاده از روش گام به گام مستقیم تعیین نمایید ($n = 0.017$).



شکل ۶-۲

۱- در سر ریزها با توجه به مشخصات آنها ارتباط مشخصی بین دبی و عمق قبل از سرریز وجود دارد و این نقطه، نقطهٔ کنترل می‌باشد که در فصل هشتم به آن اشاره خواهد شد.

Prozhefa.com

حل:

به منظور تحلیل نیمرخ سطح آب، عمق بحرانی و عمق نرمال در کانال محاسبه می‌شوند:

$$q = \frac{۱۱/۳}{۳} = ۳/۷۷ \ \frac{m^۳}{s.m}$$

$$y_c = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳} = \left(\frac{۳/۷۷^۲}{۹/۸۱}\right)^{۱/۳} = ۱/۱۳m$$

$$۱۱/۳ = \frac{۱}{۰/۰۱۷}(۰/۰۲)^{۱/۲}\left(\frac{۳y_۰}{۳ + ۲y_۰}\right)^{۲/۳} \quad ۳y_۰ \rightarrow y_۰ = ۰/۷۳m$$

باتوجه به این‌که $y_۰ < y_c$ می‌باشد، شیب کانال از نوع تند بوده که در آن جریان نرمال با عمق ۰/۷۳m برقرار است. این جریان در جهت رسیدن به عمق زیر بحرانی ۲/۹m و عبور از بند پرش هیدرولیکی انجام خواهد داد. پس از پرش نیمرخ $S1$ شکل می‌گیرد که نقطهٔ کنترل آن مقطع قبل از بند می‌باشد. به منظور تعیین طول نیمرخ $S1$، عمق ثانویه پرش هیدرولیکی مربوط به عمق اولیه‌ای معادل ۰/۷۳m محاسبه می‌شود. با مشخص شدن عمق ثانویه پرش می‌توان فاصلهٔ پنجه پرش را تا محل بند با روش گام به گام مستقیم محاسبه نمود.

$$y_۱ = ۰/۷۳ \ m$$

$$y_۲ = -\frac{y_۱}{۲} + \sqrt{\left(\frac{y_۱}{۲}\right)^۲ + \frac{۲q^۲}{gy_۱}}$$

$$y_۲ = \sqrt{\left(\frac{۰/۷۳}{۲}\right)^۲ + \frac{۲ \times (۳/۷۷)^۲}{۹/۸۱ \times ۰/۷۳}} - \frac{۰/۷۳}{۲} = ۱/۶۶ \ m$$

برای تعیین فاصلهٔ بین دو عمق ۲/۹m (مقطع کنترل) و ۱/۶۶m به روش گام به گام مستقیم، جدولی مطابق جدول ۶-۱ تشکیل و محاسبات از پایین‌دست (مقطع کنترل) به بالادست انجام می‌شود.

جدول ۶-۱

$$S_f = \frac{Q^۲ n^۲}{R^{۴/۳} A^۲} \qquad \bar{S}_f = \frac{S_{f۱} + S_{f۲}}{۲} \qquad \Delta E = E_۲ - E_۱ \qquad \Delta x = \frac{\Delta E}{S_۰ - \bar{S}_f}$$

$$E = y + \frac{Q^۲}{۲gA^۲}$$

$y(m)$	$A(m^۲)$	$R(m)$	$E(m)$	$S_f \times ۱۰^۴$	$\bar{S}_f \times ۱۰^۴$	$S_۰ - \bar{S}_f$	ΔE	Δx	x
۲/۹	۸/۷	۰/۹۸۹	۲/۹۸۶	۴/۹۴۷۹					۰
					۶/۹۷۹۱	۰/۰۱۹۳۰	-۰/۵۶۶۹	-۲۹/۳۷	
۲/۲۸	۶/۸۴	۰/۹۰۵	۲/۴۱۱۹۱	۹/۰۱۰۴					-۲۹/۳۷
					۱۴/۷۲۷	۰/۰۱۸۲۷	-۰/۴۹۶۷	-۲۶/۸۱	
۱/۶۶	۴/۹۸	۰/۷۸۹	۱/۹۲۲۴	۲۰/۴۴۳۸					-۵۶/۱۸

Prozhefa.com

در جدول فوق فقط دوگام در محاسبه در نظر گرفته شده و روابط لازم در محاسبهٔ جدول در قسمت بالای جدول نوشته شده است. اگرچه مسیر انجام محاسبات در جدول نیاز به توضیح ندارد، مختصراً اشاره می‌شود که به ازاء هر عمق، مساحت (A)، شعاع هیدرولیکی (R)، انرژی مخصوص (E) و شیب خط انرژی (S_f) معین می‌شوند و پس از مشخص نمودن مقدار ΔE و $\bar{S}_f$ در حد فاصل دو عمق، Δx از رابطهٔ ۶-۵ محاسبه می‌شود. ستون آخر جدول، فاصله مقطع نسبت به مبدأ را نشان می‌دهد.

مطابق جدول ۶-۱ و بر مبنای دوگام محاسبه، فاصلهٔ محل بند تا محل پرش برابر ۵۶٫۱۸m می‌باشد و ظاهر شدن علامت منفی در جدول، به دلیل انجام محاسبات از پایین‌دست به بالادست است و باید در نظر داشت که جواب به‌دست آمده همواره نیاز به تفسیر فیزیکی دارد. در صورتی‌که در تعیین فاصلهٔ محل بند تا پنجهٔ پرش هیدرولیکی از یک گام استفاده شود، فقط دو عمق ۱٫۶۶m و ۲٫۹m در محاسبات وارد گردیده، فاصلهٔ دو عمق با دقت کمتری به‌دست می‌آید، یعنی:

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \bar{S}_f}$$

$$\Delta x = \frac{1{,}9224 - 2{,}986}{0{,}02 - [(4{,}9479 \times 10^{-4} + 20{,}4438 \times 10^{-4})/2]} = -56{,}8 \text{ m}$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، این فاصله (۵۶٫۸) تفاوت چندانی با جواب حاصل از دوگام محاسبه ندارد و همچنین انجام محاسبات با سه گام، جواب حاصله از دوگام‌را چندان تغییر نخواهد داد.

باتوجه به مثال فوق می‌توان گفت که در این روش:

۱- دقت روش تابع انتخاب Δy می‌باشد به گونه‌ای که هر قدر Δy کوچکتر انتخاب شود، جواب حاصل دقیق‌تر خواهد بود. بهتر است در یک مسئله با افزایش تعداد گامها حساسیت محاسبات را نسبت به Δy سنجید و سپس با در نظر گرفتن یک دقت قابل قبول محاسبات را متوقف نمود.

۲- لزومی ندارد که Δy های انتخابی با یکدیگر مساوی باشند و می‌توان در نقاط حساس Δy های کوچکتری انتخاب نمود.

۳- در محاسبات جدول مربوطه، باید نسبت به دقت محاسبات بسیار حساس بوده و آن راکنترل نمود و در نظر داشت که ΔE از تفاضل دو عدد نسبتاً بزرگ حاصل می‌شود.

۴- درصورتی‌که محاسبات به سمت عمق نرمال انجام شود، از آن جاکه نیمرخ به صورت مجانب به عمق نرمال متمایل می‌شود، از نظر عملی معمولاً محاسبات باید در عمقی برابر $y_0(1 \pm 0{,}01)$ متوقف شود. در غیر این صورت ممکن است مخرج کسر در رابطهٔ ۵-۷ صفر یا نزدیک به صفر

Prozhefa.com

شود. این توجه در سایر روشهایی که بعداً توضیح داده می‌شوند اهمیت بیشتری می‌یابد.

۵- در تعیین S_f بین دو مقطع، می‌توان عمق میانگین دو عمق را محاسبه $(y_{av} = \frac{y_1 + y_2}{2})$ و در این عمق شیب خط انرژی را تعیین نمود و در رابطهٔ ۶-۵ به کار برد. انجام محاسبه با این روش نسبت به‌روش پیشنهادی اول ممکن است در پاره‌ای موارد خصوصاً هنگامی که Δy های انتخابی بزرگ باشند کمی تفاوت نشان دهد. مطالعات Reed و Wolfkill نشان می‌دهد که برای نیمرخهای $M1$ و $S2$ روش اول و برای نیمرخهای $M2$ ، $M3$ ، $S1$ و $S3$ روش دوم مناسب می‌باشد ولی از آن جا که دقت روش تابع انتخاب گامها نیز است، معمولاً چندان توجهی به این مسأله نشده و از هر دو روش استفاده می‌گردد. باید در نظر داشت که روش دوم حجم محاسباتی کمتری دارد.

۶- در محاسبهٔ شیب متوسط خط انرژی، روشهای دیگر میانگین‌گیری نظیر میانگین‌گیری هندسی و یا میانگین‌گیری هارمونیک نیز به جای استفاده از میانگین‌گیری حسابی، که در این‌جا مطرح شد، مطرح هستند. به هر حال با صرف‌نظر از هر نوع روش میانگین‌گیری با افزایش تعداد گامها می‌توان دقت مسأله را بالا برد.

میانگین‌گیری هندسی و هارمونیک به ترتیب توسط روابط زیر بیان می‌شوند:

$$\bar{S}_f = \sqrt{S_{f1} \times S_{f2}}$$

$$\bar{S}_f = \frac{2}{\frac{1}{S_{f1}} + \frac{1}{S_{f2}}}$$

در انتهای فصل یک برنامه کامپیوتری به زبان فرترن ارائه شده است که قادر است نیمرخهای سطح آب را در کانالهای ذوزنقه‌ای با روش گام به گام مستقیم محاسبه کند. در این برنامه اوّلین عمق معرّفی شده به عنوان عمق در مقطع کنترل در نظر گرفته می‌شود و فاصلهٔ طولی بقیهٔ نقاط نسبت به این نقطه سنجیده می‌شوند. این برنامه این توانایی را دارد که روشهای مختلف میانگین‌گیری را در محاسبهٔ شیب متوسط خط انرژی بکار ببرد. به عنوان نمونه جواب مثال ۶-۱ (جدول ۶-۱) با استفاده از روشهای میانگین‌گیری حسابی، هندسی و هارمونیک به ترتیب برابر ۵۶٫۱۸m-، ۵۵٫۹۷m- و ۵۵٫۷۱m- بدست آمدند. قطعاً با اضافه نمودن تعداد گامها جوابها به یکدیگر نزدیک‌تر خواهند شد. مطالعه کنندگان می‌توانند با استفاده از برنامهٔ کامپیوتری ضمیمه این مسئله را بررسی نمایند. فایلهای ورودی و خروجی در برنامهٔ ضمیمه مربوط به مثال ۶-۱ می‌باشند.

۲- روش عددی اولر (Euler Numerical Method) **(محاسبهٔ عمق از روی فاصله)**

در روش گام به گام مستقیم، پس از محاسبه و ترسیم نیمرخ سطح آب با مقیاس مناسب، در صورتی که

Prozhefa.com

عمق در هر نقطهٔ دلخواه از مبدأ مدنظر باشد می‌توان این عمق را از روی واسطه‌یابی و یا با استفاده از نیمرخ ترسیم شده به‌دست آورد. این روش مستلزم آن است که نیمرخ سطح آب به صورت کامل ترسیم شود و جواب حاصل با واسطه‌یابی و تقریب به‌دست آید.

می‌توان روشی را در محاسبهٔ نیمرخ سطح آب به‌کار برد که عمق جریان در فواصل طولی یکسان و یا در موضع خاصی از کانال محاسبه شود. روش زیر که در محاسبات عددی به روش اولر در حل معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبهٔ اول موسوم است در این مورد به کار می‌رود:

$$\frac{dy}{dx} = f(y)$$

در یک فاصلهٔ کوتاه Δx بین دو مقدار y_1 و y_2 می‌توان نوشت:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{\Delta x}$$

$$y_2 = y_1 + \frac{dy}{dx}\Delta x \qquad (۶-۶)$$

درصورتی‌که $\frac{dy}{dx}$ و y_1 معلوم باشند مقدار y_2 مشخص می‌شود. در شروع محاسبه با توجه به معلوم بودن مقدار y_1 مقدار $\frac{dy}{dx}$ برابر $\frac{dy}{dx}\Big|_{x=x_1}$ در نظر گرفته شده، در رابطهٔ ۶-۶ قرار داده می‌شود یعنی:

$$y_2 = y_1 + \frac{dy}{dx}\Big|_{x=x_1}\Delta x \qquad (۷-۶)$$

منظور از $\frac{dy}{dx}|_{x=x_1}$ محاسبهٔ شیب در مختصات $(x_1\ ,\ y_1)$ یا در مقدار y_1 می‌باشد. سپس درصورتی‌که فرض شود تغییرات شیب در فاصلهٔ Δx خطی است، مقدار $\frac{dy}{dx}$ در رابطهٔ ۶-۷ با میانگین‌گیری آن بین دو مقدار y_1 و y_2 (محاسبه شده) اصلاح و مقدار اصلاح شده در رابطهٔ ۶-۶ به‌منظور تعیین y_2 جدید قرار داده می‌شود:

$$y_2 = y_1 + \left(\frac{dy}{dx}\Big|_{x=x_1} + \frac{dy}{dx}\Big|_{x=x_2}\right)\frac{\Delta x}{2} \qquad (۸-۶)$$

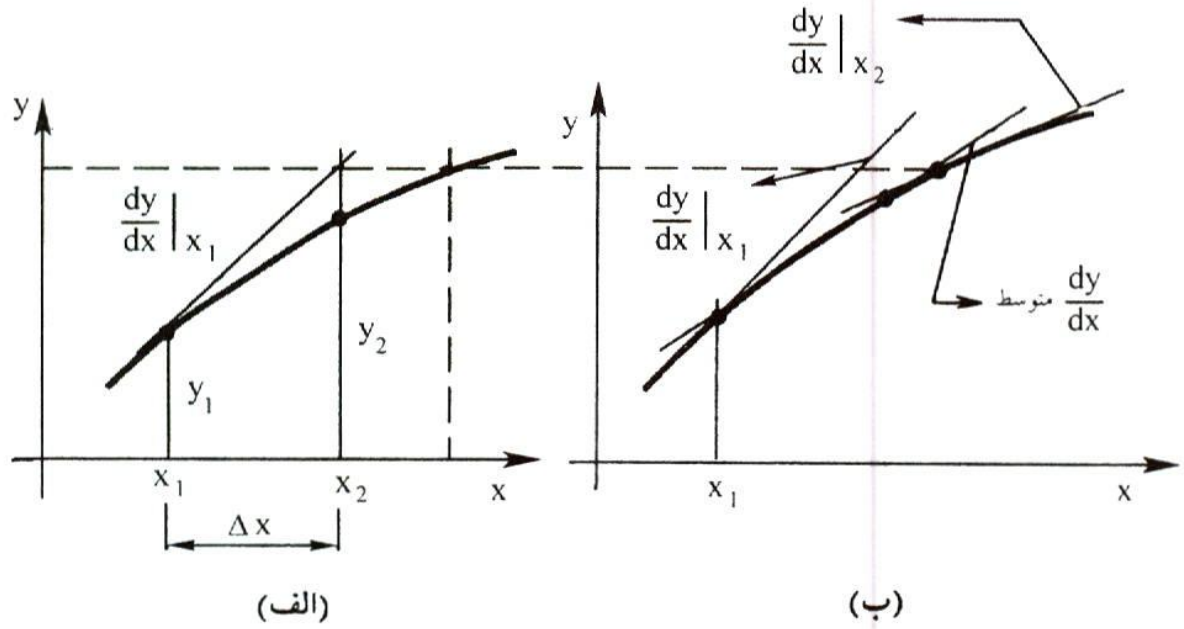
مفهوم عبارات ریاضی نوشته شده در شکل ۶-۳ به صورت ترسیمی نمایش داده شده است. برای تعیین مقدار y_2، می‌توان به ازاء معین شدن هر مقدار جدید y_2، $\frac{dy}{dx}|_{x=x_2}$ را تعیین و محاسبات را تا تثبیت قابل قبول مقدار y_2 ادامه داد. معمولاً همگرایی روش خوب است و در صورتی‌که Δx کوچک انتخاب شده باشد با یکبار محاسبه مقدار y_2 به‌دست می‌آید.

باتوجه به این‌که معادلهٔ حاکم بر جریان متغیر تدریجی طبق رابطهٔ ۵-۷ بیان می‌شود:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - Fr^2} = f(y) \qquad (۷-۵)$$

لذا می‌توان روش ارائه شده را در حل معادلهٔ ۵-۷ به کار برد و محاسبات را از مقطع کنترل تا هر طول دلخواه انجام داد.

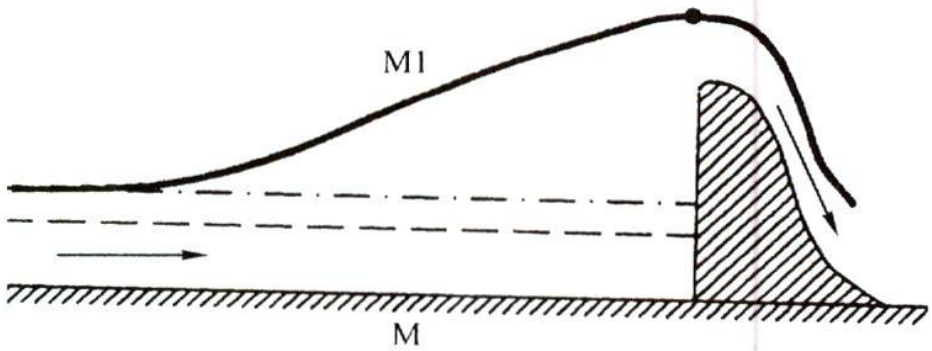
Prozhefa.com



شکل ۶-۳

مثال ۶-۲

در شکل ۶-۴ دبی نسبی جریان در یک کانال مستطیلی عریض به شیب طولی ۰٫۰۰۲ برابر $۲٫۳\frac{m^3}{s.m}$ می‌باشد. در مسیر این کانال بندی به ارتفاع ۲٫۴۰m ساخته شده است. اگر عمق آب قبل از بند ۳٫۰m باشد، ضمن تحلیل نیمرخ سطح آب در بالادست بند، اعماق جریان را تا فاصلهٔ ۵۰۰m قبل از بند در فواصل ۱۰۰m محاسبه نمایید. ضریب زبری مانینگ ۰٫۰۱۷ می‌باشد.



شکل ۶-۴

حل:

باتوجه به این‌که کانال مستطیلی عریض است، شعاع هیدرولیکی در هر مقطع از جریان برابر عمق جریان می‌باشد. به‌منظور تحلیل نیمرخ سطح آب، عمق نرمال و عمق بحرانی محاسبه می‌شوند:

Prozhefa.com

$$q = ۲/۳ \frac{m^۳}{s.m}$$

$$y_c = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳} = \left(\frac{۲/۳^۲}{۹/۸۱}\right)^{۱/۳} = ۰/۸۱۴m$$

$$q = \frac{۱}{n} S_۰^{۱/۲} y_۰^{۲/۳} y_۰$$

$$۲/۳ = \frac{۱}{۰/۰۱۷} (۰/۰۰۲)^{۱/۲} (y_۰)^{۲/۳} (y_۰) \Rightarrow y_۰ = ۰/۹۲۲m$$

ازآن‌جا که $y_۰ > y_c$ می‌باشد، نیمرخ $M۱$ دربالادست بندشکل می‌گیرد. محاسبات بااستفاده‌ازروش عددی‌اولر از محل بند (نقطهٔ کنترل) تا فاصلهٔ ۱۵۰۰/۰m از آن و در فواصل ۱۰۰ متری انجام می‌شود که مراحل و نتایج در جدول ۶-۲ آمده است. توابع زیر در تشکیل جدول ۶-۲ مورد نیاز هستند:

$$S_f = \frac{Q^۲ n^۲}{R^{۴/۳} A^۲} = \frac{q^۲ n^۲}{y^{۴/۳} y^۲} = \frac{(۲/۳)^۲ (۰/۰۱۷)^۲}{y^{۱۰/۳}} = \frac{۱/۵۲۸۸ \times ۱۰^{-۳}}{y^{۱۰/۳}}$$

$$Fr^۲ = \frac{V^۲}{gy} = \frac{q^۲}{gyy^۲} = \frac{q^۲}{gy^۳} = \frac{۰/۵۳۹}{y^۳}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_۰ - S_f}{۱ - Fr^۲} = \frac{۰/۰۰۲ - S_f}{۱ - Fr^۲}$$

جدول ۶-۲

x	y اولیه $y_۲ = y_۱ + \left(\frac{dy}{dx}\|_{x=x_۱}\right)\Delta x$				y تصحیح شده $y_۲ = y_۱ + \frac{\Delta x}{۲}\left(\frac{dy}{dx}\|_{x=x_۱} + \frac{dy}{dx}\|_{x+\Delta x}\right)$				
(m)	$S_f \times ۱۰^۵$	$Fr^۲$	$\frac{dy}{dx} \times ۱۰^۳$	y	$S_f \times ۱۰^۵$	$Fr^۲$	$\frac{dy}{dx} \times ۱۰^۳$	متوسط $\frac{dy}{dx} \times ۱۰^۳$	y
۰				۳/۰					۳
-۱۰۰	۳/۹۲۶	۰/۰۲	۲/۰۰۰۷	۲/۸	۴/۹۴۱	۰/۰۲۴۵	۱/۹۹۰۴	۱/۹۹۵۵	۲/۸
-۲۰۰	۴/۹۴۱	۰/۰۲۴۵	۱/۹۹۰۴	۲/۶	۶/۳۲۶	۰/۰۳۰۷	۱/۹۹۸۰	۱/۹۹۴۲	۲/۶۰۰۵۸
-۳۰۰	۶/۳۲۱	۰/۰۳۰۷	۱/۹۹۸۱	۲/۴۰۱	۸/۲۵۱	۰/۰۳۸۹	۱/۹۹۵۱	۱/۹۹۶۶	۲/۴۰۱
-۴۰۰	۸/۲۵۱	۰/۰۳۸۹	۱/۹۹۵۱	۲/۲	۱۱/۰۳۹۳	۰/۰۵۰۶	۱/۹۹۰۳	۱/۹۹۲۷	۲/۲۰۲
-۵۰۰	۱۱/۰۱۰	۰/۰۵۰۵	۱/۹۹۰۴	۲/۰۰	۱۵/۱۶۸	۰/۰۶۷۴	۱/۹۸۱۸	۱/۹۸۶۱	۲/۰۰

Prozhefa.com

به‌منظور آشنایی با مسیر انجام محاسبات جدول، چگونگی تعیین عمق در مختصات $x=-۱۰۰$ توضیح داده می‌شود که در آن و به منظور محاسبهٔ y اولیه، نخست مقدار $\frac{dy}{dx}$ در نقطهٔ کنترل ($y = ۳/۰\text{m}$) محاسبه می‌شود. این محاسبه نیاز به داشتن دو مقدار S_f و $Fr^۲$ دارد که به ترتیب برابر $۳/۹۲۶ \times ۱۰^{-۵}$ و ۰/۰۲ محاسبه گردیده‌اند. با مشخص شدن مقدار $\frac{dy}{dx}$ که معادل $۲/۰۰۰۰۷ \times ۱۰^{-۳}$ به‌دست آمده است، y اولیه از رابطهٔ ۶-۷ برابر ۲/۸m محاسبه می‌گردد. در ادامهٔ محاسبات لازم، مقدار S_f ، $Fr^۲$ و $\frac{dy}{dx}$ در عمق اولیهٔ ۲/۸m تعیین می‌شوند که به ترتیب برابر $۴/۹۴۱ \times ۱۰^{-۵}$، ۰/۰۲۴۵ و $۱/۹۹۰۴ \times ۱۰^{-۳}$ می‌باشند. با تعیین $\frac{dy}{dx}$ متوسط بین دو عمق ۲/۸m و ۳ و قراردادن آن در رابطهٔ ۶-۸ مقدار y اصلاح شده تعیین و برابر ۲/۸m می‌گردد. لذا ۲/۸m به عنوان عمق، در فاصلهٔ ۱۰۰ متری از بند پذیرفته می‌شود. بدیهی است درصورتی‌که y تصحیح شده مقداری متفاوت از ۲/۸m می‌داشت می‌بایست با محاسبهٔ مجدد $\frac{dy}{dx}$ محاسبات تکرار می‌گردید. همگرایی این روش در این مثال کاملاً مشهود است، فقط در صورتی‌که محاسبه از عمق بحرانی (به عنوان نقطهٔ کنترل) شروع شود باید به متغیر سریع بودن جریان ($\frac{dy}{dx} \to \infty$) در این نقطه توجه و محاسبات را از مجاورت عمق بحرانی آغاز نمود. در برنامه‌نویسی کامپیوتری نیز باید تدابیر لازم در این موارد در نظر گرفته شود.

باتوجه به نحوهٔ محاسبه (عمق از روی فاصله)، این روش در مورد کانالهای طبیعی نیز می‌تواند به‌عنوان یک روش مفید و مؤثر به کار رود. در پایان اضافه می‌شود که گاهی درصورتی‌که از معادلهٔ ۶-۷ استفاده شود، روش، روش اولر و در صورتی که از معادلهٔ ۶-۸ استفاده شود روش، روش اولر بهبود یافته نامیده می‌شود.

۶-۲-۲ روش انتگرال‌گیری ترسیمی (Graphical Integration Method)

چنانکه از نام روش مشخص است، این روش بر پایهٔ انتگرال‌گیری ترسیمی از معادلهٔ دینامیکی جریان متغیر تدریجی بنا شده است. با کمی تغییر در معادلهٔ دینامیکی جریان متغیر تدریجی (رابطهٔ ۵-۷) می‌توان آن را به شکلی نوشت که قابل انتگرال‌گیری باشد:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_۰ - S_f}{۱ - Fr^۲} \qquad (۷-۵)$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{۱ - Fr^۲}{S_۰ - S_f} = g(y) \qquad (۹-۶)$$

از آن جاکه در هر مقطع از جریان، شیب خط انرژی (S_f) و عدد فرود تابعی از عمق جریان می‌باشند، در

Prozhefa.com

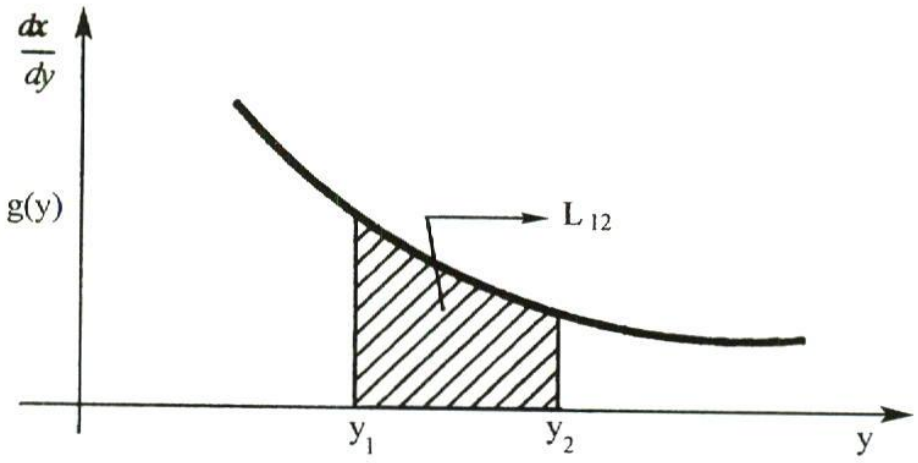
رابطهٔ ۶-۹، عبارت $\frac{dx}{dy}$ برحسب تابعی از y بیان شده است. با انتگرال‌گیری از رابطهٔ ۶-۹ معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$dx = \int g(y)\, dy$$

$$\int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{y_1}^{y_2} g(y)\, dy \Rightarrow (x_2 - x_1) = L_{12} = \int_{y_1}^{y_2} g(y) \qquad (۶-۱۰)$$

چنانکه رابطهٔ فوق نشان می‌دهد، درصورتی‌که به y مقادیر معینی نسبت داده شود و تابع $g(y)$ برحسب y مطابق شکل ۶-۵ ترسیم گردد، فاصلهٔ طولی بین هر دو عمق دلخواه از جریان، سطح زیر منحنی مربوطه در شکل ۶-۵ خواهد بود.

با صرف‌نظر کردن از علامت، می‌توان سطح زیر منحنی را با پلانیمتر یا با شطرنجی نمودن شکل به‌دست آورد و فاصلهٔ بین دو مقطع از جریان را تعیین نمود.



شکل ۶-۵

با توجه به این‌که در حالت میل به سمت عمق نرمال، تابع $g(y)$ به سمت ∞ متمایل می‌شود، انجام محاسبات تا $y_0(1 \pm 0/01)$ کافی خواهد بود.

اگرچه این روش از مفهوم انتگرال‌گیری به روش ترسیمی برخوردار است و در گذشته به جهت کمبود کامپیوتر یا روشهای عددی مؤثر، بیشتر مطرح بوده است ولی امروزه نیز می‌توان روش را به‌صورت یک روش عددی مطرح و با معرفی نمودن توابع S_f و Fr^2 به ماشینهای محاسباتی به‌صورت روابط زیر در هر مقطع دلخواه مختصات تابع $g(y)$ را به‌دست آورد و عمل انتگرال‌گیری را با استفاده از روش ذوزنقه‌ای و یا روش سمپسون انجام داد. بدیهی است انتخاب y های نزدیک به یکدیگر (گامهای محاسباتی بیشتر) جواب دقیقتری را به‌دست خواهد داد.

Prozhefa.com

$$g(y) = \frac{1 - Fr^2}{S_0 - S_f} \qquad (۹-۶)$$

$$S_f = \frac{Q^2 n^2}{R^{4/3} A^2} \qquad (۳-۶)$$

$$Fr^2 = \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3}$$

نحوهٔ انجام محاسبه و جدول لازم در مثال ۶-۳ تشریح گردیده است.

مثال ۶-۳

در یک کانال ذوزنقه‌ای به عرض کف ۳٫۰m، شیب کناره‌های ۱:۱ و شیب طولی ۰٫۰۰۱، آب با دبی $28 m^3/s$ جریان دارد. اگر در مقطعی از جریان، عمق آب ۳٫۰m باشد نیمرخ سطح آب را تا فاصلهٔ ۸۰۰m در پایین‌دست این مقطع تعیین کنید ($n = 0.014$ و $\alpha = 1$).

حل:

مقطع کانال در شکل ۶-۶الف ترسیم شده است. نخست عمق نرمال و عمق بحرانی تعیین می‌شوند:

$$\frac{Qn}{\sqrt{S_0} b^{8/3}} = \frac{28 \times 0.014}{\sqrt{0.001}(3)^{8/3}} = 0.66 \xrightarrow[z=1]{\text{نمودار ۴-۲}} \frac{y_0}{b} = 0.71$$

$$y_0 = 0.71 \times 3 \Rightarrow y_0 = 2.13 m$$

$$\frac{Z_c}{b^{2/5}} = \frac{Q}{\sqrt{g} b^{2/5}} = \frac{28}{\sqrt{9.81}\, 3^{2/5}} = 0.573 \xrightarrow[z=1]{\text{نمودار ۲-۱}} \frac{y_c}{b} = 0.58$$

$$y_c = 0.58 \times 3 \Rightarrow y_c = 1.74 m$$

باتوجه به این‌که $y_0 > y_c$ می‌باشد، شیب کانال ملایم و از آن جاکه تغییرات عمق در ناحیه‌ای صورت می‌گیرد که حداقل عمق آن ۳٫۰m است، نیمرخ سطح آب از نوع $M1$ می‌باشد که عمق آن در جهت جریان افزایش می‌یابد.

می‌توان با تشکیل جدول ۶-۳ محاسبات نیمرخ $M1$ را با تغییرات عمقی برابر ۰٫۲m انجام داد. از طرفی از آن جایی‌که در این روش محاسبهٔ فاصله از روی عمق انجام می‌شود، لذا محاسبات تا یک فاصلهٔ دقیق و دلخواه، طولانی بوده و بدین علت محاسبات تا عمق ۳٫۸m که فاصلهٔ آن نسبت به مبدأ ۸۸۳٫۹ متر است انجام گردیده است.

Prozhefa.com

جدول ۶-۳

$Q = ۲۸m^۳/s \quad n = ۰/۰۱۴ \quad S_۰ = ۰/۰۰۱ \quad Fr^۲ = \frac{Q^۲T}{gA^۳} \quad S_f = \frac{Q^۲ n^۲}{R^{۴/۳} A^۲}$

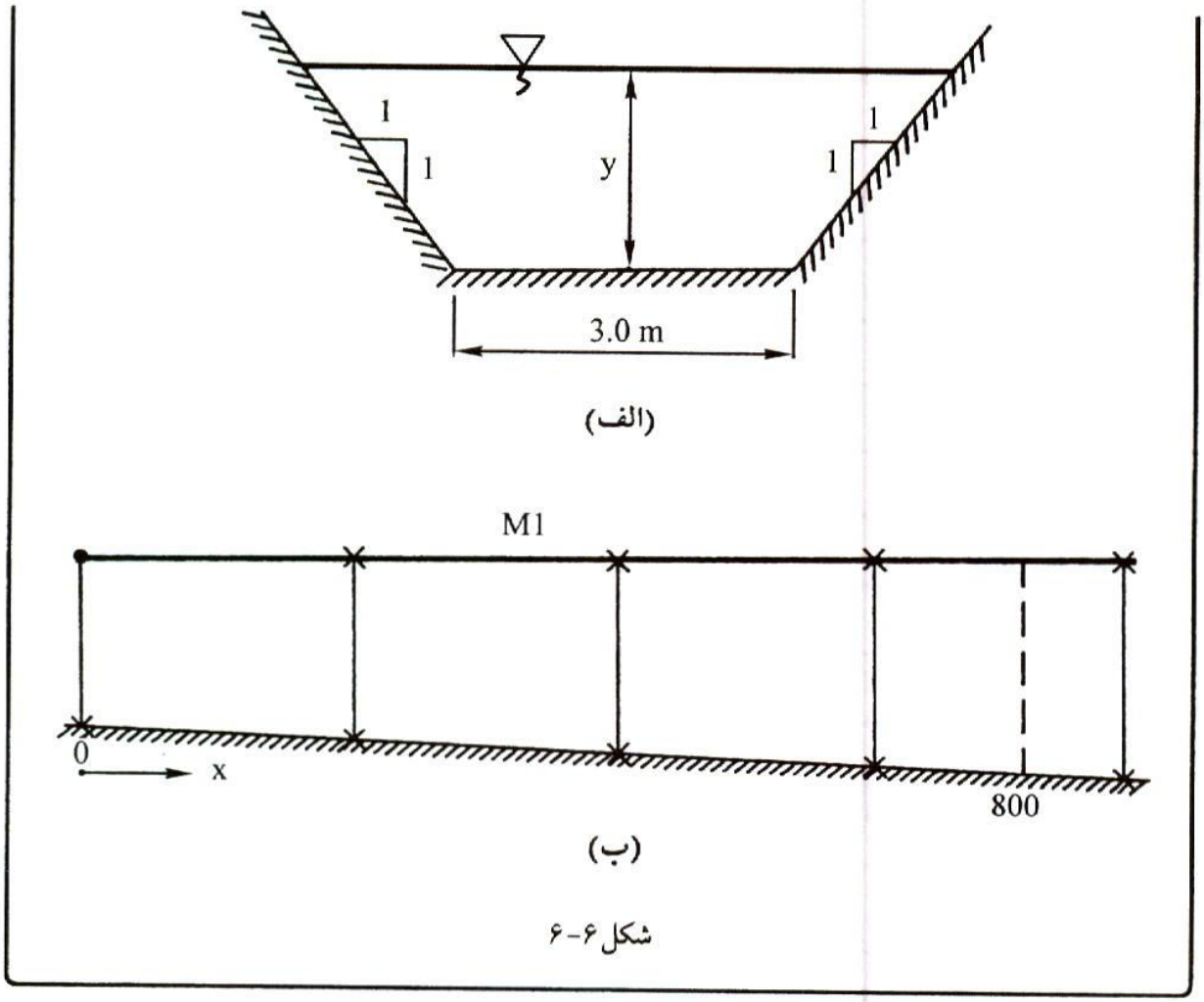
$y(m)$	$A(m^۲)$	$P(m)$	$R(m)$	$T(m)$	$۱-Fr^۲$	$(S_۰ - S_f) \times ۱۰^۶$	$g(y)$	$\bar{g}(y)\Delta y$	x
۳/۰	۱۸	۱۱/۴۸	۱/۵۷	۹	۰/۸۷۶۶	۷۴۰	۱۱۸۵		۰
								۲۳۱/۶	
۳/۲	۱۹/۸۴	۱۲/۰۵	۱/۶۵	۹/۴	۰/۹۰۳۸	۷۹۹	۱۱۳۱		۲۳۱/۶
								۲۲۲/۷	
۳/۴	۲۱/۷۶	۱۲/۶۲	۱/۷۲	۹/۸	۰/۹۲۴۰	۸۴۳	۱۰۹۶		۴۵۴/۳
								۲۱۶/۸	
۳/۶	۲۳/۷۶	۱۳/۱۸	۱/۸۰	۱۰/۲	۰/۹۳۹۲	۸۷۶	۱۰۷۲		۶۷۱/۱
								۲۱۲/۸	
۳/۸	۲۵/۸۴	۱۳/۷۵	۱/۸۸	۱۰/۶	۰/۹۵۰۹	۹۰۱	۱۰۵۶		۸۸۳/۹

در جدول فوق تابع $g(y)$ در هر مقطع از جریان تعیین و در ستون هشتم جدول مشخص شده که در این محاسبه از روابط ۳-۶، تعریف عدد فرود و رابطهٔ ۶-۹ استفاده گردیده است.

سپس سطح زیر منحنی $g(y)$ (فاصلهٔ بین دو عمق) با استفاده از روش ذوزنقه‌ای محاسبه و در ستون نهم جدول منظور و با انتخاب مقطع اولیه به عنوان مبدأ، فاصلهٔ بقیهٔ نقاط تا مبدأ به‌دست آمده است (ستون دهم جدول).

می‌توان نیمرخ سطح آب را با مقیاس مناسب ترسیم نمود و با استفاده از منحنی ترسیم شده عمق جریان در هر فاصلهٔ طولی مورد نظر را به‌دست آورد. (شکل ۶-۶ ب). با استفاده از نیمرخ ترسیم شده در شکل ۶-۶ب عمق جریان در فاصلهٔ ۸۰۰ متری از مبدأ برابر ۳/۷۳m به‌دست می‌آید. لازم به توضیح است که وارد نمودن ضریب α در محاسبات از نظر ریاضی ساده است ولی از مقدار دقیق ضریب α به دلیل تغییر عمق و تغییر توزیع سرعت در مقطع اطلاع دقیقی در دست نمی‌باشد.

Prozhefa.com



شکل ۶-۶

۶-۲-۳ روشهای انتگرال‌گیری مستقیم (Direct Integration Methods)

در تاریخچهٔ محاسبه نیمرخهای سطح آب همواره سعی بر این بوده است که از معادلهٔ دینامیکی جریانهای متغیر تدریجی به صورت مستقیم انتگرال‌گیری شود. برای این امر، از روشهای متعددی استفاده شده است که در این بخش ضمن اشاره به سه روش اساسی از آنها، فلسفهٔ هر روش، میزان دقت و کاربرد هریک مشخص خواهد شد. در میان این روشها، روش موسوم به بخمتف - چاو (Bakhmateff-Chow) متکاملترین روش می‌باشد.

در کلیهٔ این روشها معادلهٔ ۵-۷ باید به شکلی تبدیل شود که قابل انتگرال‌گیری باشد و لذا نخست دو پارامتر اساسی ریاضی مربوط به مشخصات هیدرولیکی مقطع که تبدیل معادله به شکل مناسب را ممکن می‌سازند تعریف می‌گردند. این دو پارامتر که به نمای هیدرولیکی اول و دوم (First and Second Hydraulic Exponents) مقطع موسوم هستند به‌صورت زیر تشریح می‌شوند.

۱- نمای هیدرولیکی اول مقطع (نمای هیدرولیکی در محاسبه عمق بحرانی) درمطالب

Prozhefa.com

قبلی فاکتور سطح در محاسبهٔ عمق بحرانی به صورت رابطهٔ زیر معرفی گردید:

$$Z = A\sqrt{\frac{A}{T}} = A\sqrt{D}$$

که براساس آن Z^2 تابعی از y خواهد بود و می‌توان رابطهٔ زیر را نوشت:

$$Z^2 = \frac{A^3}{T} = f(y) = C_1 y^M \qquad (۶-۱۱)$$

در این رابطه، ضریب C_1 ثابت در نظر گرفته شده و M نمای هیدرولیکی اول مقطع می‌باشد که برای بعضی از مقاطع (نظیر مثلث و مستطیل) مقدار آن در تمام عمق ثابت است. تغییرات M نسبت به‌عمق برای برخی از مقاطع تدریجی است بنحوی که می‌توان در محدودهٔ وسیعی از تغییرات عمق، مقدار M را ثابت فرض نمود و Z^2 را از نظر ریاضی با رابطهٔ ۶-۱۱ تقریب زد. برای بعضی مقاطع که در اثر افزایش عمق، عرض سطح کاهش می‌یابد (نظیر دایره) تغییرات M نسبت به عمق تا محدوده‌ای در حدود ۰٫۶ قطر کند است و از آن به بعد این تغییرات شدت می‌یابد. اشاره می‌شود که در بیان Z^2 به صورت رابطهٔ ۶-۱۱ حساسیت Z^2 روی مقدار M متمرکز و مقدار C_1 ثابت در نظر گرفته می‌شود.

مثال ۶-۴

مقدار M در معادلهٔ ۶-۱۱ را برای کانالهای مستطیلی و مثلثی به‌دست آورید.

حل:

در کانالهای مستطیلی می‌توان نوشت:

$$Z^2 = \frac{A^3}{T} = \frac{b^3 y^3}{b} = b^2 y^3 = C_1 y^M \Rightarrow M = ۳٫۰$$

در کانال مثلثی با شیب کناره (افقی) z : ۱ (قائم) نیز می‌توان نوشت.

$$Z^2 = \frac{A^3}{T} = \frac{z^3 y^6}{2zy} = C_1 y^M \Rightarrow M = ۵٫۰$$

اضافه می‌نماید که در کانالهای ذوزنقه‌ای مقدار M بین ۳ و ۵ متغیر خواهد بود.

باتوجه به توضیحات و مثال ۶-۴ ملاحظه می‌شود که در حالت کلی مقدار M تابعی از y بوده و می‌توان با فرضیات ساده‌وباتقریب مناسبی، رابطهٔ آن‌رابه‌شکل زیر استخراج نمود. برای این منظور از طرفین رابطهٔ (۶-۱۱) نسبت‌به y مشتق‌گیری‌شده، در مشتق‌گیری از تغییرات M نسبت به y صرفنظر می‌گردد:

$$Z^2 = \frac{A^3}{T} = C_1 y^M \Rightarrow \ln A^3 - \ln T = \ln C_1 + M \ln y \qquad (۶-۱۲)$$

$$3 \ln A - \ln T = \ln C_1 + M \ln y \qquad (۶-۱۳)$$

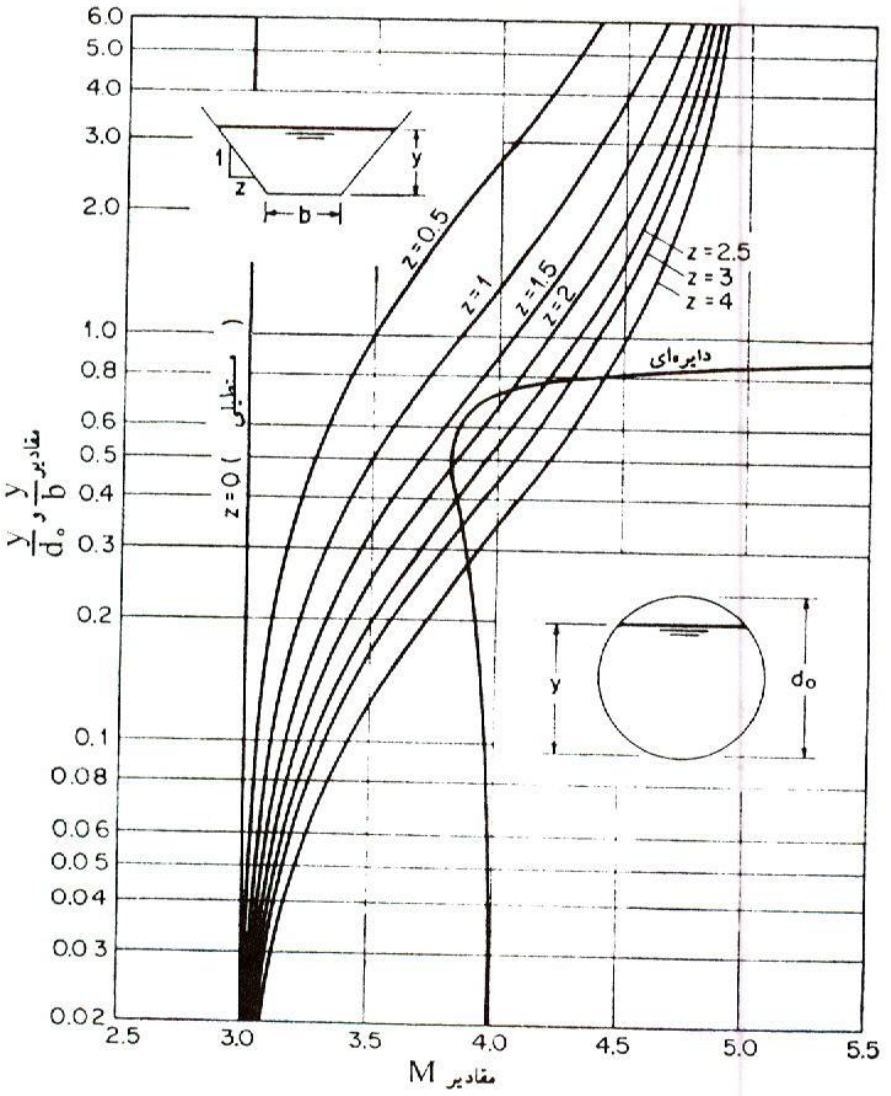
Prozhefa.com

$$\frac{۳}{A}\frac{dA}{dy} - \frac{۱}{T}\frac{dT}{dy} = \frac{M}{y}$$

$$M = \frac{y}{A}\left(۳T - \frac{A}{T}\frac{dT}{dy}\right) \qquad (۱۴-۶)$$

مقادیر $M = ۳$ برای مقطع مستطیلی و $M = ۵$ برای مقطع مثلثی از رابطهٔ ۶-۱۴ نیز به‌دست می‌آیند(؟). لذا باتوجه به تغییرات T و A به ازاء تغییرات عمق، می‌توان M مربوط به هر عمق را از رابطهٔ ۶-۱۴ پیدا نمود. این رابطه برای مقاطع ذوزنقه‌ای (به ازاء zهای مختلف) و برای مقاطع دایروی در نمودار ۶-۱ ترسیم شده است.

ازآن‌جا که درمحاسبهٔ‌نیمرخهای‌سطح‌آب، تعیین M بین‌دوعمق $y_۱$ و $y_۲$ ازجریان‌لازم‌می‌شود، لذا می‌توان در این مورد از دو روش مناسب که از نقطه‌نظر ریاضی، جواب یکسانی نیز ارائه می‌دهند استفاده نمود:



نمودار ۶-۱ منحنی مقادیر M برای مقاطع ذوزنقه‌ای و دایروی

Prozhefa.com

الف - در روش اول، عمق متوسط y_1 و y_2 محاسبه شده، با مراجعه به نمودار ۶-۱ و یا با استفاده از رابطهٔ ۶-۱۴، M مناسب در عمق متوسط (y_{av}) به‌دست می‌آید. مقدار M حاصل به عنوان M مناسب درحد فاصل بین دو عمق پذیرفته می‌شود. به‌طور مشابه می‌توان مقادیر M_1 و M_2 را به ترتیب در اعماق y_1 و y_2 پیدا نمود و میانگین M_1 و M_2 را به عنوان M مناسب پذیرفت.

ب - این روش براساس رابطهٔ ۶-۱۱ پایه‌ریزی می‌شود:

$$Z^2 = C_1 y^M \Rightarrow 2\log Z = \log C_1 + M \log y \qquad (۱۵-۶)$$

رابطهٔ فوق نشان می‌دهد که در صورتی‌که $\log y$ و $\log Z$ در یک دستگاه مختصات لگاریتمی رسم شوند، یک رابطهٔ خطی بین آنها وجود داشته و می‌توان نوشت:

$$M = \frac{2\log\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)}{\log\left(\frac{y_2}{y_1}\right)} \qquad (۱۶-۶)$$

بنابراین در تعیین M بین دو عمق y_1 و y_2 می‌توان به ترتیب مقادیر Z_1 و Z_2 مربوطه را محاسبه (این محاسبه نیز باتوجه به روابط داده شده در جداول قبلی به سهولت انجام می‌شود) و سپس مقدار M را از رابطهٔ ۶-۱۶ تعیین نمود.

مثال ۶-۵

در یک کانال ذوزنقه‌ای به عرض کف ۱٫۰m و شیب کناره‌های ۱:۱، مقدار M را در بین دو عمق ۱٫۰m و ۱٫۲۵m به‌دست آورده، سپس دقت رابطهٔ ۶-۱۱ را در تخمین مقدار Z در عمق ۱٫۱۲۵m ارزیابی نمایید.

حل:

مقادیر Z_1 ، Z_2 و Z_3 به ترتیب در اعماق ۱٫۰m، ۱٫۲۵m و ۱٫۱۲۵m برابرند با:

$$Z_1 = A_1\sqrt{\frac{A_1}{T_1}} = \frac{[(b+2y_1)y_1]^{1.5}}{\sqrt{b+2zy_1}} = \frac{2^{1.5}}{\sqrt{3}} = 1.633$$

$$Z_2 = 2.521$$

$$Z_3 = 2.091$$

نخست M با استفاده از نمودار ۶-۱ و یا رابطه ۶-۱۴ محاسبه می‌شود.

Prozhefa.com

$$\begin{cases} y_1 = 1/0\text{m} \Rightarrow \dfrac{y_1}{b} = 1 \xrightarrow[z=1]{\text{نمودار ۶-۱}} M_1 = 3/85 \\ y_2 = 1/25 \Rightarrow \dfrac{y_2}{b} = 1/25 \xrightarrow[z=1]{\text{نمودار ۶-۱}} M_2 = 3/95 \end{cases} \Rightarrow M = 3/9$$

درصورتی‌که در تعیین M از رابطهٔ ۶-۱۶ استفاده شود:

$$M = \frac{2\log(2/521/1/635)}{\log 1/25} = 3/892 \cong 3/9$$

مقدار M برابر ۳/۹ در نظر گرفته می‌شود.

از نظر محاسباتی چنانکه بعداً مشخص خواهد شد مقدار C به عنوان یک ثابت در محاسبات نیمرخهای سطح آب حذف خواهد شد. ولی به منظور ارزیابی دقت رابطه ۶-۱۱ در تقریب مقدار Z ، فرض می‌شود مقدار C_1 میانگین مقادیر C_1 در اعماق ۱/۰m و ۱/۲۵m باشد.

$$Z_1^2 = C_{11}\, y_1^M \Rightarrow 1/633^2 = C_{11}(1)^{3/85} \Rightarrow C_{11} = 2/666689$$

$$Z_2^2 = C_{12}\, y_2^M \Rightarrow 2/521^2 = C_{12}(1/25)^{3/95} \Rightarrow C_{12} = 2/632395$$

$$C_1 \cong \frac{C_{11} + C_{12}}{2} = 2/649542$$

$$Z^2 = 2/649542\, y^{3/9} \qquad (۶\text{-}۱۷)$$

رابطهٔ ۶-۱۷ رابطهٔ پیشنهادی در تقریب زدن مقدار Z در بین دو عمق ۱/۰m و ۱/۲۵m می‌باشد که براساس آن مقدار Z در عمق ۱/۱۲۵m برابر است با:

$$Z^2(1/125) = 2/649542(1/125)^{3/9}$$

$$Z(1/125) = Z_3 = 2/048\ \text{m}^{5/2}$$

مقدار دقیق Z_3 برابر ۲/۰۹۱ می‌باشد. در نتیجه، استفاده از رابطهٔ ۶-۱۱ در برآورد مقدار Z ، خطایی در حدود ۲٪ در برخواهد داشت.

۲- نمای هیدرولیکی دوم مقطع (نمای هیدرولیکی در محاسبهٔ جریان یکنواخت) این نما به نوع معادله‌ای که در تحلیل جریان یکنواخت به کار می‌رود (معادلهٔ مقاومت جریان) بستگی داشته و چون عموماً در این موارد از معادلهٔ مانینگ استفاده می‌گردد، توضیحات براساس آن داده می‌شود:

$$Q = \frac{1}{n} S^{1/2} AR^{2/3} = K S^{1/2}$$

چنانکه قبلاً نیز بحث گردید، ضریب K در معادلهٔ فوق ضریب انتقال نامیده شده که از نظر هندسی تابعی از عمق جریان بوده و لذا:

Prozhefa.com

$$K^{۲} = \frac{۱}{n^{۲}} R^{۴/۳} A^{۲} = C_{۲} y^{N} \qquad (۱۸-۶)$$

به‌طور مشابه با آنچه که در تعریف M دیده شد، در رابطهٔ ۶-۱۸، $C_{۲}$ ضریب و N نمای هیدرولیکی دوم مقطع نامیده می‌شود.

مثال ۶-۶

مقدار N در معادلهٔ ۶-۱۸ را برای کانالهای مستطیلی عریض و کانالهای مثلثی پیدا نمایید.

حل:

در یک کانال مستطیلی عریض شعاع هیدرولیکی برابر عمق جریان فرض می‌گردد و در نتیجه:

$$K^{۲} = \frac{۱}{n^{۲}} R^{۴/۳} A^{۲} = \frac{۱}{n^{۲}} y^{۴/۳} b^{۲} y^{۲} = C_{۲} y^{N}$$

بنابراین در کانال مستطیلی عریض و به ازاء n ثابت، مقدار N برابر ۳/۳۳ خواهد بود. در یک کانال مثلثی می‌توان نوشت:

$$K^{۲} = \frac{۱}{n^{۲}} R^{۴/۳} A^{۲} = \frac{۱}{n^{۲}} \left(\frac{zy}{۲\sqrt{۱+z^{۲}}} \right)^{۴/۳} z^{۲} y^{۴}$$

که با توجه به آن، مقدار N در کانال مثلثی برابر ۵/۳۳ می‌باشد.

یادآوری می‌نماید که مقادیر N به‌دست آمده برای کانالهای مستطیلی عریض و مثلثی، براساس رابطهٔ مانینگ حاصل شده و چنانچه در تعریف ضریب انتقال، از رابطهٔ شزی با ضریب شزی ثابت استفاده گردد، مقدار N در کانالهای مستطیلی عریض برابر ۳/۰ خواهد بود، چرا که می‌توان نوشت:

$$K = CA\sqrt{R} \Rightarrow K^{۲} = C^{۲} R A^{۲}$$

$$K^{۲} = C^{۲} y\,(by)^{۲} = C_{۲} y^{N} \Rightarrow N = ۳/۰$$

تغییرات N نسبت به عمق در بعضی مقاطع صفر (مقدار N ثابت)، در برخی کند و در برخی دیگر شدید می‌باشد.

در محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب و در محدودهٔ بین دو عمق، مقدار N می‌تواند با دو روش، که کاملاً مشابه روشهای تعیین M می‌باشند، محاسبه شود:

الف - در این روش، متوسط دو عمق $y_{۱}$ و $y_{۲}$ محاسبه و مقدار N مربوط به عمق متوسط از رابطهٔ ۶-۱۹ تعیین می‌گردد. N به‌دست آمده در عمق متوسط به عنوان N مناسب در تعیین فاصلهٔ دو عمق در نظر گرفته می‌شود. اثبات رابطهٔ ۶-۱۹ که با استفاده از فرمول مانینگ نوشته شده است. به عنوان تمرین بعهده

Prozhefa.com

مطالعه کنندگان گذاشته می‌شود.

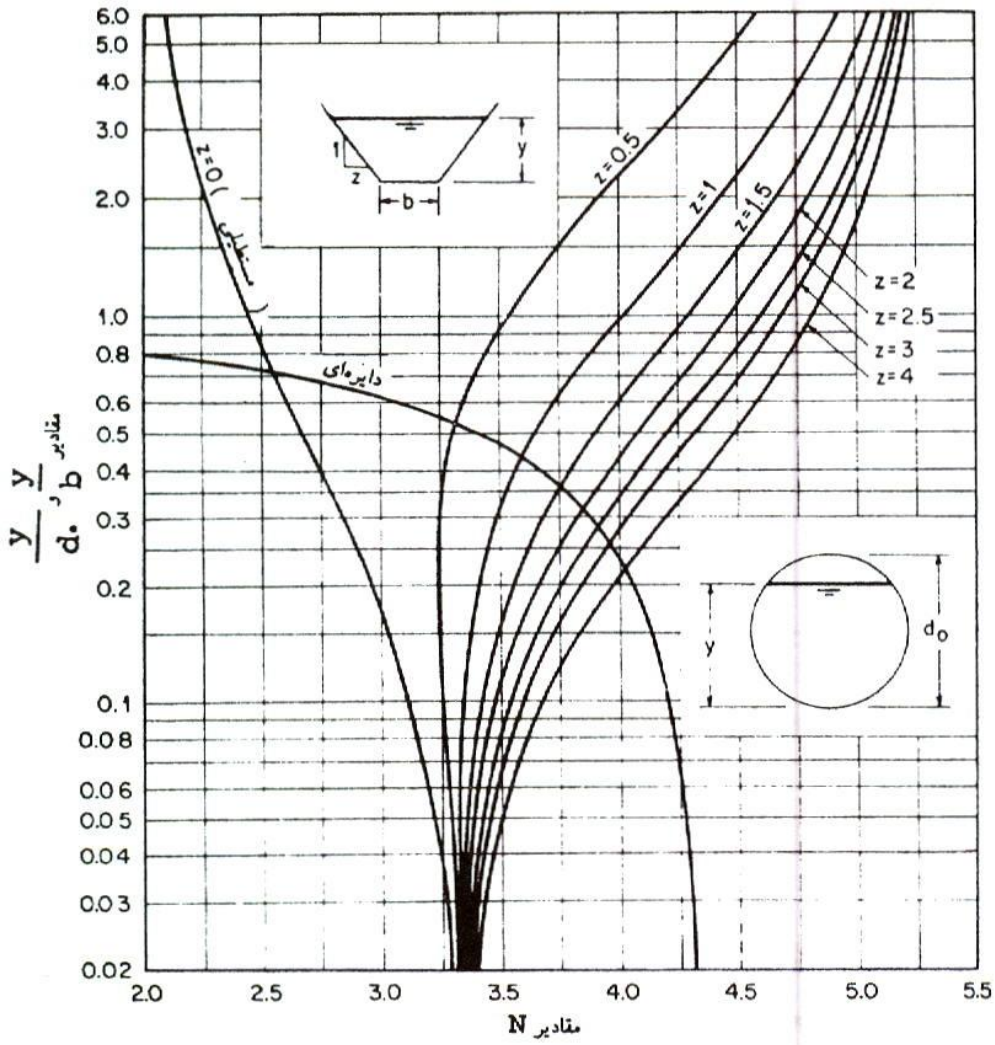
$$N = \frac{۲y}{۳A}\left(۵T - ۲R\frac{dP}{dy}\right) \qquad (۱۹-۶)$$

رابطهٔ فوق که به‌صورت نمودار ۶-۲ برای مقاطع ذوزنقه‌ای و دایره‌ای ترسیم شده است، می‌تواند در تعیین N در هر عمق از جریان مورد استفاده واقع گردد.

ب - در روش دوم مقدار دقیق $K_۱$ و $K_۲$ به ترتیب در اعماق $y_۱$ و $y_۲$ تعیین و سپس رابطهٔ ۶-۲۰ جهت تعیین مقدار N به کار برده می‌شود:

$$N = \frac{۲\log\left(\frac{K_۲}{K_۱}\right)}{\log\left(\frac{y_۲}{y_۱}\right)} \qquad (۲۰-۶)$$

از نظر محاسباتی جوابهای حاصل از روشهای الف و ب تفاوت قابل ملاحظه‌ای نخواهند داشت.



نمودار ۶-۲ منحنی مقادیر N در مقاطع ذوزنقه‌ای و دایروی

Prozhefa.com

استفاده از پارامترهای ریاضی M و N و نیز روابط ۶-۱۱ و ۶-۱۸ در تعیین مقادیر Z و K ، انتگرال‌گیری مستقیم از رابطهٔ ۵-۷ که در یک کانال با شیب مثبت ($S_\circ > \circ$) به شکل زیر نوشته می‌شود، را ممکن می‌سازد:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_\circ - S_f}{۱ - Fr^۲} \qquad (۶-۲۱)$$

$$\frac{dy}{dx} = S_\circ \frac{\left(۱ - \frac{S_f}{S_\circ}\right)}{۱ - Fr^۲} \qquad (۶-۲۲)$$

از طرفی به ازاء یک دبی مشخص، می‌توان روابط ۶-۲۳ و ۶-۲۴ را به ترتیب برای عمق نرمال و هر عمق دلخواه نوشت:

$$Q = \frac{۱}{n} R_\circ^{۲/۳} A_\circ S_\circ^{۱/۲} \Rightarrow Q = K_\circ S_\circ^{۱/۲} \Rightarrow Q^۲ = K_\circ^۲ S_\circ \qquad (۶-۲۳)$$

$$Q = \frac{۱}{n} R^{۲/۳} A S_f^{۱/۲} \Rightarrow Q = K S_f^{۱/۲} \Rightarrow Q^۲ = K^۲ S_f \qquad (۶-۲۴)$$

که از تقسیم طرفین دو رابطهٔ فوق بر یکدیگر رابطهٔ ۶-۲۵ به دست می‌آید:

$$\frac{S_f}{S_\circ} = \frac{K_\circ^۲}{K^۲} \qquad (۶-۲۵)$$

به طور مشابه به ازاء دبی ثابت، عدد فرود جریان در وضعیت بحرانی و یا هر عمق دلخواه دیگر، توسط روابط زیر تعریف می‌شود:

$$۱ = \frac{Q^۲ T_c}{g A_c^۳} \qquad (۶-۲۶)$$

$$Fr^۲ = \frac{Q^۲ T}{g A^۳} \qquad (۶-۲۷)$$

که مجدداً از تقسیم طرفین این دو رابطه بر یکدیگر خواهیم داشت:

$$Fr^۲ = \frac{T A_c^۳}{A^۳ T_c} \Rightarrow Fr^۲ = \frac{Z_c^۲}{Z^۲} \qquad (۶-۲۸)$$

استفاده از روابط ۶-۲۵ و ۶-۲۸ در رابطهٔ ۶-۲۲، به معادلهٔ زیر که یک رابطهٔ مناسب در روشهای انتگرال‌گیری مستقیم در یک شیب مثبت است منتج می‌گردد:

$$\frac{dy}{dx} = S_\circ \frac{۱ - \left(\frac{K_\circ^۲}{K^۲}\right)}{۱ - \left(\frac{Z_c^۲}{Z^۲}\right)} \qquad (۶-۲۹)$$

Prozhefa.com

که در حقیقت این رابطه شکل دیگری از معادلهٔ دینامیکی جریانهای متغیر تدریجی می‌باشد.

در صورتی‌که فرض شود مقادیر M و N در مقطعی ثابت و یا این‌که تغییرات آنها به ازاء تغییر عمق ناچیز می‌باشد، داریم:

$$\frac{K_0^2}{K^2} = \frac{C_2 y_0^N}{C_2 y^N} = \frac{S_f}{S_0} = \left(\frac{y_0}{y}\right)^N \qquad (۶-۳۰)$$

$$\frac{Z_c^2}{Z^2} = \frac{C_1 y_c^M}{C_1 y^M} = \left(\frac{y_c}{y}\right)^M \qquad (۶-۳۱)$$

که بر این اساس معادلهٔ ۶-۲۹، به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - \left(\frac{y_0}{y}\right)^N}{1 - \left(\frac{y_c}{y}\right)^M} \qquad (۶-۳۲)$$

رابطهٔ ۶-۳۲ در مورد مقاطعی که تغییرات M و N نسبت به عمق صفر و یا ناچیز باشد کاربرد داشته، تصحیحات لازم در مورد سایر مقاطع نیز در قسمتهای بعد توضیح داده خواهد شد.

۶-۲-۳-۱ روش برس (Bresse Method) در این روش که از قدیمی‌ترین روشها بوده و در کانالهای مستطیلی عریض پیشنهاد شده است، از رابطهٔ شزی با ضریب شزی ثابت به عنوان معادلهٔ مقاومت جریان استفاده می‌گردد، براین اساس و با توجه به فرضیات انجام شده و مراجعه به مثالهای ۶-۴ و ۶-۶، مقادیر M و N به شکل زیر در نظر گرفته می‌شوند:

کانالهای مستطیلی $M = ۳/۰$

کانالهای مستطیلی عریض برمبنای فرمول شزی $N = ۳/۰$

در نتیجه رابطهٔ ۶-۳۲ به رابطه ۶-۳۳ تبدیل میشود،

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - \left(\frac{y_0}{y}\right)^3}{1 - \left(\frac{y_c}{y}\right)^3} \qquad (۶-۳۳)$$

به منظور انتگرال‌گیری مستقیم، برس (Bresse) معادلهٔ به‌دست آمده را به‌صورت رابطهٔ ۶-۳۴ نوشت:

$$S_0\, dx = \left[1 - \frac{1 - \left(\frac{y_c}{y_0}\right)^3}{1 - \left(\frac{y}{y_0}\right)^3}\right] dy \qquad (۶-۳۴)$$

که با انتگرال‌گیری از معادلهٔ بالا رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

Prozhefa.com

$$S_0 x = y - y_0 \left[1 - \left(\frac{y_c}{y_0}\right)^3\right] \phi \qquad (۳۵-۶)$$

که در آن ϕ برابر است با:

$$\phi = \int \frac{du}{1-u^3} = \frac{1}{6} \ln \frac{u^2+u+1}{(u-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2u+1} + A_1 \qquad (۳۶-۶)$$

تابع ϕ تابع برس نامیده شده و در آن متغیر واسطه‌ای u برابر $\frac{y}{y_0}$ و A_1 مقدار ثابت انتگرال می‌باشند.

در صورتی‌که در محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب، محاسبهٔ فاصلهٔ طولی بین دوعمق y_1 و y_2 مدنظر باشد، می‌توان رابطهٔ ۶-۳۷ را به کار برد:

$$S_0(x_2 - x_1) = (y_2 - y_1) - y_0 \left[1 - \left(\frac{y_c}{y_0}\right)^3\right] (\phi_2 - \phi_1) \qquad (۳۷-۶)$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، در این رابطه مقدار ثابت انتگرال از محاسبات حذف خواهد گردید. رابطهٔ ۶-۳۷ به صورت زیر نیز نوشته می‌شود:

$$S_0(x_2 - x_1) = (y_2 - y_1) - y_0 \left[1 - \left(\frac{y_c}{y_0}\right)^3\right] [F(u_2, 3) - F(u_1, 3)] \qquad (۳۸-۶)$$

مقادیر $F(u_1, 3)$ و $F(u_2, 3)$ به ترتیب مقادیر حاصل از تابع ϕ در u_1 و u_2 به ازاء $N = 3$ را نشان می‌دهند که با استفاده از جدول تابع جریان متغیر برای شیبهای مثبت، که در انتهای این فصل آمده است، مشخص می‌شوند. استفاده از اعداد جدول در محاسبهٔ انتگرال و یا استفاده از رابطهٔ ۶-۳۷، جواب یکسان در تعیین فاصله بین دو عمق به‌دست خواهند داد.

نوشتن رابطهٔ ۶-۳۷ به شکل معادلهٔ ۶-۳۸ نشان خواهد داد که می‌توان این روش را یک حالت خاص از روش کاملتر بخمتف - چاو دانست که در بخش ۶-۲-۳-۳ توضیح داده می‌شود.

مثال ۶-۷

مثال ۶-۱ را با استفاده از روش برس حل نمایید.

حل:

مراجعه به مثال ۶-۱ نشان می‌دهد که هدف از این مثال تعیین فاصلهٔ محل بند (عمق ۲٫۹ متر) و محل پنجه پرش هیدرولیکی (عمق ۱٫۶۶ متر) می‌باشد. در صورتی‌که روش برس در این مورد به کار رود و محاسبهٔ نیمرخ (مطابق معمول در نیمرخهای زیر بحرانی) از پایین‌دست به بالادست انجام پذیرد، داریم:

$$y_1 = 2{,}9\text{m} \Rightarrow u_1 = \frac{2{,}9}{y_0} = \frac{2{,}9}{0{,}73} = 3{,}973$$

Prozhefa.com

$$u_1 = ۳٫۹۷۳ \xrightarrow{\text{رابطه ۶-۳۶}} \phi_1 = ۰٫۰۳۱۸۸ + A_1$$

$$y_2 = ۱٫۶۶\text{m} \Rightarrow u_2 = \frac{y_2}{y_0} = \frac{۱٫۶۶}{۰٫۷۳} = ۲٫۲۷۴$$

$$u_2 = ۲٫۲۷۴ \xrightarrow{\text{رابطه ۶-۳۶}} \phi_2 = ۰٫۱۰۰۱۶۷۲ + A_1$$

که با استفاده از رابطهٔ ۶-۳۷، فاصلهٔ طولی بین دو عمق ۱٫۶۶m و ۲٫۶m به‌دست می‌آید:

$$۰٫۰۲(x_2 - x_1) = (۱٫۶۶ - ۲٫۹) - ۰٫۷۳\left[۱ - \left(\frac{۱٫۱۳}{۰٫۷۳}\right)^3\right](۰٫۱۰۰۱۶۷۲ - ۰٫۰۳۱۸۸)$$

$$(x_2 - x_1) = -۵۵٫۲۴۸\text{m}$$

در صورت استفاده از اعداد جدول تابع متغیر در شیب‌های مثبت در تعیین $(\phi_2 - \phi_1)$، مقدار $(x_2 - x_1)$ برابر ۵۵٫۲m- محاسبه می‌گردد.

ملاحظه می‌شود که جواب حاصل از روش برس با جواب حاصل از روش گام‌به گام مستقیم (با دوگام محاسباتی) در حدود ٪۲ تفاوت نشان می‌دهد و این در حالی است که روش برس برای کانالهای مستطیلی عریض و با فرض ضریب شزی ثابت پیشنهاد شده و هیچیک از این دو فرض در این مثال برقرار نبوده‌اند. لذا در این حالات روش برس به عنوان یک روش کاملاً تقریبی مطرح می‌باشد.

حُسن اصلی روش برس در این است که در صورتی که در کانالی فرضیات لازم برقرار باشند، این روش می‌تواند به عنوان یک روش دقیق مبنای ارزیابی دقت روشهای عددی مختلف قرار گیرد و از طرفی می‌توان تنها در یک گام فاصلهٔ طولی بین هر دو مقطع دلخواه را تخمین زد.

این مثال با روش بخمتف - چاو نیز حل خواهدگردید.

مثال ۶-۸

نشان دهید که در کانالهای مستطیلی عریض و با فرض ثابت بودن ضریب شزی، نیمرخهای نوع $C1$ و $C3$ در شیب بحرانی، خط مستقیم افقی خواهند بود.

حل:

با توجه به فرضیات ذکر شده و این‌که در شیب بحرانی، عمق بحرانی و عمق نرمال با یکدیگر مساوی می‌باشند می‌توان نوشت:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{۱ - \left(\frac{y_0}{y}\right)^3}{۱ - \left(\frac{y_c}{y}\right)^3}$$

Prozhefa.com

$$y_\circ = y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = S_\circ \qquad (۳۹-۶)$$

رابطهٔ ۶-۳۹ نشان می‌دهد که در شیب بحرانی تغییرات عمق در نیمرخهای سطح آب با شیب ثابت $S_\circ$ صورت می‌گیرد که به مفهوم افقی بودن نیمرخهای سطح آب می‌باشد.

۶-۲-۳-۲ روش بخمتف (Bakhmeteff Method) بخمتف سعی نمود تا انتگرال‌گیری از معادلهٔ ۶-۲۱ را در حالتی که $M \neq N$ باشد انجام دهد. بدین‌منظور وی ضریب β رابه صورت زیر معرفی و فرض نمود که این ضریب در محدودهٔ کوتاهی از عمق مقدار ثابتی دارد. اگرچه این روش امروزه به کار نمی‌رود ولی توجه به‌اساس روش مفید خواهد بود:

$$\beta = Fr^2 \frac{S_\circ}{S_f} \qquad (۴۰-۶)$$

و در نتیجه معادلهٔ ۶-۲۱ به شکل زیر تبدیل می‌گردد:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_\circ - S_f}{1 - Fr^2} = S_\circ \frac{1 - \frac{S_f}{S_\circ}}{1 - \frac{\beta S_f}{S_\circ}} \qquad (۴۱-۶)$$

اگر رابطهٔ ۶-۳۰ با رابطهٔ ۶-۴۱ ترکیب شود:

$$\frac{dy}{dx} = S_\circ \frac{1 - \left(\frac{y_\circ}{y}\right)^N}{1 - \beta \left(\frac{y_\circ}{y}\right)^N} \qquad (۴۲-۶)$$

که با عملیات ریاضی ساده می‌تواند به رابطهٔ زیر تبدیل شود:

$$S_\circ \frac{dx}{dy} = 1 - \frac{1 - \beta}{1 - \left(\frac{y}{y_\circ}\right)^N} \qquad (۴۳-۶)$$

یا:

$$S_\circ x = y - (1 - \beta)\, y_\circ [F(u, N)]$$

$$S_\circ (x_2 - x_1) = y_2 - y_1 - (1 - \beta)\, y_\circ [F(u_2, N) - F(u_1, N)] \qquad (۴۴-۶)$$

منظور از تابع $F(u, N)$ رابطهٔ زیر می‌باشد:

$$F(u, N) = \int_\circ^u \frac{du}{1 - u^N}, \quad u = \frac{y}{y_\circ} \qquad (۴۵-۶)$$

تابع $F(u, N)$ تابع جریان متغیر درشیب‌های مثبت نامیده شده، مقدار آن در محاسبات دستی می‌تواند از جداول انتهای فصل استخراج گردد. در صورت نیاز به برنامه‌ریزی کامپیوتری، می‌توان مقدار حاصل از انتگرال در رابطهٔ ۶-۴۵ را با روشهای عددی انتگرال‌گیری به‌دست آورد. این انتگرال به صورت یک سری

Prozhefa.com

ریاضی ساده نیز قابل بیان است که با دقت قابل‌قبولی مقدار حاصل از انتگرال را به‌دست می‌دهد.

در رابطهٔ ۶-۴۴، β پارامتری است که از رابطهٔ ۶-۴۶ تبعیت کرده، تغییرات آن با عمق کند فرض می‌شود:

$$\beta = Fr^2 \frac{S_\circ}{S_f} = \frac{Q^2 T}{gA^3} \frac{S_\circ R^{4/3} A^2}{Q^2 n^2}$$

$$\beta = \frac{S_\circ R^{4/3}}{gn^2 D} \qquad (۶-۴۶)$$

در محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب می‌توان با انتخاب β و N مناسب در حد فاصل دو عمق (فرضاً مقدار این پارامترها در عمق متوسط دو عمق موردنظر) و با استفاده از معادلهٔ ۶-۴۴، فاصلهٔ طولی بین دو عمق را تعیین نمود. بدیهی است که انتخاب اعماق نزدیک به یکدیگر جوابهای دقیقتری را نتیجه خواهد داد.

۶-۲-۳-۳ روش بخمتف - چاو (Bakhmeteff - Chow Method) چاو روش انتگرال‌گیری از معادلهٔ دینامیکی مربوطه را به‌گونهٔ زیر، که دقت و سهولت بیشتری نسبت به روش بخمتف دارد، تغییر داد:

$$\frac{dy}{dx} = S_\circ \frac{1 - \left(\frac{y_\circ}{y}\right)^N}{1 - \left(\frac{y_c}{y}\right)^M} \qquad (۶-۳۲)$$

$$u = \frac{y}{y_\circ} \Rightarrow du = \frac{1}{y_\circ} dy$$

چاو با قدری عملیات ریاضی، معادلهٔ زیر را ارائه نمود:

$$dx = \frac{y_\circ}{S_\circ} \left[1 - \frac{1}{1 - u^N} + \left(\frac{y_c}{y_\circ}\right)^M \frac{u^{N-M}}{1 - u^N}\right] du \qquad (۶-۴۷)$$

که با انتگرال‌گیری از آن، رابطهٔ ۶-۴۸ حاصل می‌گردد:

$$x = \frac{y_\circ}{S_\circ} \left[u - F(u,N) + \left(\frac{y_c}{y_\circ}\right)^M \int_\circ^u \frac{u^N - M}{1 - u^N} du\right] \qquad (۶-۴۸)$$

$$F(u,N) = \int_\circ^u \frac{du}{1 - u^N} \qquad (۶-۴۹)$$

مقدار $F(u, N)$ مجدداً تابع جریان متغیر در شیب‌های مثبت است که از جدول انتهای همین فصل به‌دست می‌آید. دومین انتگرال در رابطهٔ ۶-۴۸ نیز با توجه به متغیرهای واسطه‌ای v و J به‌صورتی تبدیل می‌شود که قابل استخراج از جداول تابع جریان متغیر باشد:

$$\int_\circ^u \frac{u^N - M}{1 - u^N} du = \frac{J}{N} \int_\circ^u \frac{dv}{1 - v^J} = \frac{J}{N} F(v,J) \qquad (۶-۵۰)$$

Prozhefa.com

که درآن :

$$J = \frac{N}{N - M + ۱} \quad , \quad v = u^{N/J}$$

و نهایتاً رابطهٔ لازم در محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب با استفاده از روش بخمتف - چاو به شکل فشردهٔ زیر در می‌آید:

$$x = A\,[u - F(u, N) + BF(v, J)] \qquad (۵۱-۶)$$

جائی که :

$$u = \frac{y}{y_۰}$$

$$J = \frac{N}{N - M + ۱}$$

$$v = u^{N/J}$$

$$A = \frac{y_۰}{S_۰}$$

$$B = \left(\frac{y_c}{y_۰}\right)^M \frac{J}{N}$$

در صورتی‌که به صورت معمول محاسبهٔ فاصلهٔ طولی بین دوعمق $y_۱$ و $y_۲$ مدنظر باشد:

$$(x_۲ - x_۱) = A\{(u_۲ - u_۱) - [F(u_۲, N) - F(u_۱, N)] + B[F(v_۲, J) - F(v_۱, J)]\} \qquad (۵۲-۶)$$

در صورتی‌که مقادیر M و N در سرتاسر عمق ثابت و یا تغییرات آنها نسبت به عمق تدریجی باشد، می‌توان با انتخاب M و N مناسب در حد فاصل دو عمق، فاصلهٔ طولی بین آنها را با استفاده از رابطهٔ ۶-۵۲ تعیین و با دقت کمتری با یک گام، طول نیمرخ را محاسبه نمود. توجه به مثالهای ۶-۹ و ۶-۱۰، کاربرد روش را روشن‌تر می‌سازد.

مثال ۶-۹

مثال ۶-۱ را با استفاده از روش بخمتف - چاو حل نمایید.

حل :

مراجعه به مثالهای ۶-۱ و ۶-۷ نشان می‌دهد که هدف از این مثال تعیین فاصلهٔ محل بند تا محل پنجه پرش هیدرولیکی می‌باشد. کاربرد روش چاو نیاز به تخمین مقادیر M و N درحد فاصل بین دو عمق ۲٫۹m و ۱٫۶۶m دارد.

کانال مستطیلی

$M = ۳٫۰$

$N = ?$

Prozhefa.com

$y_۱ = ۲/۹\text{m}$

$y_۲ = ۱/۶۶$

$$y_{av} = \frac{۱/۶۶ + ۲/۹}{۲} = ۲/۲۸ \quad \frac{y_{av}}{b} = \frac{۲/۲۸}{۳} = ۰/۷۶ \xrightarrow{\text{نمودار ۶-۲}} N = ۲/۵۴$$

$$J = \frac{N}{N - M + ۱} = \frac{۲/۵۴}{۲/۵۴ - ۳ + ۱} = ۴/۷$$

در صورتی‌که استفاده سریع از جداول مدنظر باشد می‌توان مقدار N و J رابه ترتیب برابر ۳ و ۵ در نظر گرفت.

$$A = \frac{y_۰}{S_۰} = \frac{۰/۷۳}{۰/۰۲} = ۳۶/۵$$

$$B = \left(\frac{۱/۱۳}{۰/۷۳}\right)^۳ \frac{۴/۷}{۲/۵۴} = ۶/۸۶۳$$

$$x = A[u - F(u\ ,\ N) + BF(v\ ,\ J)] \qquad (۶-۵۱)$$

برای پرهیز از خطای احتمالی، می‌توان از جدولی مشابه جدول ۶-۴ استفاده نمود.

جدول ۶-۴

$y\ (m)$	$u = y/y_۰$	$v = u^{N/J}$	$F(u, ۲/۵۴)$	$F(v, ۴/۷)$	x	Δx	L
۲/۹	۳/۹۷	۲/۱۱	۰/۰۸۰۵۷	۰/۰۱۷۲۳	۱۴۶/۲۸		۰
						-۵۶/۵۷	
۱/۶۶	۲/۲۷	۱/۵۶	۰/۱۹۵۹۵	۰/۰۵۵۹	۸۹/۷۱		-۵۶/۵۷

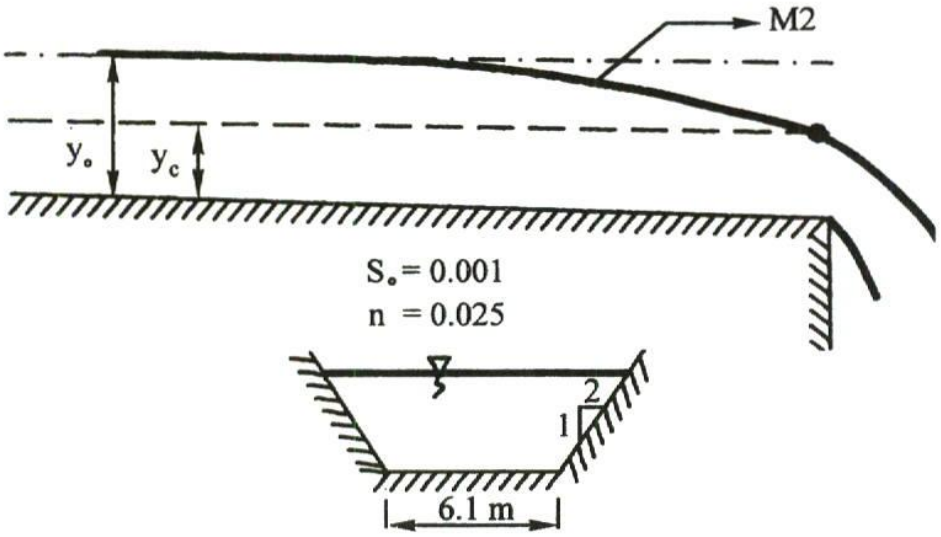
در جدول فوق مقدار x با استفاده از رابطهٔ ۶-۵۱ تعیین می‌شود. Δx فاصله بین دو عمق و L فاصله نسبت به مبداء (محل‌بند) را نشان می‌دهد. در نتیجه با توجه به محاسبات انجام شده فاصلهٔ محل بند تا پنجهٔ پرش هیدرولیکی برابر ۵۶/۵۷m به‌دست می‌آید.

حُسن روش چاو در این است که با توجه به این‌که انتگرال‌گیری به‌صورت مستقیم انجام می‌شود ضمن برخورداری از دقت بیشتر در تعیین فاصلهٔ بین دو عمق نیاز به در نظر گرفتن اعماق میانی نمی‌باشد.

Prozhefa.com

مثال ۶-۱۰

یک کانال ذوزنقه‌ای با عرض کف ۶٫۱m، شیب کناره‌های ۱:۲ ($z = ۲$)، ضریب زبری مانینگ ۰٫۰۲۵ و شیب طولی ۰٫۰۰۱ دبی $۲۸m^3/s$ را جریان می‌دهد. اگر جریان به یک شیب‌شکن ختم شود، نیمرخ سطح آب را از محل شیب‌شکن تا محلی که عمق جریان برابر ۰٫۹ عمق نرمال باشد با استفاده از روش بخمتف - چاو محاسبه نمایید.



شکل ۶-۷

حل:

ابتدا عمق نرمال و عمق بحرانی در کانال محاسبه می‌شود:

$$\frac{A_o R_o^{۲/۳}}{b^{۸/۳}} = \frac{Qn}{\sqrt{S_o} b^{۸/۳}} = \frac{۲۸ \times ۰/۰۲۵}{\sqrt{۰/۰۰۱}(۶/۱)^{۸/۳}} = ۰/۱۷۸$$

$$\frac{A_o R_o^{۲/۳}}{b^{۸/۳}} = ۰/۱۷۸ \xrightarrow[z = ۲]{\text{نمودار ۴-۲}} \frac{y_o}{b} = ۰/۳۱۱ \Rightarrow y_o = ۰/۳۱۱ \times ۶/۱ = ۱/۹۰\text{m}$$

$$\frac{Z_c}{b^{۲/۵}} = \frac{Q}{\sqrt{g} b^{۲/۵}} = \frac{۲۸}{\sqrt{۹/۸۱}(۶/۱)^{۲/۵}} = ۰/۰۹۷ \xrightarrow[z = ۲]{\text{نمودار ۲-۱}} \frac{y_c}{b} = ۰/۱۸۷$$

$$\frac{y_c}{b} = ۰/۱۸۷ \Rightarrow y_c = ۰/۱۸۷ \times ۶/۱ = ۱/۱۴m$$

باتوجه به این‌که عمق نرمال بیش از عمق بحرانی است نیمرخ سطح آب ازنوع $M۲$ و از طرفی مقطع کنترل این نیمرخ رأس شیب‌شکن (عمق بحرانی) می‌باشد.

Prozhefa.com

Prozhefa.com

در محاسبات جدول فوق، هنگامی که مقادیر تابع جریان متغیر مستقیماً در جدول مربوطه وجود ندارند مقادیر لازم با استفاده از درون‌یابی دوطرفه به‌دست آمده‌اند. چنانکه در محاسبات جدول ۶-۵ مشخص است مقادیر M و N و J درحد فاصل بین دو عمق ۱٫۱۴m و ۱٫۷۱m ثابت فرض شده‌اند و در صورتی که از عمق‌های بینابینی در جهت ترسیم نیمرخ صرفنظر شود می‌توان فاصلهٔ بین دو عمق ۱٫۱۴m و ۱٫۹۱m را با یک گام نیز به‌دست آورد.

در جدول ۶-۶، با انتخاب مقادیر صحیح M و N در حد فاصل هر دو عمق، فاصلهٔ بین اعماق دقیقتر محاسبه شده است. این روش حل اگرچه جوابهای دقیقتری در اختیار می‌گذارد ولی مستلزم زحمت محاسباتی بیشتری است و در حقیقت روشهای انتگرال مستقیم را به یک روش عددی تبدیل می‌کند.

جدول ۶-۶

$y_{(m)}$	$u=y/y_\circ$	M	N	J	$v=u^{N/J}$	$F(u,N)$	$F(v,J)$	B	x	Δx	L
۱٫۱۴	۰٫۶				۰٫۵۴	۰٫۶۲۲۵۵	۰٫۵۶۳		۱۱۱٫۱۹		۰
		۳٫۴۲	۳٫۶۳	۳٫۰				۰٫۱۴۴۰		-۶٫۵۱	
۱٫۳	۰٫۶۸				۰٫۶۳	۰٫۷۲۲۲۵	۰٫۶۷۶		۱۰۴٫۶۸		-۶٫۵۱
۱٫۳	۰٫۶۸				۰٫۶۲	۰٫۷۲۰۵	۰٫۶۶۳۸		۹۶٫۴۷		-۶٫۵۱
		۳٫۴۶	۳٫۷۰	۲٫۹۸				۰٫۱۳۷۶		-۵۰٫۷۹	
۱٫۵	۰٫۷۹				۰٫۷۵	۰٫۸۸۴	۰٫۸۵۸۵		۴۵٫۶۸		-۵۷٫۳
۱٫۵	۰٫۷۹				۰٫۷۵	۰٫۸۸۱۵	۰٫۸۵۵۷		۴۴٫۱۷		-۵۷٫۳
		۳٫۵۱	۳٫۷۵	۳٫۰۲				۰٫۱۳۴۱		-۱۷۹٫۰۹	
۱٫۷۱	۰٫۹				۰٫۸۸	۱٫۱۲۵	۱٫۱۴۸۳		-۱۳۴٫۹۲		-۲۳۶٫۳۹

مقایسهٔ دو جدول ۶-۵ و ۶-۶ نشان می‌دهد که گرچه جوابهای حاصل در حدود ۱٫۳٪ با یکدیگر تفاوت دارند ولی همان‌گونه که اشاره شد انجام محاسبات به صورت جدول ۶-۶ مستلزم زحمت محاسباتی زیادتری می‌باشد.

در استخراج معادلهٔ ۶-۵۱ این فرض صورت گرفته است که مقدار M در حد فاصل بین دو عمقی که محاسبات نیمرخ در آنها صورت می‌گیرد و در عمق بحرانی و نیز مقدار N در حد فاصل بین دو عمق مذکور و عمق نرمال یکسان می‌باشند که این فرضیات صحیح نبوده و لذا می‌توان با استفاده از رابطهٔ ۶-۵۳ که توسط چاو استخراج شده است محاسبات را اصلاح نمود. دراین رابطه M_c و $N_\circ$ به‌ترتیب در اعماق

Prozhefa.com

بحرانی و نرمال در نظر گرفته شده‌اند. رابطهٔ ۶-۵۳ در محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب در کانالهائی که تغییرات M و N در آنها زیاد می‌باشد (نظیر دایره) می‌تواند مورد استفاده واقع شود.

$$x=\frac{y_{\circ}^{N_{\circ}/N}}{S_{\circ}}\left[u-F(u,N)+\left(\frac{y_c^{M_c/M}}{y_{\circ}^{N_{\circ}/N}}\right)^{M}\frac{J}{N}F(v,J)\right] \qquad (۵۳-۶)$$

$$J=\frac{N}{N-M+1},u=\frac{y}{y_{\circ}^{N_{\circ}/N}},v=u^{N/J}$$

۶-۲-۴ روش انتگرال‌گیری مستقیم در مقاطع دایروی

نیمرخهای سطح آب در کانالهای دایروی را می‌توان با انجام محاسباتی شبیه آنچه در جدول ۶-۶ از مثال ۶-۱۰ صورت گرفت محاسبه نمود و گرچه استفاده از رابطهٔ ۶-۵۳ نیز دقت محاسبات را بالا می‌برد ولی این روش نیاز به صرف وقت زیاد دارد. یک روش متفاوت در انتگرال‌گیری مستقیم از معادلهٔ دینامیکی جریان متغیر تدریجی در کانالهای دایروی توسط کیفر وچو (Keifer & Chu) پیشنهاد شده است که محاسبات را ساده‌تر می‌سازد.

فرض شود جریان با دبی حقیقی Q در یک کانال دایروی به قطر $d_{\circ}$ و شیب طولی $S_{\circ}$ برقرار می‌باشد. اگر K و $K_{\circ}$ به ترتیب ضرایب انتقال در عمق دلخواه و عمق نرمال باشند خواهیم داشت:

$$Q=K\sqrt{S_f} \qquad (۵۴-۶)$$

$$Q=K_{\circ}\sqrt{S_{\circ}} \qquad (۵۵-۶)$$

$$Q_f=K_f\sqrt{S_{\circ}} \qquad (۵۶-۶)$$

در رابطهٔ ۶-۵۶، Q_f دبی فرضی است که کانال در حالت تمام پر تحت شیب $S_{\circ}$ از خود عبور می‌دهد. بدیهی است در این حالت مقدار K_f نیز توسط رابطهٔ ۶-۵۷ بیان می‌شود.

$$K_f=\frac{1}{n}\left(\frac{\pi d_{\circ}^{2}}{4}\right)\left(\frac{d_{\circ}}{4}\right)^{2/3} \qquad (۵۷-۶)$$

با استفاده از روابط فوق می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{K_{\circ}}{K}\right)^{2}=\left(\frac{K_{\circ}}{K_f}\right)^{2}\left(\frac{K_f}{K}\right)^{2}$$

Prozhefa.com

$$\left(\frac{K_f}{K}\right)^2 = \left[\frac{\left(\frac{\pi d_\circ^2}{4}\right) \times \left(\frac{d_\circ}{4}\right)^{2/3}}{AR^{2/3}}\right]^2 = f_1\left(\frac{y}{d_\circ}\right)$$

$$\left(\frac{K_\circ}{K_f}\right)^2 = \left(\frac{Q}{Q_f}\right)^2 = Q_r^2$$

و در نتیجه:

$$\left(\frac{K_\circ}{K}\right)^2 = Q_r^2 f_1\left(\frac{y}{d_\circ}\right) \qquad (۶-۵۸)$$

با استفاده از رابطهٔ بالا، معادلهٔ دیفرانسیل جریان متغیر تدریجی در یک شیب مثبت (رابطهٔ ۶-۲۹) به معادلهٔ زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{dy}{dx} = S_\circ \frac{1 - Q_r^2 f_1\left(\frac{y}{d_\circ}\right)}{1 - \frac{\alpha Q^2 T}{gA^3}} \qquad (۶-۵۹)$$

ازطرفی:

$$\frac{\alpha Q^2 T}{gA^3} = \frac{\alpha Q^2}{gd_\circ^5} \frac{\frac{T}{d_\circ}}{\left(\frac{A^3}{d_\circ^6}\right)} = \frac{\alpha Q^2}{gd_\circ^5} f_2\left(\frac{y}{d_\circ}\right)$$

اگر $\eta = \frac{y}{d_\circ}$ در نظر گرفته شود رابطهٔ زیر از معادلهٔ ۶-۵۹ به‌دست می‌آید:

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{S_\circ}{d_\circ}\left[\frac{1 - Q_r^2 f_1(\eta)}{1 - \left(\frac{\alpha Q^2}{gd_\circ^5}\right) f_2(\eta)}\right]$$

$$dx = \frac{d_\circ}{S_\circ}\left[\frac{d\eta}{1 - Q_r^2 f_1(\eta)} - \frac{\alpha Q^2}{gd_\circ^5} \frac{f_2(\eta)\, d\eta}{1 - Q_r^2 f_1(\eta)}\right] \qquad (۶-۶۰)$$

با انتگرال‌گیری:

$$x = \frac{-d_\circ}{S_\circ}\left[\int_\circ^\eta \frac{-d\eta}{1 - Q_r^2 f_1(\eta)} - \frac{\alpha Q^2}{gd_\circ^5} \int_\circ^\eta \frac{-f_2(\eta)\, d\eta}{1 - Q_r^2 f_1(\eta)}\right]$$

$$x = \frac{-d_\circ}{S_\circ}\left[I_1 - \frac{\alpha Q^2}{gd_\circ^5} I_2\right] \qquad (۶-۶۱)$$

$$I_1 = -\int_\circ^\eta \frac{d\eta}{1 - Q_r^2 f_1(\eta)} = I_1(Q_r, \eta)$$

Prozhefa.com

$$I_۲ = -\int_{۰}^{\eta} \frac{f_۲(\eta)\,d\eta}{۱ - Q_r^۲ f_۱(\eta)} = I_۲(Q_r, \eta)$$

توابع $I_۱$ و $I_۲$ که توابع کیفر وچو نامیده می‌شوند می‌توانند از جدول ضمیمه، در انتهای این فصل به‌دست آیند.

با توجه به معلوم بودن Q_r می‌توان با انتخاب η های مختلف مقدار $I_۱$ و $I_۲$ را از جدول ضمیمه پیدا و نهایتاً از تفاضل دو مقدار محاسبه شده $x_۲$ و $x_۱$، فاصلهٔ طولی بین دو عمق انتخابی را تعیین نمود. در هنگام ترسیم نیمرخ سطح آب توصیه می‌شود که مقادیر η به گونه‌ای انتخاب شوند که مقادیر $I_۱$ و $I_۲$ مستقیماً از جداول به‌دست آیند در غیراین‌صورت نیاز به یک میان‌یابی دوطرفه پیش می‌آید که جواب حاصل را دچار تقریب خواهد نمود. باید در نظر داشت که میان‌یابی نباید خطوط پررنگ در جداول کیفر وچو را قطع نماید (این وضعیت درحالت میل به سمت عمق نرمال پیش می‌آید). نکتهٔ حایز اهمیت دیگر در استفاده از جداول ضمیمه کیفر وچو در این است که در این جداول در محاسبهٔ $I_۲$ مقدار $g = ۳۲٫۲\text{ft/s}^۲$ درتابع $I_۲$ (Q_r و η) ملحوظ شده است. لذا در صورتی که مطابق محاسبات ارائه شده در استخراج رابطهٔ ۶-۶۱، مقدار g در عبارت $\frac{\alpha Q^۲}{g d_۰^۵}$ منظور شود، جهت رسیدن به مقدار بدون بعد $I_۲$ کافی است اعداد جدول در مقدار ۳۲٫۲ ضرب شوند. توجه به مثال زیر نحوهٔ تعیین $I_۱$ و $I_۲$ را مشخص می‌کند.

مثال ۶-۱۱

یک کانال دایروی بتنی به قطر ۲٫۰m، ضریب زبری مانینگ ۰٫۰۱۵ و شیب طولی ۰٫۰۰۱، دبی ۲٫۹۲ مترمکعب در ثانیه را انتقال می‌دهد. اگر جریان به یک شیب‌شکن ختم شود، نیمرخ سطح آب را محاسبه نمایید ($\alpha = ۱$).

حل:

در ابتدا مقادیر Q_f ، y_c و $y_۰$ تعیین می‌شوند:

$$Q_f = \frac{۱}{۰٫۰۱۵}\left(\frac{\pi ۲^۲}{۴}\right)\left(\frac{۲}{۴}\right)^{۲/۳}(۰٫۰۰۱)^{۱/۲} = ۴٫۱۷۲\ \text{m}^۳/\text{s}$$

$$Q_r = \frac{Q}{Q_f} = \frac{۲٫۹۲}{۴٫۱۷۲} = ۰٫۷$$

$$\frac{Qn}{\sqrt{S_۰}\,d_۰^{۸/۳}} = \frac{۲٫۹۲ \times ۰٫۰۱۵}{\sqrt{۰٫۰۰۱}(۲)^{۸/۳}} = ۰٫۲۱۸ \xrightarrow{\text{نمودار ۴-۲}} \frac{y_۰}{d_۰} = ۰٫۶۱$$

$$y_۰ = ۰٫۶۱ \times ۲ = ۱٫۲۲\text{m}$$