Prozhefa.com

برپایهٔ تکرار می‌باشد که سرانجام به سمت جواب حقیقی میل می‌نماید. در معرّفی این روش باید گفت که هر معادلهٔ غیرخطی برحسب y را می‌توان به صورت زیر مرتب نمود:

$$F(y) = 0 \qquad (۳۵-۲)$$

از آن‌جاکه مقدار y باید با استفاده از تکرار پیدا شود می‌توان طول گام مناسب در هر مرحله از تکرار را پیدا نمود. در این صورت باید رابطهٔ ۲-۳۵ را به صورت زیر بسط داد:

$$F(y^{k+1}) = F(y^k) + \left.\frac{dF}{dy}\right|_k \Delta y \qquad (۳۶-۲)$$

که در رابطهٔ ۲-۳۶، k اشاره به شمارهٔ تکرار مورد نظر دارد و $\left.\frac{dF}{dy}\right|_k$ مشتق تابع F نسبت به y می‌باشد که در تکرار k ام تعریف شده است. در فرآیند تکرار در نهایت مقدار $F(y^{k+1})$ باید صفر گردد و در نتیجه طول گام مناسب برابر است با:

$$\Delta y = -\frac{F(y^k)}{\left.\frac{dF}{dy}\right|_k} \qquad (۳۷-۲)$$

و می‌توان نوشت:

$$y^{k+1} = y^k + \Delta y \qquad (۳۸-۲)$$

طول گام مناسب در هر مرحله و مقدار y در تکرار مورد نظر به ترتیب از روابط ۲-۳۷ و ۲-۳۸ به‌دست می‌آیند و عملیات تکرار تا همگرا شدن جواب، به گونه‌ای که تفاوت y^{k+1} و y^k ناچیز گردد ادامه می‌یابد. این امر به معنی ارضاء رابطهٔ ۲-۳۹ می‌باشد، یعنی:

$$|y^{k+1} - y^k| \le \varepsilon_T \qquad (۳۹-۲)$$

در رابطهٔ ۲-۳۹، ε_T یک مقدار کوچک است که تالرنس (Tolerance) نامیده می‌شود.

به منظور استفاده از روش نیوتن در حلّ معادلهٔ ۲-۱۹ این معادله به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$A^{3/2}T^{-1/2} - \frac{Q\sqrt{\alpha}}{\sqrt{g\cos\theta}} = 0 \qquad (۴۰-۲)$$

معادلهٔ غیرخطی ۲-۴۰ به صورت ضمنی تابعی از y می‌باشد که حل آن عمق بحرانی (y_c) را به‌دست می‌دهد. برای حل معادلهٔ ۲-۴۰، مطابق روابط ۲-۳۶ و ۲-۳۷ به مشتق عبارت طرف چپ نسبت به y نیاز می‌باشد که می‌تواند به صورت زیر تعیین شود:

Prozhefa.com

$$\frac{dF}{dy} = \frac{۳}{۲} A^{۱/۲} T^{۱/۲} - \frac{۱}{۲}\left(\frac{A}{T}\right)^{۳/۲} \frac{dT}{dy} \qquad (۴۱-۲)$$

عبارت $\frac{dT}{dy}$ در رابطهٔ ۲-۴۱، در حالت کلی، برای یک مقطع ذوزنقه‌ای با شیب کناره‌های متفاوت در طرفین ($z_۱$ و $z_۲$) با استفاده از رابطهٔ سادهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{dT}{dy} = z_۱ + z_۲ \qquad (۴۲-۲)$$

بدیهی است که رابطهٔ ۲-۴۲ می‌تواند به مقطع مستطیلی، ذوزنقه‌ای، مثلثی نیز تعمیم یابد. به‌هرحال، برای هرگونه مقطع با هر شکل دلخواه نیاز می‌باشد که عبارت $\frac{dT}{dy}$ تعیین گردد و در صورتی که مقطع نامنظم باشد لازم می‌آید که از روشهای عددی مشتق‌گیری در تعیین آن استفاده شود.

مشابه هر روش عددی دیگر، همگرایی در روش نیوتن - رافسون نیز به میزان زیادی تابع حدس اوّلیه در شروع عملیات تکرار دارد و در صورتی‌که مقطع ذوزنقه‌ای باشد می‌توان از عمق بحرانی در مقطع مستطیلی که همان عرض کف مقطع ذوزنقه‌ای را دارد محاسبات را شروع نمود. ε_T نیز می‌تواند یک عدد کوچک مانند ۰٫۰۰۱m انتخاب گردد. در یک مسأله واقعی حساسیت جواب به ε_T های انتخابی باید ارزیابی شده و ε_T مناسب انتخاب گردد. قطعاً این انتخاب بستگی به میزان دقتی دارد که در محاسبات در نظر گرفته می‌شود.

این روش مناسب برنامه‌نویسی کامپیوتری می‌باشد و دراین راستا یک برنامهٔ کامپیوتری ساده به زبان فرترن در انتهای فصل آورده شده است که در حالت کلی برای یک مقطع ذوزنقه‌ای، که شیب کناره‌ها در طرفین کانال متفاوت است ($z_۱$ و $z_۲$) قابل اجرا است. در این برنامه حدس اولیه در شروع عملیات تکرار در داخل خود برنامه به نحوی که توضیح داده شد محاسبه می‌گردد. این‌گونه برنامه‌ها می‌توانند به عنوان یک زیر برنامه در برنامه‌های مفصل‌تری که در محاسبات هیدرولیکی لازم می‌آیند به کار روند.

لازم به توضیح است که امروزه با ظهور نرم‌افزارهای کامپیوتری نظیر صفحه گسترده‌ها (spreadsheets) و یا نرم‌افزارهای ریاضی نظیر Mathcad یا Matlab حل معادلات غیرخطی نظیر ۲-۴۰ به سهولت انجام می‌شود. ضمن این‌که در این‌گونه نرم‌افزارها سایر امکانات نرم‌افزار نظیر امکانات محاسباتی دیگر یا امکانات گرافیکی نیز در دسترس می‌باشند.

Prozhefa.com

مثال ۲-۱۹

قسمت «د» در مثال ۲-۱۱ را با استفاده از روش نیوتن - رافسون و برنامهٔ ارائه شده در انتهای فصل حلّ نمایید. ε_Tهای مختلف انتخاب نموده و حساسیت جواب را به ε_Tهای انتخابی بررسی نمایید.

حل:

کانال موردنظر یک کانال ذوزنقه‌ای با مشخصات زیر می‌باشد:

$$Q = ۵\ m^۳/s \qquad z_۱ = z_۲ = ۱/۵ \qquad b = ۲/۰\ m \qquad \alpha = ۱/۲ \qquad \theta \approx ۰$$

اطلاعات ورودی و خروجی مربوط به این مثال در انتهای فصل آورده شده‌اند.

عمق بحرانی به ازاء ε_Tهای مختلف یعنی ۰/۰۰۰۰۱، ۰/۰۰۰۱، ۰/۰۰۱، ۰/۰۱ و ۰/۱ متر تعیین گردید. ε_T مناسب برای این مثال حدود ۰/۰۰۱ می‌باشد و ریزترکردن ε_T از این مقدار، نتایج را در رقم هفتم بعد از اعشار ممکن است تغییر دهد که از نقطه‌نظر عملی چندان ارزشی ندارد. عمق بحرانی به‌دست آمده به ازاء $\varepsilon_T = ۰/۰۰۱m$ برابر ۰/۷۵۲۰۸۶m است که بعد از ۳ تکرار به‌دست آمده است. این جواب با جوابهای به‌دست آمده در مثالهای ۲-۱۱ و ۲-۱۲ نزدیکی لازم را دارد.

Prozhefa.com

مسایل

در حل مسائل این فصل جز در موارد قید شده، کانالها با شیب کم و $\alpha = ۱$ فرض شوند.

۱-۲ آب با دبی $۵٫۰ \text{m}^3/\text{s}$ و عمق $۱٫۵\text{m}$ در یک کانال مستطیلی به عرض $۲٫۵\text{ m}$ جاری است. ضریب تصحیح انرژی جنبشی محاسبه و برابر $۱٫۲$ به‌دست آمده است. انرژی مخصوص جریان را به‌دست آورید. اگر برای عمق متناوب این عمق $\alpha = ۱$ باشد عمق متناوب را تعیین نمایید.

۲-۲ اگر در جریان آب در یک کانال مستطیلی $Fr_۱$ و $Fr_۲$ اعداد فرود جریان متعلق به دو عمق متناوب باشند رابطهٔ زیر را به‌دست آورید.

$$\left(\frac{Fr_۲}{Fr_۱}\right)^{۲/۳} = \frac{۲ + Fr_۲^۲}{۲ + Fr_۱^۲}$$

۳-۲ اگر $y_۱$ و $y_۲$ دو عمق متناوب جریان در یک کانال مستطیلی باشند. رابطهٔ زیر را به‌دست آورید.

$$\frac{۲y_۱^۲ y_۲^۲}{(y_۱ + y_۲)} = y_c^۳$$

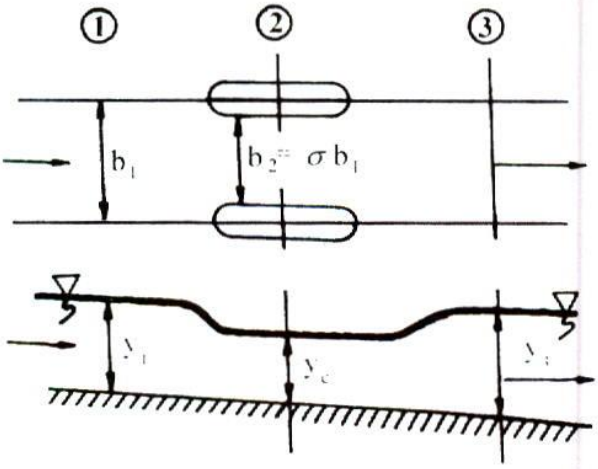
و نیز نشان دهید که انرژی مخصوص برابر خواهد شد با:

$$E = \frac{y_۱^۲ + y_۱y_۲ + y_۲^۲}{(y_۱ + y_۲)}$$

با رسم $\frac{y_۱}{y_c}$ در مقابل $\frac{y_۲}{y_c}$ در یک دستگاه محور مختصات، رابطهٔ اول را ترسیم کنید و خصوصیات این منحنی را بررسی نمایید.

۴-۲ جریان آب ضمن عبور از مسیر یک رودخانه از میان پایه‌های پلی مطابق شکل می‌گذرد. اگر وضعیت جریان در مقطع ۲ بحرانی فرض شود و $E_۱ = E_۲$ درنظر گرفته شود ثابت کنید:

$$\sigma^۲ = \frac{۲۷\, Fr_۱^۲}{(۲ + Fr_۱^۲)^۳}$$



Prozhefa.com

۲-۵ ماکزیمم دبی جریان از یک کانال مستطیلی به عرض ۲٫۵m را با انرژی مخصوص معادل ۲٫۰۰m به‌دست آورید. مسئله را در مقایسه با آبگیری از یک دریاچه توسط کانالی با شیب تند تفسیر فیزیکی نمایید.

۲-۶ در یک کانال دایروی به قطر ۱٫۵m عمق بحرانی در انرژی مخصوصی معادل ۱٫۸m پیش می‌آید. مقدار y_c را به‌دست آورید.

۲-۷ کانالهای داده‌شده‌زیر دبی $5{,}0\ m^3/s$ را جریان می‌دهند. عمق بحرانی جریان را در هر حالت تعیین نمایید.

الف - کانال ذوزنقه‌ای با عرض کف ۸ متر و $z = 1{,}5$

ب - کانال دایروی با قطر ۱٫۵ متر و $\alpha = 1{,}1$

ج - قسمت الف را با استفاده از برنامهٔ ارائه شده در انتهای فصل نیز حلّ نمایید.

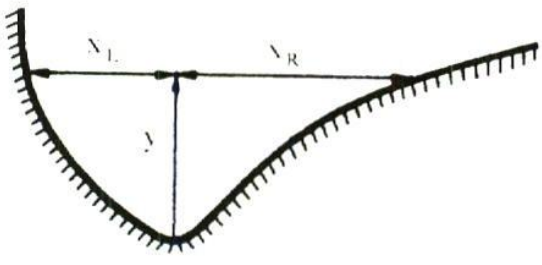
۲-۸ آب در یک کانال ذوزنقه‌ای با عرض کف ۵٫۰m ($b = 5{,}0\ m$) و شیب جانبی (افقی) ۱٫۵: (قائم) ۱ با عمق ۱٫۵m و سرعت ۱٫۰ متر در ثانیه جاری است.

الف: عرض مقطع به چه میزان کاهش یابد تا بدون تغییر در شرایط بالادست در محل تنگنا وضعیت جریان بحرانی شود (شیب کناره تغییر نمی‌کند).

ب: عمق جریان در بالادست تنگنا را هنگامی که عرض آن $\frac{3}{4}$ عرض در قسمت الف مسئله باشد تعیین نمایید.

۲-۹ یک کانال دارای مقطع هندسی نامنظم مطابق آنچه در شکل نشان داده شده است می‌باشد. به‌ازاء دبی $50\ m^3/s$ عمق بحرانی در این کانال را به‌دست آورید.

شیب کانال کم می‌باشد و $\alpha = 1{,}1$ در نظر گرفته شود.



y (m)	x_L (m)	x_R (m)
۰		
۱	۱٫۵	۱٫۱
۲	۲٫۶	۲
۳	۳٫۲۵	۳٫۳
۴	۳٫۶	۵٫۵
۵	۳٫۸۵	۸٫۲

Prozhefa.com

۲-۱۰ یک کانال مستطیلی به عرض ۲٫۵m، دبی $۶٫۰ m^۳/s$ را در عمق ۰٫۵m جریان می‌دهد. ارتفاع یک برآمدگی هموار را به نحوی تعیین نمایید که ایجاد جریان بحرانی نماید. افت انرژی موضعی را برابر ۰٫۱ ارتفاع معادل سرعت در بالادست برآمدگی در نظر بگیرید.

۲-۱۱ آب با سرعت ۱٫۵m/s و عمق ۰٫۹m در یک کانال مستطیلی به عرض ۳٫۰m جریان دارد سپس عرض کانال توسط یک تبدیل گردگوشه به ۲٫۱m کاهش می‌یابد. به چه میزان باید کف کانال در محل تبدیل پایین آورده شود تا حالت زیر بحرانی در پایین‌دست تبدیل برقرار باشد و عدد فرود جریان در پایین‌دست از ۰٫۸ تجاوز نکند. افت انرژی در طول تبدیل برابر ۰٫۰۴ ارتفاع معادل سرعت در پایین‌دست تبدیل می‌باشد.

این مسئله یک مثال از طراحی مناسب تبدیلهای زیر بحرانی را نشان می‌دهد.

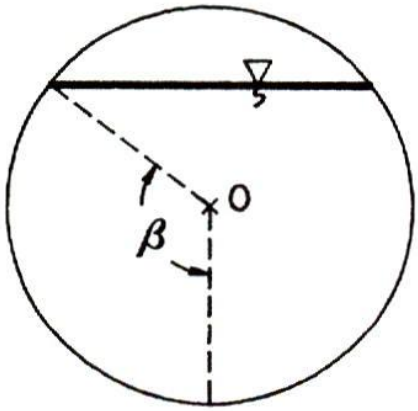
۲-۱۲ در مثال ۲-۲ منحنی تغییرات عمق جریان پس از برآمدگی ($y_۳$) را بر روی شکل ۲-۱۱ ترسیم نمایید.

۲-۱۳ نشان دهید که اگر در نظر باشد که یک مقطع مستطیلی دبی ثابتی را در وضعیت بحرانی و با پیرامون مرطوب مینیمم عبور دهد، عمق جریان باید $\frac{۳}{۴}$ عرض مقطع انتخاب گردد.

۲-۱۴ نشان دهید که اگر در نظر باشد مقطع یک کانال به گونه‌ای طرح شود که در ترازهای مختلف سطح آب وضعیت جریان بحرانی باشد، شکل مقطع کانال از رابطهٔ زیر تبعیت می‌کند. در رابطهٔ داده شده، T عرض سطح و h فاصلهٔ تراز سطح آب تا خط انرژی می‌باشد.

$$T^۲h^۳ = \frac{Q^۲}{۸g}$$

۲-۱۵ در شکل زیر نشان دهید که در یک کانال دایروی به قطر d، مقدار دبی جریان در وضعیت بحرانی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.



$$Q^۲ = gd^۵ \frac{(\beta - \sin\beta\cos\beta)^۳}{۶۴\sin\beta}$$

Prozhefa.com

برنامهٔ کامپیوتری در محاسبهٔ عمق بحرانی به روش نیوتن - رافسون

```
C*********************************************************************
C*   Computation of Critical Depth in a Trapezoidal Channel with     *
C*   different Side Slopes using Newton-Raphson Method               *
C*********************************************************************
      OPEN(UNIT=5, FILE= 'CRITIC.DAT')
      OPEN(UNIT=6, FILE= 'CRITIC.OUT')
C
C
C
      READ (5,*)Q,B,Z1,Z2,ALPHA,THETA,TOLER,ITMAX
      WRITE(6,6)
 6    FORMAT(5X,'NEWTON-RAPHSON  METHOD FOR CRITICAL DEPTH'/)
      WRITE(6,20)Q,B,Z1,Z2,ALPHA,THETA,TOLER,ITMAX
 20   FORMAT(3X,'DISCHARGE=',F8.2,'M3/s'/3X,'BOTTOM  WIDTH=',F5.2,
     1'M'/3X,'SIDE SLOPE 1=',F4.2/3X,'SIDE SLOPE 2=',F4.2/3X,'ALPHA='
     2,F5.2/3X,'CHANNEL BOTTOM SLOPE=',F5.2,'DEGREES'/3X,
     3'TOLERANCE IN TERMS OF DEPTH=',F8.6,'M'/3X,
     4'MAXIMUM NUMBERR OF ITERATIONS=',I5/)
      THETA=0.017453292*THETA
      CONS=(Q*SQRT(ALPHA))/(SQRT(9.806*COS(THETA)))
      DTDY=Z1+Z2
      YI=(((Q/B)**2.)/9.806)**0.333333333
      K=0
 30   K=K+1
      IF(K.GT.ITMAX) GO TO 80
      T=B+(Z1+Z2)*YI
      A=0.5*(T+B)*YI
      F=(A**1.5)/(SQRT(T))-CONS
      DFDY=1.5*SQRT(A*T)-0.5*((A/T)**1.5)*DTDY
      DY=(-F)/DFDY
      YI=YI+DY
      IF(ABS(DY).LE.TOLER)GO TO 60
```

Prozhefa.com


```
      GO TO 30
60    WRITE(6,70)K,YI
70    FORMAT(3X,'METHOD CONVERGED AFTER ITERATION=',I5//3X,
     +'CRITICAL DEPTH=',F9.6,'M')
      GO TO 90
80    WRITE(6,85)
85    FORMAT(10X,'ITERATIONS FAILED')
90    STOP
      END
```

**********INPUT FILE**********

```
5. 2.0 1.5 1.5 1.2 0. 0.001 50
```

****

**********OUTPUT FILE**********

```
   NEWTON-RAPHSON METHOD FOR CRITICAL DEPTH

  DISCHARGE=     5.00M3/s
  BOTTOM WIDTH= 2.00M
  SIDE SLOPE 1=1.50
  SIDE SLOPE 2=1.50
  ALPHA= 1.20
  CHANNEL BOTTOM SLOPE= 0.00DEGREES
  TOLERANCE IN TERMS OF DEPTH=0.001000M
  MAXIMUM NUMBERR OF ITERATIONS=    50

  METHOD CONVERGED AFTER ITERATION=     3

  CRITICAL DEPTH= 0.752086M
```

Prozhefa.com

فصل ۳

اصل اندازهٔ حرکت در کانالهای باز و کاربرد آن

سید محمود حسینی - جلیل ابریشمی

مقدمه

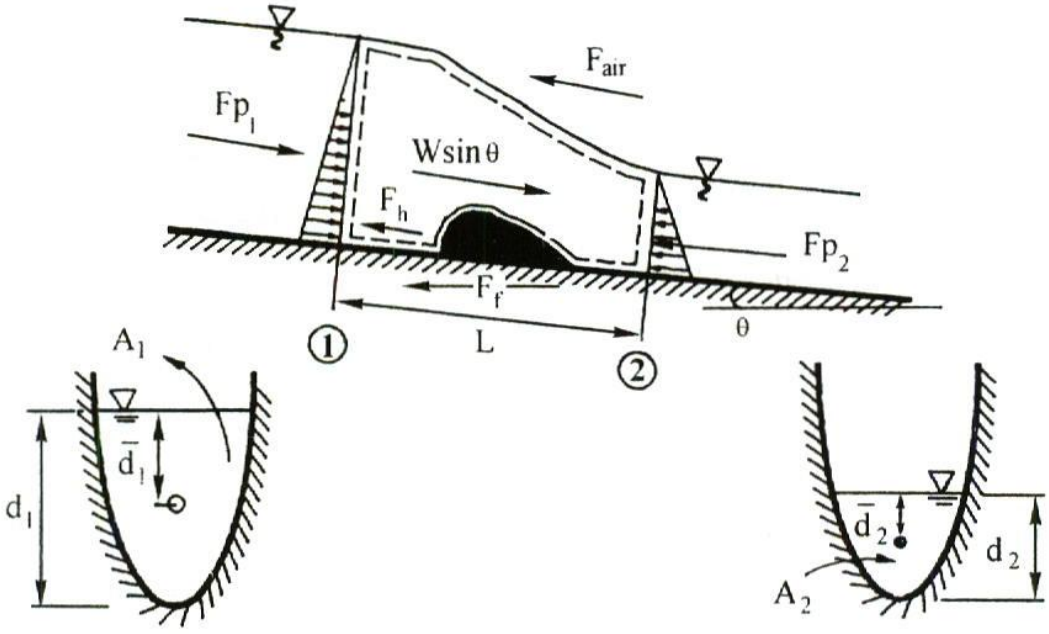
در این فصل به مفاهیم معادلهٔ اندازهٔ حرکت در تحلیل پدیده‌های موضعی در کانالهای باز اشاره خواهد شد. گروهی از مسایل مورد بررسی به گونه‌ای هستند که در آنها با توجه به مشخص بودن یا قابل صرفنظر کردن نیروها رابطهٔ اندازهٔ حرکت می‌تواند در ارتباط دادن سایر پارامترهای هیدرولیکی به کار رود. از این گروه می‌توان پرش هیدرولیکی در کانالهای با شیب کم را مثال زد که در این ارتباط مفاهیم و روشهای محاسباتی در مورد کانالهای با هر مقطع دلخواه ارائه خواهد شد. در گروهی دیگر از مسایل، معادلهٔ اندازهٔ حرکت می‌تواند در تعیین نیروهای مجهول به کار رود. از جملهٔ این مسایل می‌توان نیروی وارد بر دریچه‌ها یا سرریزها یا هرگونه مانع موضعی قرار گرفته در مسیر جریان را نام برد.

در ضمن ارائهٔ معادلهٔ اندازه حرکت، مفهوم قراردادی نیروی مخصوص نیز معرفی شده و دو کمیت انرژی مخصوص و نیروی مخصوص با یکدیگر مقایسه خواهند شد. مطالعهٔ مطالب ارائه شده در فصل یک، در زمینهٔ معادلهٔ اندازه حرکت به درک مفاهیم این فصل کمک خواهد نمود.

۳-۱ رابطهٔ اندازهٔ حرکت در کانالهای باز و معرفی نیروی مخصوص

در بخش ۱-۷-۳ بحث کلی در کاربرد رابطهٔ اندازه حرکت در تحلیل مسایل هیدرولیکی ارائه شد و اشاره گردید که اصل اندازهٔ حرکت هنگامی مورد استفاده قرار می‌گیرد که نیروهای خارجی مؤثر بر حجم کنترل انتخابی از جریان مشخص و یا قابل صرفنظر کردن باشند. در صورتی‌که سایر مشخصات هیدرولیکی مشخص باشند این رابطه می‌تواند در تعیین نیروهای غیرمشخص نیز به کار رود. در بررسی کاملتر رابطهٔ اندازه حرکت در جریانهای دائمی، حجم کنترل مشخصی بین دو مقطع ۱ و ۲ از جریان درنظر گرفته می‌شود (شکل ۳-۱):

Prozhefa.com



شکل ۳-۱ جریان در قسمتی از مسیر کانال باز

در مسیر جریان یک مانع که نیروی رانش جریان بر روی آن اعمال می‌شود نیز در نظر گرفته شده است. این نیرو می‌تواند نیروی ناشی از پایه‌های پل، بلوکهای ضربه گیر و یا نیروهای فشاری ناشی از جدارهٔ کانال در یک کانال غیرمنشوری باشد. مستقل از این‌که در مسیر جریان افت انرژی به‌صورت موضعی و یا طولی وجود داشته باشد، رابطهٔ ۱-۲۶ در جهت جریان به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Fp_1 - Fp_2 - F_f - F_h - F_{air} + W\sin\theta = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) \qquad (۱-۳)$$

که در آن:

Fp_1 و Fp_2 : نیروهای فشاری در مقاطع ۱ و ۲

F_f : نیروی اصطکاک (سایش) در کف کانال (اگر طول کانال کوتاه باشد $F_f = 0$)

F_{air} : نیروی ناشی از مقاومت هوا بر روی جریان (F_{air} ناچیز فرض می‌شود).

$W\sin\theta$: مؤلفه وزن در جهت شیب (در یک حجم کنترل کوچک و در صورتی‌که شیب کانال کم باشد مؤلفه وزن در جهت شیب برابر صفر فرض می‌شود).

F_h : نیروی ناشی از وجود مانع در مسیر جریان (در صورت عدم وجود مانع $F_h = 0$ می‌باشد).

برآیند مقادیر F_f ، F_h و $W\sin\theta$ صرفنظر از جهت اعمال آنها به صورت نیروهای خارجی (F_{ext}) نشان داده می‌شود. در نتیجه:

$$Fp_1 - Fp_2 + F_{ext} = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) \qquad (۲-۳)$$

با در نظر گرفتن و اعمال قانون توزیع هیدرواستاتیکی فشار که خاص جریانهای یکنواخت و جریانهای

Prozhefa.com

متغیر تدریجی می‌باشد داریم:

$$Fp_1 = \gamma\, \bar{d}_1 \cos\theta\, A_1$$

$$Fp_2 = \gamma\, \bar{d}_2 \cos\theta\, A_2$$

$\bar{d}_1$ و $\bar{d}_2$ فاصلهٔ مرکز سطح مقاطع A_1 ، A_2 تا سطح آزاد مربوطه می‌باشند. با اعمال این مقادیر در رابطهٔ ۳-۲ معادلهٔ زیر حاصل می‌گردد:

$$\gamma\, \bar{d}_1 \cos\theta\, A_1 - \gamma\, \bar{d}_2 \cos\theta\, A_2 + F_{ext} = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

$$F_{ext} = [(\rho Q\, \beta_2 V_2 + \gamma\, \bar{d}_2 \cos\theta\, A_2) - (\rho Q\, \beta_1 V_1 + \gamma\, \bar{d}_1 \cos\theta\, A_1)]$$

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \left(\frac{\beta_2 Q^2}{gA_2} + \bar{d}_2 \cos\theta\, A_2\right) - \left(\frac{\beta_1 Q^2}{gA_1} + \bar{d}_1 \cos\theta\, A_1\right) \qquad (۳-۳)$$

در صورتی‌که به صورت معمول در کانالهای باز $\beta_1 = \beta_2 = 1$ و $\cos\theta \approx 1$ فرض گردند، رابطهٔ ۳-۳ به رابطهٔ ۳-۴ تبدیل خواهد شد:

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \left(\frac{Q^2}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2\right) - \left(\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1\right) \qquad (۴-۳)$$

رابطهٔ فوق نشان می‌دهد که حاصل تقسیم برآیند نیروهای خارجی بر وزن مخصوص آب از تفاضل دو عبارت مشابه در مقاطع ۱ و ۲ به‌دست می‌آید که این عبارت در هر مقطع بنا به تعریف نیروی مخصوص (Specific Force) آن مقطع نامیده می‌شود یعنی :

$$F = \frac{Q^2}{gA} + \bar{y}A \qquad (۵-۳)$$

با توجه به تعریف نیروی مخصوص، رابطهٔ ۳-۴ به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \frac{W\sin\theta - F_f - F_h}{\gamma} = F_2 - F_1 \qquad (۶-۳)$$

در صورتی‌که برآیند نیروهای خارجی اعمال شده بر روی حجم کنترل انتخابی از جریان صفر باشد این نتیجه حاصل خواهد شد که در جریان آب از مقطع ۱ به سمت مقطع ۲، مقدار نیروی مخصوص تغییر نخواهد کرد، در غیراین‌صورت این تغییر متناسب با نیروهای خارجی اعمال شده برجریان می‌باشد.

چنانچه برای بیان ساده‌تر مؤلفه‌های معادلهٔ اندازهٔ حرکت، کانال با مقطع مستطیلی و عرض b در نظر گرفته شده و $\cos\theta = 1$ فرض گردد و از مقادیر F_{air} و F_h صرفنظر شود، اجزاء تشکیل دهندهٔ رابطهٔ ۳-۱ به‌صورت زیر در خواهند آمد:

$$Fp_1 = \frac{1}{2}\gamma\, b\, y_1^2$$

$$Fp_2 = \frac{1}{2}\gamma\, b\, y_2^2$$

Prozhefa.com

$$Q = VA = \frac{۱}{۲}(V_۱ + V_۲)\, b \left(\frac{y_۱ + y_۲}{۲}\right)$$

$$W = \gamma bL\left(\frac{y_۱ + y_۲}{۲}\right)$$

$$\sin\theta = \frac{Z_۱ - Z_۲}{L}$$

$$F_f = \gamma b h_f' \left(\frac{y_۱ + y_۲}{۲}\right)$$

که h_f' معرف مقدار انرژی اصطکاکی از بین رفته برحسب ارتفاع آب می‌باشد. رابطهٔ فوق در تعیین F_f نیاز به مقدماتی دارد که در فصل چهارم به تفصیل مورد بررسی قرار خواهد گرفت. با اعمال این مقادیر در معادلهٔ ۳-۱ و پس از خلاصه نمودن، رابطهٔ ذیل حاصل می‌گردد:

$$Z_۱ + y_۱ + \beta_۱ \frac{V_۱^۲}{۲g} = Z_۲ + y_۲ + \beta_۲ \frac{V_۲^۲}{۲g} + h_f'$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، رابطهٔ فوق بسیار شبیه معادلهٔ انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲ است با این تفاوت که در این‌جا به‌جای مقادیر α و h_f ، مقادیر β و h_f' به کار رفته است.

با توجه به مطالب فوق می‌بایست بتوان با استفاده از هر یک از دو رابطهٔ انرژی یا اندازهٔ حرکت، مسایل مربوطه را حل نمود اما عملاً یکی از این دو رابطه شروع مناسب در تحلیل مسأله خاص می‌باشد. متأسفانه هنوز قانونمندی کلّی برای استفاده از هر یک از روابط یاد شده به‌صورت مشخص، معین نگردیده و عموماً برحسب تجربه بایستی دریافت که در حل یک مسأله خاص کدام معادله کارساز می‌باشد، اما به‌طور کلی می‌توان اظهار داشت که در هر جاکه مقدار افت انرژی بین دو مقطع مساوی صفر و یا معلوم باشد بهتر است از رابطهٔ انرژی استفاده گردد، در غیراین‌صورت و در جاهایی که مقدار افت انرژی نامشخص است (نظیر پرش هیدرولیکی) بایستی از معادلهٔ مقدار یا اندازهٔ حرکت استفاده نمود.

۳-۲ منحنی نیروی مخصوص در برابر عمق و اعماق مزدوج

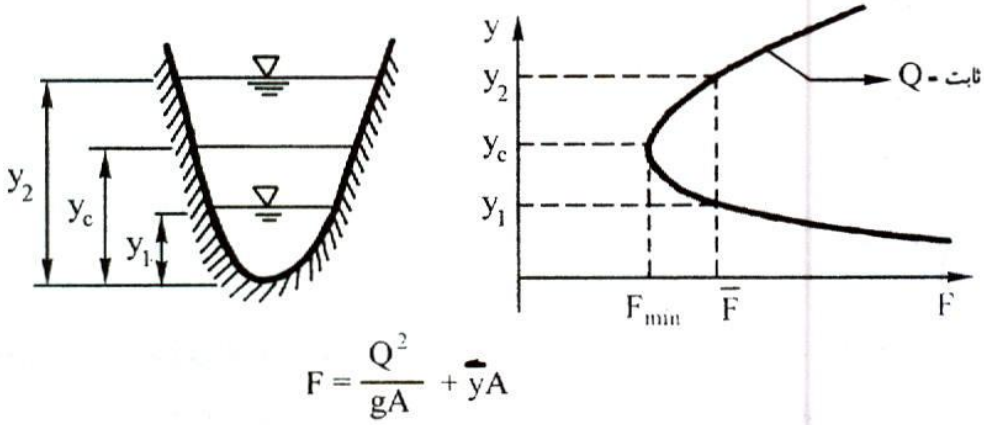
با توجه به معادلهٔ ۳-۵ و این‌که مقادیر سطح مقطع (A) و لنگر اول سطح مقطع نسبت به سطح آزاد ($\bar{y}A$) تابعی از عمق جریان (y) هستند، مقدار نیروی مخصوص (F) نیز تابعی از y بوده و می‌تواند به ازاء یک دبی مشخص، برحسب y رسم گردد. معادلهٔ نیروی مخصوص فقط دارای یک مجانب افقی بوده و مشابه منحنی $E - y$ به‌صورت منحنی نمایش داده شده در شکل ۳-۲ قابل ترسیم می‌باشد.

از منحنی $F - y$ نتیجه گیری‌های زیر حاصل می‌شود:

الف) مقدار F_{min} (حداقل نیروی مخصوص) در عمقی حاصل می‌گردد که همان عمق بحرانی است.

ب) به ازاء هر نیروی مخصوص ثابت ($\bar{F}$) دو عمق از جریان مشخص می‌شود. این دو عمق که یکی از

Prozhefa.com



$$F = \frac{Q^2}{gA} + \bar{y}A$$

شکل ۳-۲ منحنی نیروی مخصوص در برابر عمق در یک مقطع دلخواه

آنها وضعیت فوق بحرانی و دیگری وضعیت زیر بحرانی از جریان را نشان می‌دهند، اعماق مزدوج (Conjugate Depths) نامیده می‌شوند.

در صورتی‌که این دو عمق متعلق به یک پرش هیدرولیکی باشند، y_1 عمق اولیهٔ پرش هیدرولیکی و y_2 عمق ثانویهٔ پرش هیدرولیکی نام می‌گیرند.

برای سهولت رسیدن به نتیجه گیری‌های الف و ب، می‌توان کانال با مقطع مستطیلی را در نظر گرفت که در این‌صورت:

$$F = \frac{Q^2}{gby} + by \times \frac{y}{2} = \frac{Q^2}{gb}\left(\frac{1}{y}\right) + b\frac{y^2}{2}$$

$$\frac{dF}{dy} = \frac{Q^2}{gb}\left(-\frac{1}{y^2}\right) + by = 0 \Rightarrow y = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = y_c$$

یعنی F_{min} در عمق بحرانی حاصل می‌شود و مقدار آن برابر است با:

$$F_{min} = \frac{Q^2}{gby} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{bq^2}{gy_c} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{3}{2}by_c^2$$

پیدایش F_{min} در عمق y_c و همچنین مقدار $F_{min} = \frac{3}{2}by_c^2$ در مقاطع مستطیلی نیز تشابه نیروی مخصوص و انرژی مخصوص را نشان می‌دهند که در جهت معرفی بیشتر این تشابه مطالبی چند در قالب مثال نیز معرفی خواهند گردید.

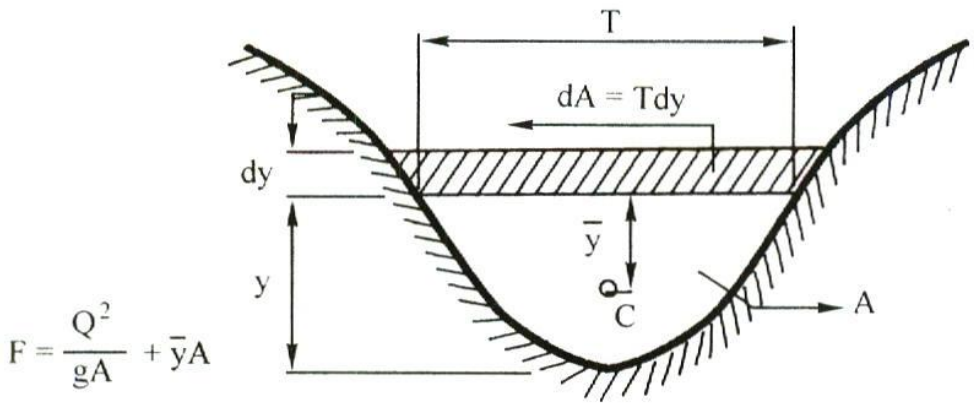
مثال ۳-۱

نشان دهید که در جریان دائمی آب در کانالی با هر شکل مقطع دلخواه و به‌ازاء یک دبی ثابت، نیروی مخصوص مینیمم در عمق بحرانی پیش می‌آید.

Prozhefa.com

حل :

شکل ۳-۳ مقطع با هر شکل دلخواه و نیروی مخصوص متناسب با آن را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۳

در صورتی‌که از تابع F برحسب y مشتق‌گیری شود :

$$\frac{dF}{dy} = -\frac{Q^2}{g}\left(\frac{dA/dy}{A^2}\right) + \frac{d(\bar{y}A)}{dy}$$

$$\frac{dF}{dy} = -\frac{Q^2}{g}\left(\frac{T}{A^2}\right) + \frac{d(\bar{y}A)}{dy} \qquad (۳-۷)$$

با توجه به تعریف $d(\bar{y}A)$ و این‌که $d(\bar{y}A)$ تغییرات لنگر اول سطح مقطع نسبت به سطح آزاد را به ازاء تغییر dy نشان می‌دهد داریم:

$$d(\bar{y}A) = \left[A(\bar{y} + dy) + Tdy \times \frac{dy}{2}\right] - [A\bar{y}] = Ady \qquad (۳-۸)$$

که این رابطه با صرفنظر کردن از دیفرانسیلهای مرتبهٔ دوم نوشته شده است، لذا:

$$\frac{d(\bar{y}A)}{dy} = \frac{Ady}{dy} = A \qquad (۳-۹)$$

با قرار دادن رابطهٔ ۳-۹ در رابطهٔ ۳-۷ روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$\frac{dF}{dy} = -\frac{Q^2}{g}\left(\frac{T}{A^2}\right) + A$$

$$\frac{dF}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T} \qquad (۳-۱۰)$$

رابطهٔ ۳-۱۰ از مشخصات جریان بحرانی است که در فصل دوم به تفصیل مورد بحث قرار گرفت.

Prozhefa.com

مثال ۳-۲

نشان دهید که به ازاء یک نیروی مخصوص ثابت، دبی ما کزیمم هنگامی پیش می‌آید که جریان بحرانی باشد.

حل:

$$\bar{F}=\frac{Q^2}{gA}+\bar{y}A \Rightarrow Q=\sqrt{gA}\left(\sqrt{\bar{F}-\bar{y}A}\right) \qquad (۱۱-۳)$$

اگر در رابطهٔ فوق از تابع Q نسبت به y مشتق‌گیری شود:

$$\frac{dQ}{dy}=\sqrt{g}\left[\left(\frac{1}{2\sqrt{A}}\sqrt{\bar{F}-A\bar{y}}\,\frac{dA}{dy}\right)+\sqrt{A}\,\frac{1}{2\sqrt{\bar{F}-A\bar{y}}}\left(-\frac{d(A\bar{y})}{dy}\right)\right] \qquad (۱۲-۳)$$

با توجه به مثال ۳-۱ روابط $\frac{dA}{dy}=T$ و $\frac{d(\bar{y}A)}{dy}=A$، و براساس معادلهٔ ۳-۱۱ رابطهٔ $\sqrt{\bar{F}-\bar{y}A}=\frac{Q}{\sqrt{gA}}$ برقرار می‌باشند. با اعمال این تساویها در عبارت فوق، معادلهٔ زیر حاصل خواهد شد:

$$\frac{dQ}{dy}=\sqrt{g}\left[\left(\frac{1}{2\sqrt{A}}\frac{Q}{\sqrt{gA}}T\right)-\left(\sqrt{A}\frac{\sqrt{gA}}{2Q}\right)A\right] \qquad (۱۳-۳)$$

$$\frac{dQ}{dy}=0 \Rightarrow \frac{Q^2}{g}=\frac{A^3}{T} \qquad (۱۴-۳)$$

که مشخصات مقطع بحرانی را نشان می‌دهد.

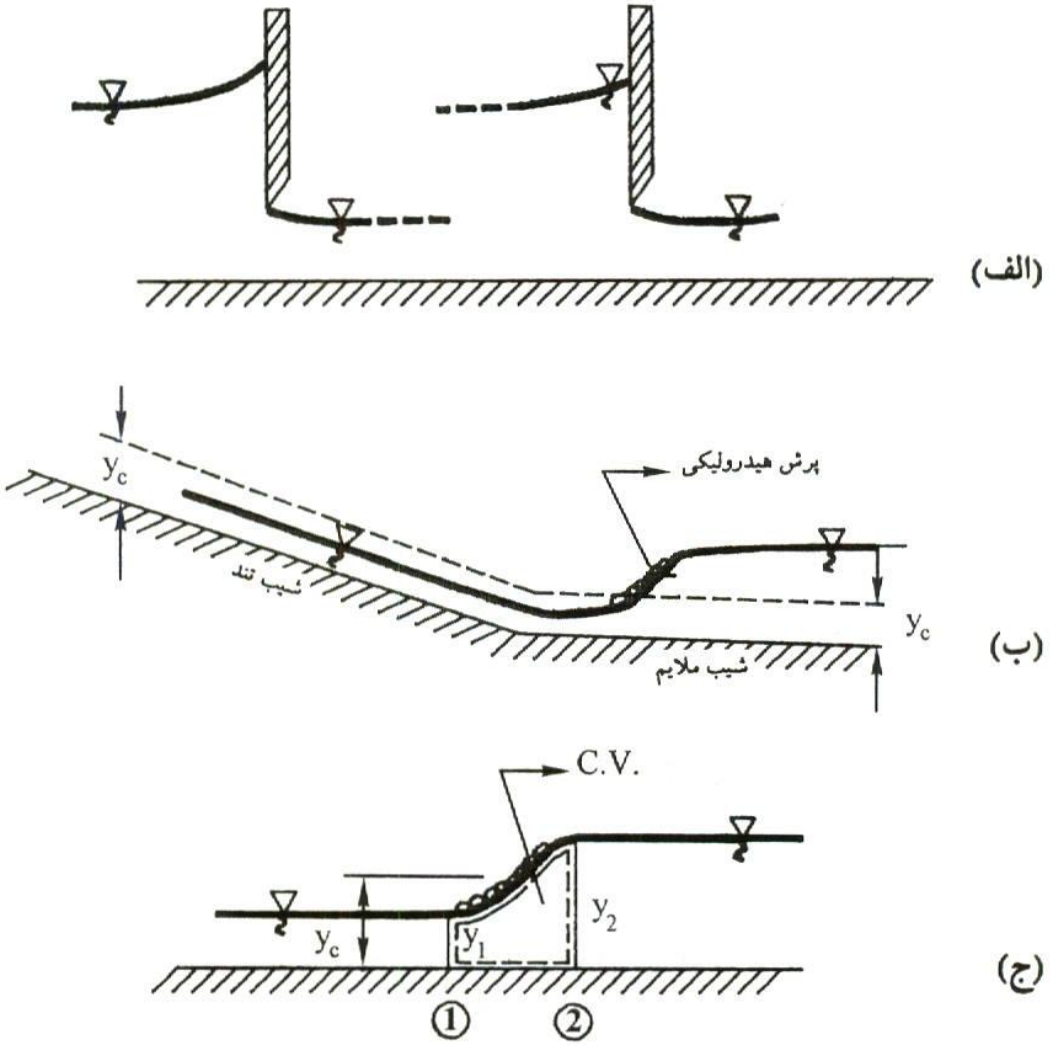
۳-۳ تحلیل پرش هیدرولیکی در کانالهای با شیب کم

در بخش ۱-۴ ودر طبقه‌بندی‌وتشخیص انواع‌جریان پرش هیدرولیکی (Hydraulic Jump) به‌عنوان یک نوع مشخص از جریانهای متغیر سریع (Rapidly Varied Flow) معرفی گردید. همچنین در بخش ۱-۷-۳ و در بحث مقایسهٔ بین کاربردهای رابطهٔ اندازهٔ حرکت و رابطهٔ انرژی، به‌این مطلب اشاره شد که رابطهٔ اندازهٔ حرکت می‌تواند در تحلیل پرش هیدرولیکی به کار رود. در این قسمت ضمن معرفی بیشتر پرش هیدرولیکی، از معادلهٔ اندازهٔ حرکت در تحلیل این پدیده استفاده خواهد شد.

چنانچه دو دریچه مطابق شکل ۳-۴الف در مسیر جریانی که با دبی ثابت در یک کانال منشوری برقرار است، قرار گیرند، جریان قبل از هر یک از دریچه‌ها زیر بحرانی و بعد از دریچه‌ها فوق‌بحرانی خواهد بود

Prozhefa.com

(مثال ۲-۸). مشاهدات تجربی نشان می‌دهد که در فاصله بین دو دریچه تبدیل سریع جریان از فوق بحرانی به زیر بحرانی پیش می‌آید و انبساط سریع جریان در این فاصله توأم با آشفتگی و افت انرژی موضعی زیادی می‌باشد که این پدیدهٔ پرش هیدرولیکی نامیده می‌شود. جریان آب در پای شیب‌های تند (شکل ۳-۴ ب) نیز مثال مشخصی از پرش هیدرولیکی می‌باشد که در این حالت جریان فوق بحرانی جاری شده بر روی شیب تند، در رسیدن به عمق یکنواخت در کانال پایین‌دست باعث ایجاد یک پرش هیدرولیکی می‌شود.



شکل ۳-۴ پرش هیدرولیکی

با توجه به این‌که پرش هیدرولیکی یک پدیدهٔ موضعی است و در طول کوتاهی از مسیر صورت می‌گیرد، لذا می‌توان حجم کنترل مشخصی بین دو مقطع ۱ و ۲ یعنی مقاطع قبل و بعد از پرش انتخاب (شکل ۳-۴ ج) و بدین ترتیب از مقدار F_f صرفنظر نمود. از طرفی به دلیل این‌که جریان در کانال با شیب کم مورد بررسی قرار می‌گیرد، $W \sin\theta$ تقریباً مساوی صفر بوده و لذا با استفاده از رابطهٔ ۳-۶ می‌توان نوشت:

Prozhefa.com

$$F_{ext} = W\sin\theta - F_f = 0 \Rightarrow F_1 = F_2$$

یا

$$\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2 \qquad (۳-۱۵)$$

به عبارت دیگر با توجه به ماهیت جریان، نیروی مخصوص در قبل و بعد از پرش هیدرولیکی ثابت باقی‌مانده و اعماق y_1 و y_2 اعماق مزدوج متعلق به یک نیروی مخصوص ثابت می‌باشند که y_1 عمق اولیه و y_2 عمق ثانویهٔ پرش نامیده می‌شود. با مشخص بودن هریک از اعماق y_1 و y_2 می‌توان عمق دیگر را با استفاده از رابطهٔ ۳-۱۵ تعیین و به‌دنبال آن، مقدار $(y_2 - y_1)$ را که ارتفاع پرش نامیده می‌شود، به‌دست آورد.

پرش هیدرولیکی از مباحث مهم در هیدرولیک کانالهای باز می‌باشد که با توجه به کاربردهای آن در زمینه‌های مختلف از جمله، کاهش انرژی آب در جریان از روی سدها و سرریزها، افزایش سطح آب در کانالها به منظور پخش آب، مخلوط نمودن مواد شیمیائی در تصفیه‌خانه‌ها و ... مطالعات دامنه‌داری بر روی آن صورت گرفته است. اگرچه این پدیده در فصل یازدهم به‌صورت مفصل مورد بحث قرار گرفته است، ولی در این بخش به معرفی مختصری که می‌تواند در فصول آینده نیز مورد استفاده قرار گیرد پرداخته می‌شود:

الف - پس از تعیین اعماق مزدوج، مقدار افت انرژی در پرش (ΔE_j) و توان از دست رفته در طول پرش (P_j) با استفاده از رابطهٔ انرژی تعیین می‌گردند.

رابطهٔ انرژی

$$E_1 - \Delta E_j = E_2$$

$$\Delta E_j = E_1 - E_2 = \left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g}\right) - \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g}\right) \qquad (۳-۱۶\text{الف})$$

$$P_j = \gamma Q \Delta E_j \qquad (۳-۱۶\text{ب})$$

ب - چنانکه در فصل پنجم بحث خواهد شد، در تحلیل جریانهای متغیر تدریجی، اطلاع از مواضع پرش هیدرولیکی لازم می‌شود. با توجه به مباحث قبلی می‌توان گفت که در مسیر جریان فقط آن دو عمقی از جریان می‌توانند عمق اولیه و عمق ثانویهٔ پرش هیدرولیکی باشند که علاوه بر تغییر وضعیت جریان از فوق بحرانی به زیر بحرانی شرط عمومی $F_1 = F_2$ نیز در آنها صادق باشد. لازم به توضیح است که پرش می‌تواند از جریان متغیر به جریان یکنواخت (جریان در پای شیبهای تند)، از جریان متغیر به جریان متغیر (جریان در بین دو دریچه) و از جریان یکنواخت به جریان متغیر (جریان پس از یک شیب تند طولانی بلافاصله به پشت یک دریچه) صورت گیرد، ولی در هر حال ارضاء دو شرط معرفی شده در تشخیص

Prozhefa.com

موضع پرش لازم می‌باشد.

ج - رابطهٔ ۳-۱۵ می‌تواند در تعیین عمق y_1 و y_2 به کار رود. حل این معادله نیاز به استفاده از روش آزمون و خطا یا روشهای عددی دیگر دارد. یکی از راه‌حلهای مناسب می‌تواند ترسیم منحنی $F - y$ به ازاء یک دبی مشخص و تعیین مقادیر y_1 یا y_2 باشد و گاه در بعضی مقاطع معمول جداول یا نمودارهای کمکی نیز می‌توانند به کار گرفته شوند، که در مثالهای ۳-۳ تا ۳-۶ به پاره‌ای از این موارد اشاره گردیده است.

مثال ۳-۳

ارتباط بین دو عمق اولیه و ثانویه و نیز انرژی از دست رفته در پرش هیدرولیکی در یک کانال مستطیلی را به‌دست آورید.

حل:

با استفاده از مطالب قبلی و با در نظر گرفتن عرض واحد برای مستطیل داریم:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{2} = \frac{q^2}{gy_2} + \frac{y_2^2}{2}$$

$$\frac{q^2}{g}\left(\frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2}\right) = \frac{1}{2}(y_2^2 - y_1^2) = \frac{1}{2}(y_2 - y_1)(y_2 + y_1)$$

$$\frac{q^2}{gy_1y_2} = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \qquad (۳-۱۷)$$

$$q = V_1y_1 = V_2y_2 \qquad (۳-۱۸)$$

از ترکیب دو رابطهٔ ۳-۱۷ و ۳-۱۸ رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{V_1^2y_1^2}{gy_1y_2} = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \Rightarrow \frac{V_1^2}{g} = \frac{1}{2}\left(\frac{y_2}{y_1}\right)(y_2 + y_1) \qquad (۳-۱۹)$$

$$\frac{V_1^2}{gy_1} = Fr_1^2 = \frac{1}{2}\frac{y_2}{y_1}\left(\frac{y_2}{y_1} + 1\right) \qquad (۳-۲۰)$$

رابطهٔ فوق به یک رابطهٔ درجه دوم برحسب $\frac{y_2}{y_1}$ تبدیل خواهد شد که چنانچه مقدار Fr_1 برحسب $\frac{y_2}{y_1}$ محاسبه گردد داریم:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1\right) \qquad (۳-۲۱)$$

و با توجه به این‌که کلیهٔ معادلات برحسب y_1 و y_2 تقارن دارند:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1\right) \qquad (۳-۲۲)$$

Prozhefa.com

روابط ۳-۲۱ و ۳-۲۲ می‌توانند به روابط ۳-۲۳ و ۳-۲۴ تبدیل گردند:

$$y_۲ = -\frac{y_۱}{۲} + \sqrt{\left(\frac{y_۱}{۲}\right)^۲ + \frac{۲q^۲}{gy_۱}} \qquad (۲۳-۳)$$

$$y_۱ = -\frac{y_۲}{۲} + \sqrt{\left(\frac{y_۲}{۲}\right)^۲ + \frac{۲q^۲}{gy_۲}} \qquad (۲۴-۳)$$

در جهت تعیین میزان افت انرژی در طول پرش از معادلهٔ انرژی استفاده می‌گردد:

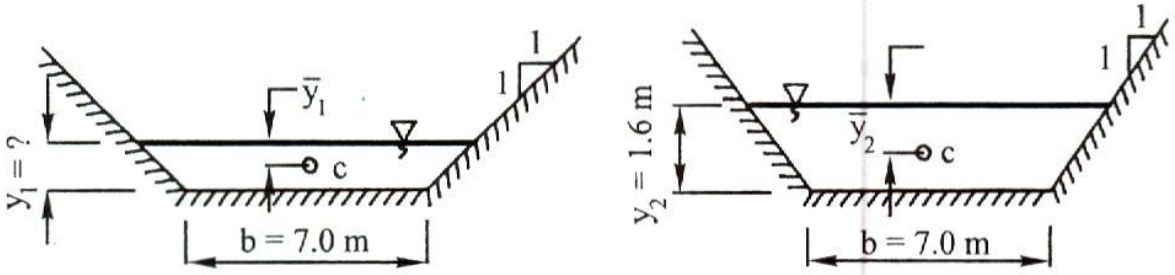
$$\Delta E_j = \left(y_۱ + \frac{V_۱^۲}{۲g}\right) - \left(y_۲ + \frac{V_۲^۲}{۲g}\right) \qquad (۱-۱۶-۳)$$

که در صورت استفاده از رابطهٔ پیوستگی و نیز رابطهٔ ۳-۱۹ و با اندکی عملیات جبری، معادلهٔ ۳-۱۶-۱ به شکل ساده‌تر ۳-۲۵ در خواهد آمد:

$$\Delta E_j = \frac{(y_۲ - y_۱)^۳}{۴y_۱y_۲} \qquad (۲۵-۳)$$

مثال ۳-۴

آب با دبی $۱۰ m^۳/s$ در یک کانال ذوزنقه‌ای به عرض کف $۷/۰ m$ و شیب کناره‌های ۱:۱ جاری است. اگر عمق ثانویهٔ پرش هیدرولیکی در این کانال $۱/۵m$ باشد عمق اولیهٔ مربوطه را تعیین نمایید. افت انرژی در طول پرش را نیز به‌دست آورید.



شکل ۳-۵

حل:

با مراجعه به شکل ۳-۵ و برای مقطع ثانویهٔ پرش هیدرولیکی داریم:

$$A_۲ = y_۲(b + zy_۲) = ۱/۵(۷ + ۱/۵) = ۱۲/۷۵ m^۲$$

$$V_۲ = \frac{Q}{A_۲} = \frac{۱۰}{۱۲/۷۵} = ۰/۷۸۴ m/s$$

Prozhefa.com

$$T_۲ = b + ۲zy_۲ = ۷ + ۲ \times ۱/۵ = ۱۰/۰۰\text{m}$$

$$D_۲ = \frac{A_۲}{T_۲} = \frac{۱۲/۷۵}{۱۰} = ۱/۲۷۵\text{m}$$

$$Fr_۲ = \frac{V_۲}{\sqrt{gD_۲}} = \frac{۰/۷۸۴}{\sqrt{۹/۸۱ \times ۱/۲۷۵}} = ۰/۲۲۲ < ۱$$

$$A_۲\bar{y}_۲ = zy_۲ \times y_۲ \times \frac{y_۲}{۳} + by_۲ \times \frac{y_۲}{۲} = \frac{zy_۲^۳}{۳} + \frac{by_۲^۲}{۲}$$

$$A_۲\bar{y}_۲ = \frac{۱/۵^۳}{۳} + \frac{۷(۱/۵)^۲}{۲} = ۹\text{m}^۳$$

به منظور پیداکردن عمق اولیهٔ پرش هیدرولیکی می‌توان نوشت: $\frac{Q^2}{gA} + \bar{y}A$

$$F_۱ = F_۲ \Rightarrow \frac{۱۰۰}{۹/۸۱y_۱(۷ + y_۱)} + \frac{y_۱^۳}{۳} + \frac{۷y_۱^۲}{۲} = \frac{۱۰۰}{۹/۸۱ \times ۱۲/۷۵} + ۹$$

$$\frac{۱۰/۱۹۴}{y_۱(۷ + y_۱)} + \frac{۱}{۳}y_۱^۳ + ۳/۵y_۱^۲ = ۹/۸ \qquad (۳-۲۶)$$

جواب رابطهٔ ۳-۲۶ با استفاده از آزمون و خطا برابر ۰/۱۴۶m به‌دست می‌آید. در انتخاب مقدار $y_۱$ باید در نظر داشت که مقدار $y_۱$ کمتر از عمق بحرانی در نظر گرفته می‌شود. برای تعیین مقدار افت انرژی از معادلهٔ انرژی استفاده می‌گردد:

$$A_۱ = y_۱(b + zy_۱) = ۰/۱۴۶(۷ + ۰/۱۴۶) = ۱/۰۴۳\ \text{m}^۳$$

$$E_۱ = y_۱ + \frac{Q^۲}{۲gA_۱^۲} = ۰/۱۴۶ + \frac{۱۰۰}{۲ \times ۹/۸۱ \times ۱/۰۴۳^۲} = ۴/۸۳\ \text{m}$$

$$E_۲ = y_۲ + \frac{Q^۲}{۲gA_۲^۲} = ۱/۵ + \frac{۱۰۰}{۲ \times ۹/۸۱(۱۲/۷۵)^۲} = ۱/۵۳\ \text{m}$$

$$\Delta E_j = E_۱ - E_۲ = ۴/۸۳ - ۱/۵۳ = ۳/۳\ \text{m}$$

اشاره می‌نماید که در رسیدن به جواب $y_۱ = ۰/۱۴۶\text{m}$ در این مثال، می‌توان اولین مقدار $y_۱$ در به کار بردن روش عددی آزمون و خطا را با فرض مستطیلی بودن مقطع انتخاب نمود:

$$\frac{y_۱}{y_۲} = \frac{۱}{۲}\left(\sqrt{۱ + ۸Fr_۲^۲} - ۱\right)$$

$$\frac{y_۱}{۱/۵} = \frac{۱}{۲}\left(\sqrt{۱ + ۸ \times ۰/۲۲۲^۲} - ۱\right) \Rightarrow y_۱ = ۰/۱۳۵\text{m}$$

و لذا $y_۱ = ۰/۱۳۵\text{m}$ شروع مناسبی در عملیات آزمون و خطا و همگرا شدن به سمت مقدار ۰/۱۴۶m می‌باشد.

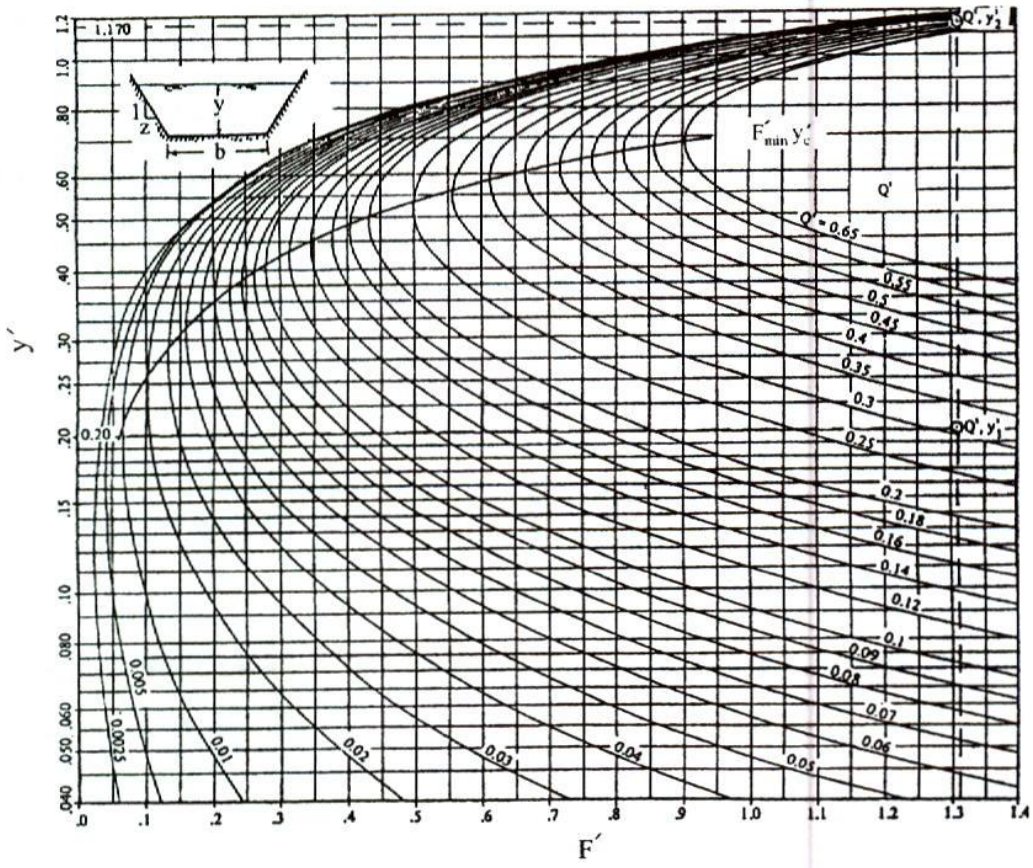
Prozhefa.com

مثال ۳-۵

آبی با دبی $۲۸٫۳ m^3/s$ در یک کانال ذوزنقه‌ای به عرض کف ۳٫۰۵m و شیب کناره‌های ۱:۱ جریان دارد. اگر در این کانال یک پرش هیدرولیکی با عمق اولیهٔ ۰٫۶۱m اتفاق افتد، عمق ثانویهٔ پرش را محاسبه نمایید.

حل:

همان‌گونه که اشاره شد، در حل این‌گونه مسایل و تخمین سریع جواب در کانالهای غیرمستطیلی نظیر ذوزنقه، گاه برخی جداول یا منحنی‌های کمکی به شکل بدون بعد نیز می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند که نمودار ۳-۱ نمونه‌ای از این‌گونه منحنی‌ها است. در استفاده از این نمودار، سه پارامتر بدون بعد $Q' = \frac{z^3 Q^2}{g b^5}$ ، $F' = \frac{z^2 F}{b^3}$ و $y' = \frac{zy}{b}$ به کار گرفته می‌شوند.



نمودار ۳-۱ نمودار تعیین اعماق مزدوج و نیروی مخصوص در کانالهای ذوزنقه‌ای

پارامترهای لازم به شکل زیر محاسبه می‌گردند:

$$Q' = \frac{z^3 Q^2}{g b^5} = \frac{۲۸٫۳^2}{۹٫۸۱ \times (۳٫۰۵)^5} = ۰٫۳۰۹$$

Prozhefa.com

که با توجه به مقدار Q' منحنی مورد استفاده در نمودار ۳-۱ مشخص می‌شود.

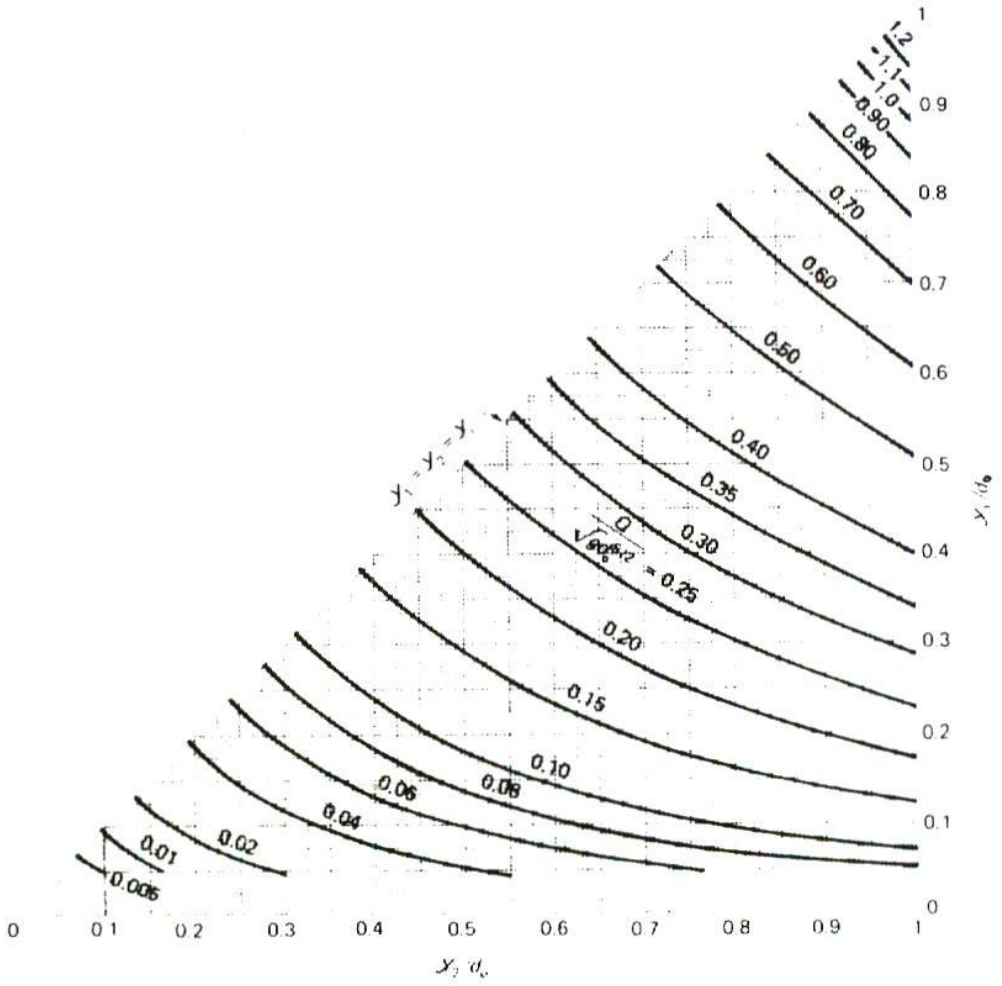
$$y_1' = \frac{zy_1}{b} = \frac{1 \times 0/61}{3/05} = 0/2$$

در صورتی‌که مقادیر $Q' = 0/309$ و $y_1' = 0/2$ در روی نمودار ۳-۱ مشخص گردند، مقدار $y_2' = \frac{zy_2}{b}$ برابر ۱/۱۷ به‌دست خواهد آمد و لذا:

$$y_2' = \frac{zy_2}{b} = 1/17 \Rightarrow y_2 = 1/17 \times 3/05 = 3/57 \text{ m}$$

بدیهی است جواب دقیق‌تر y_2 که با استفاده از روش آزمون و خطا قابل محاسبه است با این مقدار کمی اختلاف داشته و مساوی ۳/۵۴m می‌باشد که در صورت نیاز به دقت بیشتر می‌توان مقدار به‌دست آمده از نمودار را به عنوان اولین مقدار در شروع آزمون و خطا و حل رابطهٔ $F_1 = F_2$ به کار برد.

برای تعیین اعماق مزدوج در کانالهای دایروی نیز می‌توان با محاسبه پارامترهای بدون بعد لازم و استفاده از نمودار ۳-۲ روش مشابهی را اعمال نمود. این نمودار در محاسبه عمق بحرانی نیز می‌تواند مورد استفاده واقع شود.



نمودار ۳-۲ نمودار تعیین اعماق مزدوج در کانالهای دایروی

Prozhefa.com

مثال ۳-۶

آب با دبی $۲٫۸ m^3/s$ در یک کانال دایروی به قطر $۱٫۸ m$ جاری است. اگر عمق اولیهٔ پرش هیدرولیکی در این کانال $۰٫۶۱ m$ باشد عمق ثانویه مربوطه را مشخص نمایید.

حل:

محاسبه پارامترهای بدون بعد لازم به‌صورت زیر انجام می‌گیرد:

$$\frac{Q}{\sqrt{g}\,d_0^{۲٫۵}} = \frac{۲٫۸}{\sqrt{۹٫۸۱}\,(۱٫۸)^{۲٫۵}} = ۰٫۲۰۵$$

$$\frac{y_1}{d_0} = \frac{۰٫۶۱}{۱٫۸} = ۰٫۳۴$$

$$\xrightarrow{\text{نمودار ۳-۲}} \frac{y_2}{d_0} = ۰٫۵۹ \rightarrow y_2 = ۱٫۰۶۲ \text{ m}$$

براساس همین نمودار مقدار $\frac{y_c}{d_0}$ معادل $۰٫۴۵$ و در نتیجه y_c برابر $۰٫۸۱ m$ به‌دست می‌آید.

Straub با استفاده از تقریب ریاضی، روش ساده‌ای را در مورد کانالهای دایروی پیشنهاد نموده است که در صورت عدم دسترسی به نمودار ۳-۲ می‌تواند در تخمین جواب و دستیابی سریعتر به‌جواب دقیق به کار گرفته شود.

Straub مقدار عمق بحرانی در کانالهای با مقطع دایروی را برحسب دبی جریان مطابق رابطهٔ ۳-۲۷ مشخص می‌نماید:

$$y_c = \frac{۱٫۰۱}{d_0^{۰٫۲۶۴}} \left(\frac{Q}{\sqrt{g}}\right)^{۰٫۵۰۶} \qquad (۳-۲۷)$$

همان‌گونه که درجدول ۲-۱ آمده است، رابطهٔ ۳-۲۷ در محدودهٔ $۰٫۰۲ < \frac{y_c}{d_0} < ۰٫۸۵$ که محدوده‌ای است که بسیاری از مسایل عملی را پوشش می‌دهد، اعتبار دارد.

Straub مشاهده نمود که در کانالهای دایروی عدد فرود در مقطع اولیه از پرش هیدرولیکی، به‌صورت زیر با عمق y_1 و y_c ارتباط دارند

$$Fr_1 = \left(\frac{y_c}{y_1}\right)^{۱٫۹۳} \qquad (۳-۲۸)$$

و از طرفی روابط زیر نیز می‌توانند در تعیین عمق ثانویه به کار روند:

$$Fr_1 < ۱٫۷ \rightarrow y_2 = \frac{y_c^2}{y_1} \qquad (۳-۲۹)$$

Prozhefa.com

$$Fr_1 > 1/7 \rightarrow y_2 = \frac{y_c^{1/8}}{y_1^{0/43}} \qquad (۳۰-۳)$$

بدین ترتیب می‌توان با به کارگیری روابط فوق و مطابق آنچه در مثال ۳-۷ خواهد آمد، از این روش در کانالهای دایروی استفاده نمود.

مثال ۳-۷

آب با دبی $2/8 m^3/s$ در یک کانال دایروی به قطر $1/8 m$ جاری است. اگر عمق اولیهٔ پرش هیدرولیکی در این کانال $0/61 m$ فرض گردد، عمق ثانویهٔ پرش را با استفاده از روابط Straub مشخص نمایید.

حل:

براساس رابطهٔ ۳-۲۷ مقدار y_c عبارت خواهد بود از:

$$y_c = \frac{1/01}{d_0^{0/264}} \left(\frac{Q}{\sqrt{g}}\right)^{0/506} = \frac{1/01}{(1/8)^{0/264}} \left(\frac{2/8}{\sqrt{9/81}}\right)^{0/506} = 0/82 m$$

در نتیجه مقدار $\frac{y_c}{d_0} = 0/45$ به‌دست می‌آید که شرط لازم در استفاده از روابط Straub را ارضاء می‌نماید، لذا:

$$Fr_1 = \left(\frac{y_c}{y_1}\right)^{1/93} = \left(\frac{0/82}{0/61}\right)^{1/93} = 1/77$$

$$Fr_1 = 1/77 > 1/7 \Rightarrow y_2 = \frac{(y_c)^{1/8}}{y_1^{0/43}} = \frac{(0/82)^{1/8}}{(0/61)^{0/43}} = 1/0 \ m$$

جواب دقیق y_2 برابر $1/1 m$ می‌باشد که تعیین آن نیاز به محاسبات طولانی دارد.

عمق ثانویه در مقاطع هندسی دیگر می‌تواند با استفاده از روش آزمون و خطا و یا سایر روشهای عددی در حل معادلات غیرخطی محاسبه شود. چگونگی ترسیم منحنی‌های بدون بعد در نمودارهای ۳-۱ و ۳-۲ به عنوان تمرین به عهده علاقمندان گذاشته شده است.

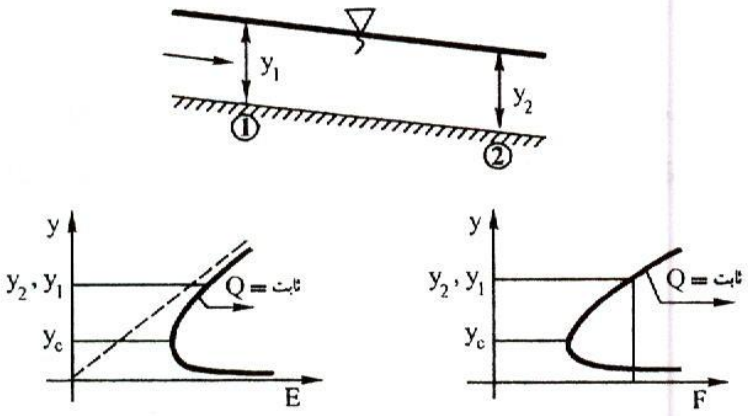
۳-۴ مقایسه بین منحنی‌های انرژی مخصوص و نیروی مخصوص

در جمع‌بندی مطالب ارائه شده در فصول دوم و سوم در کاربرد قوانین اساسی در هیدرولیک کانالهای باز در این بخش به مقایسهٔ بین دو منحنی $E - y$ و $F - y$ در برخی حالات نظیر جریان یکنواخت، پرش هیدرولیکی و جریان آب از زیر یک دریچهٔ کشوئی پرداخته می‌شود.

در شکل ۳-۶ جریان یکنواخت در یک کانال باز به همراه منحنی‌های انرژی مخصوص و نیروی مخصوص در برابر عمق نشان داده شده‌اند. از آن‌جاکه در دو مقطع ۱ و ۲ از جریان دو عمق یکسان

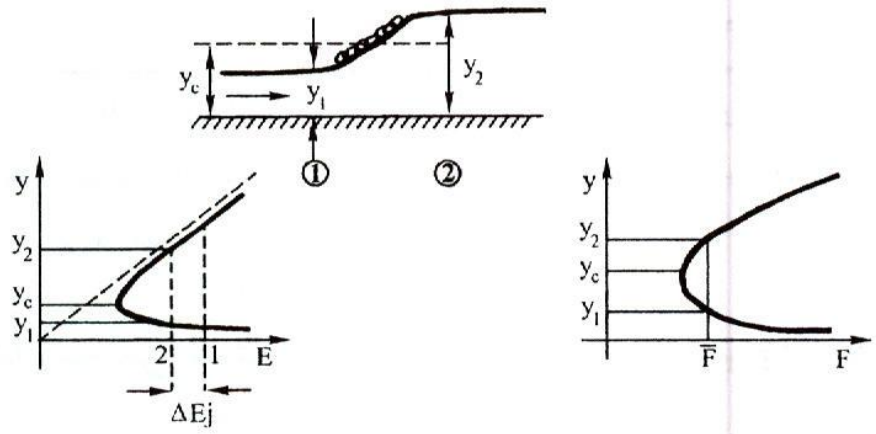
Prozhefa.com

می‌باشند، مقادیر انرژی مخصوص و نیروی مخصوص ثابتی را نیز بر روی منحنی‌ها نشان می‌دهند. با توجه به تعاریف انرژی مخصوص و نیروی مخصوص باید درنظر داشت که تساوی این دو کمیت در دو مقطع از جریان به معنی عدم وجود افت انرژی یا عدم وجود نیروهای خارجی منفرد نمی‌باشد.



شکل ۳-۶ جریان یکنواخت در کانال باز

شکل ۳-۷، پرش هیدرولیکی در یک کانال باز را نشان می‌دهد. با توجه به ماهیت جریان چنانچه دو عمق y_1 و y_2 یعنی اعماق مزدوج پرش بر روی منحنی $F - y$ برده شوند، مقادیر F_1 و F_2 مساوی خواهند بود، در صورتی‌که هرگاه دو عمق y_1 و y_2 بر روی منحنی $E - y$ قرار داده شوند، انرژی مخصوص متناسب با عمق y_1 به میزان ΔE_j بیش از انرژی مخصوص متناسب با عمق y_2 خواهد بود.

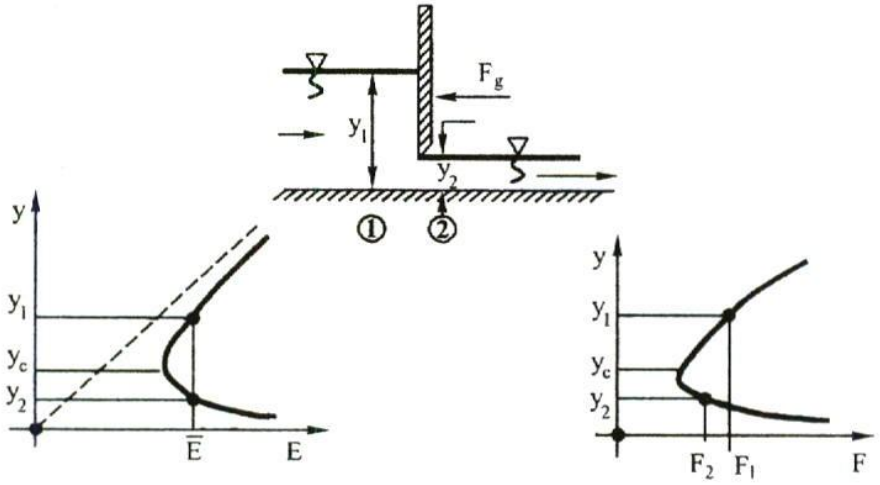


شکل ۳-۷ پرش هیدرولیکی در یک کانال باز

برعکس در حالاتی نظیر جریان آب از زیر یک دریچهٔ کشوئی که در شکل ۳-۸ نشان داده شده است، به‌دلیل عدم وجود افت انرژی، دو عمق y_1 و y_2 اعماق متناوب هستند و این دو عمق بر روی منحنی $E - y$ مقدار انرژی مخصوص ثابتی خواهند داشت. ولی چنانچه بر روی منحنی $F - y$ قرار داده شوند، مقدار F_1

Prozhefa.com

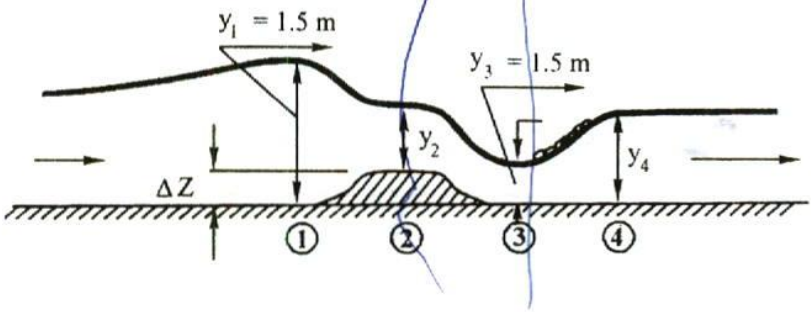
بیش از مقدار F_2 خواهد بود. این تفاوت به دلیل اعمال نیرویی برابر F_g از سوی دریچه و در خلاف جهت جریان بر جرم آب درون حجم کنترل انتخابی بین دو مقطع ۱ و ۲ می‌باشد که بر این اساس نیروی مخصوص در جریان از سمت مقطع ۱ به سمت مقطع ۲ به میزان $\frac{F_g}{\gamma}$ کاهش پیدا می‌کند.



شکل ۳-۸ جریان آب از زیر یک دریچهٔ کشوئی

مثال ۳-۸

درموضعی‌ازیک‌کانال مستطیلی جریانی‌مطابق‌شکل ۳-۹ انجام‌شده‌است. ضمن تفسیر جریان، مقدار ΔZ ، y_2 و y_4 را به‌دست آورید. از کلیهٔ افتها به جز افت در طول پرش صرفنظر می‌گردد.



شکل ۳-۹

حل:

کاهش ارتفاع آب ضمن عبور از روی برآمدگی دلالت بر وجود جریان زیربحرانی در قبل از مانع دارد. از طرفی وجود پرش هیدرولیکی در پایین‌دست مانع، این مطلب را نشان می‌دهد که جریان قبل از برآمدگی دچار انسداد گردیده و آب ضمن عبور با عمق بحرانی از روی برآمدگی، عمق فوق بحرانی y_3 راپس از مانع انتخاب نموده است.

Prozhefa.com

با توجه به عدم وجود افت انرژی بین مقاطع ۱ و ۳ و با صرفنظر از تغییر ارتفاع جزئی کف بین این دو مقطع می‌توان نوشت :

$$E_1 = E_3 \Rightarrow y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_3 + \frac{q^2}{2g\,y_3^2}$$

$$1{,}5 + \frac{q^2}{2 \times 9{,}81 \times (1{,}5)^2} = 0{,}3 + \frac{q^2}{2 \times 9{,}81 \times 0{,}3^2} \Rightarrow q = 1{,}486\ \frac{m^3}{s.m.}$$

با توجه به این‌که جریان در روی مقطع ۲ بحرانی می‌باشد :

$$y_2 = y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{1{,}486^2}{9{,}81}\right)^{1/3} = 0{,}608\ m$$

کاربرد معادلهٔ انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲، مقدار ΔZ را به‌دست می‌دهد :

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta Z$$

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta Z$$

$$1{,}5 + \frac{1{,}486^2}{2 \times 9{,}81 \times 1{,}5^2} = 0{,}608 + \frac{1{,}486^2}{2 \times 9{,}81 \times 0{,}608^2} + \Delta Z$$

با توجه به تصویر جریان، y_3 عبارت از عمق اولیهٔ پرش هیدرولیکی شکل گرفته در کانال پایین‌دست مانع می‌باشد، لذا y_4 براساس روابط مربوط به پرش هیدرولیکی در کانالهای مستطیلی به‌دست می‌آید:

$$y = -\frac{y_3}{2} + \sqrt{\left(\frac{y_3}{2}\right)^2 + \frac{2q^2}{gy_3}}$$

$$y_4 = \frac{-0{,}3}{2} + \sqrt{\left(\frac{0{,}3}{2}\right)^2 + \frac{2 \times 1{,}486^2}{9{,}81 \times 0{,}3}} \Rightarrow y_4 = 1{,}084\ m$$

y_4 می‌تواند عمق جریان یکنواخت در کانال پایین‌دست برآمدگی باشد(؟).

مثال ۳-۹

در مسیر یک کانال مستطیلی به عرض ۵m که در آن آبی با دبی $20\ m^3/s$ جریان دارد، یک دریچهٔ کشویی به گونه‌ای قرار می‌گیرد که فاصلهٔ آن از کف کانال ۰٫۶۷m می‌باشد. چنانچه عمق جریان در مقطع انقباض برابر ۰٫۴m و جریان در قسمت پایین‌دست دریچه یکنواخت، با عمقی معادل ۲٫۵m فرض گردد، موارد زیر را تحقیق و محاسبه کنید:

Prozhefa.com

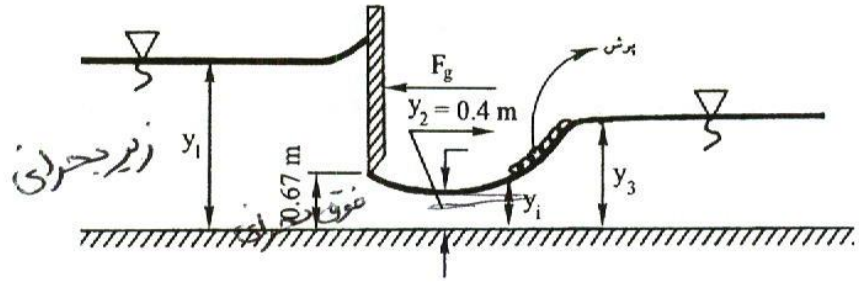
الف - اثبات نمایید که در پایین‌دست دریچه پرش هیدرولیکی انجام می‌شود.

ب - افت انرژی در طول پرش را به‌دست آورده و توان مصرفی در طول پرش را محاسبه نمایید.

ج - اگر افت انرژی موضعی در جریان آب از زیر دریچه تامقطع انقباض برابر ۰٫۰۵ ارتفاع معادل انرژی سرعتی در مقطع انقباض باشد عمق آب قبل از دریچه را محاسبه نمایید.

د - نیروی وارد بر دریچه را محاسبه نمایید.

ه - در صورتی‌که عمق جریان در پایین‌دست دریچه به جای ۲٫۵m در ۳٫۰m کنترل گردد، وضعیت جریان در پای دریچه را تحلیل کنید.



شکل ۳-۱۰

حل:

چنانکه در شکل دیده می‌شود جریان آب ضمن عبور از محل دریچه به دلیل انحنای شدید خطوط جریان و عدم تطبیق خطوط مذکور با تغییر جهت دفعی، دارای مقطع انقباضی به عمق ۰٫۴m خواهد شد. به‌منظور حل قسمتهای مختلف مسأله ابتدا دبی جریان در عرض واحد و عمق بحرانی محاسبه می‌شوند:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{۲۰}{۵} = ۴ \frac{\text{m}^۳}{\text{s.m.}}$$

$$y_c = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳} = \left(\frac{۱۶}{۹٫۸۱}\right)^{۱/۳} = ۱٫۱۷۷ \text{ m}$$

الف - جریان در محل مقطع انقباض دارای عمقی کمتر از عمق بحرانی است و لذا جریان در این محل فوق بحرانی می‌باشد ($Fr > ۱$)، از طرفی جریان در عمق یکنواخت ۲٫۵m وضعیت زیربحرانی دارد ($Fr < ۱$) که براین اساس جریان آب پس از دریچه در جهت رسیدن به عمق ۲٫۵m مجبور به‌افزایش عمق و تبدیل وضعیت جریان از فوق‌بحرانی به زیر بحرانی می‌باشد و پرش هیدرولیکی انجام می‌گردد. در صورتی‌که عمق اولیهٔ پرش هیدرولیکی که دارای عمق ثانویه ۲٫۵m است، بیش از ۰٫۴m باشد تصویر جریان دقیقاً مطابق شکل ۳-۱۰ خواهد بود. برای این منظور با به کار بردن روابط مربوط به کانال مستطیلی، عمق اولیهٔ پرش محاسبه می‌شود:

Prozhefa.com

$$y_i = \sqrt{\frac{y_۳^۲}{۴} + \frac{۲q^۲}{gy_۳}} - \frac{y_۳}{۲}$$ ← عمق جامین دست دریچه $= y_i$

$$y_i = \sqrt{\frac{۲/۵^۲}{۴} + \frac{۲ \times ۱۶}{۹/۸۱ \times ۲/۵}} - \frac{۲/۵}{۲} \Rightarrow y_i = ۰/۴۴۳ > ۰/۴\ \text{m}$$

پس پرش مطابق شکل ۳-۱۰ انجام می‌شود.

ب -
$$\Delta E_j = \frac{(y_۳ - y_i)^۳}{۴y_۳y_i} = \frac{(۲/۵ - ۰/۴۴۳)^۳}{۴ \times ۲/۵ \times ۰/۴۴۳} \approx ۱/۹۷\ \text{m}$$

$$P_j = \gamma Q \Delta E_j = ۹۸۰۶ \times ۲۰ \times ۱/۹۷ = ۳۸۵۳۱۹/۵۴\ \text{W}$$

ج - معادلهٔ انرژی بین مقطع ۲ و مقطع ۱ را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$E_۱ - \Delta E = E_۲ \Rightarrow E_۱ = E_۲ + \Delta E$$

$$y_۱ + \frac{q^۲}{۲gy_۱^۲} = y_۲ + \frac{۱/۰۵q^۲}{۲gy_۲^۲}$$

$$y_۱ + \frac{۱۶}{۲ \times ۹/۸۱ \times y_۱^۲} = ۰/۴ + \frac{۱/۰۵ \times ۱۶}{۲ \times ۹/۸۱ \times ۰/۴^۲} \qquad (۳۱-۳)$$

باید درنظر داشت که بهترین عدد برای شروع آزمون و خطا با صرفنظر کردن از ارتفاع معادل سرعت در مقطع ۱ به‌دست می‌آید و در هر حال:

$$y_۱ = ۵/۷۳\ \text{m}$$

د - جهت تعیین نیروی وارد بر دریچه می‌توان رابطهٔ ۳-۶ را به کار برد.

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = F_۲ - F_۱ \Rightarrow \frac{-F_g}{\gamma} = F_۲ - F_۱ \qquad (۳۲-۳)$$

علامت منفی در رابطهٔ ۳-۳۲، نشان دهندهٔ آن است که جهت نیروی اعمالی بر روی آب در خلاف جهت جریان می‌باشد.

$$F_g = \gamma(F_۱ - F_۲)$$

$$F_۱ = \frac{Q^۲}{gA_۱} + \bar{y}_۱A_۱ = \frac{۲۰^۲}{۹/۸۱ \times ۵ \times ۵/۷۳} + ۵ \times ۵/۷۳ \times \frac{۵/۷۳}{۲} = ۸۳/۵۱\ \text{m}^۳$$

$$F_۲ = \frac{Q^۲}{gA_۲} + \bar{y}_۲A_۲ = \frac{۲۰^۲}{۹/۸۱ \times ۵ \times ۰/۴} + ۵ \times ۰/۴ \times \frac{۰/۴}{۲} = ۲۰/۷۹\ \text{m}^۳$$

$$F_g = ۹۸۰۶(۸۳/۵۱ - ۲۰/۷۹) = ۶۱۵۰۳۲\ \text{N}$$

Prozhefa.com

نیروی اعمالی بر روی دریچه که برابر ۶۱۵٫۰۳kN است به صورت ضمنی در برگیرندهٔ اثرات اصطکاکی بر روی دریچه نیز می‌باشد.

هـ - در صورتی‌که عمق پایین‌دست دریچه در ۳٫۰m تثبیت گردد، عمق اولیهٔ پرش به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

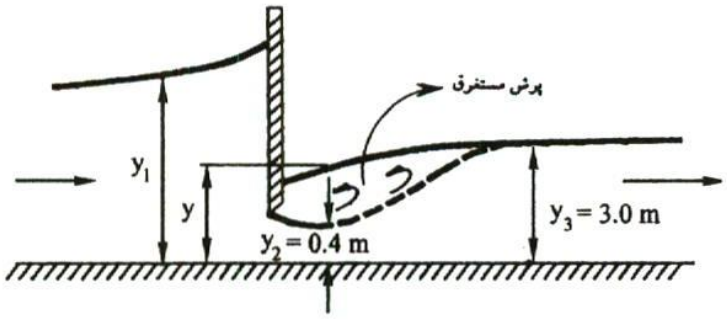
$$y_i = \sqrt{\frac{۳^۲}{۴} + \frac{۲ \times ۱۶}{۹٫۸۱ \times ۳}} - \frac{۳}{۲} = ۰٫۳۲۷\text{m}$$

با توجه به این‌که عمق اولیهٔ پرش کمتر از ۰٫۴m می‌باشد، لذا در این حالت پرش مستغرق رخ داده و تصویر جریان مطابق شکل ۳-۱۱ خواهد بود. در صورتی‌که توزیع فشار در پرش مستغرق و در سرتاسر مقطع ۲ هیدرواستاتیک فرض شود می‌توان با به کاربردن صحیح رابطهٔ اندازهٔ حرکت عمق y نمایش داده شده در شکل ۳-۱۱ را تعیین نمود. برای این منظور، رابطهٔ اندازهٔ حرکت بین مقطع ۲ و ۳ نوشته می‌شود قطعاً نتیجهٔ حاصل به‌دلیل فرض تغییرات هیدرواستاتیکی فشار در مقطع ۲ و صرفنظر کردن از نیروی اصطکاک در حد فاصل مقطع ۲ و ۳ تقریبی خواهد بود.

$$\frac{۱}{۲}\gamma y^۲ - \frac{۱}{۲}\gamma y_۳^۲ = \rho q(V_۳ - V_۲) \qquad (۳۳-۳)$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ پیوستگی و با فرض این‌که دبی کلی در مقطع ۲ در عمق مؤثر $y_۲$ جریان می‌یابد می‌توان نوشت:

$$q = V_۱y_۱ = V_۲y_۲ = V_۳y_۳ \qquad (۳۴-۳)$$



شکل ۳-۱۱

از ترکیب دو رابطهٔ ۳-۳۳ و ۳-۳۴، رابطهٔ زیر به دست خواهد آمد:

$$y^۲ - y_۳^۲ + \frac{۲q^۲}{g}\left(\frac{۱}{y_۲} - \frac{۱}{y_۳}\right) = ۰ \qquad (۳۵-۳)$$

Prozhefa.com

عدد فرود در مقطع ۳ برابر است با :

$$Fr_۳ = \frac{V_۳}{\sqrt{gy_۳}} = \frac{q}{y_۳\sqrt{gy_۳}} \Rightarrow q^۲ = gy_۳^۳ Fr_۳^۲ \qquad (۳۶-۳)$$

با اعمال این مقدار در معادلهٔ ۳-۳۵، رابطهٔ زیر به دست می آید که می تواند در تعیین y مورد استفاده قرار گیرد.

$$y = y_۳\sqrt{۱ + ۲Fr_۳^۲\left(۱ - \frac{y_۳}{y_۲}\right)} \qquad (۳۷-۳)$$

در این مثال :

$$y = ۳\sqrt{۱ + ۲\left(\frac{۴}{۳\sqrt{۹/۸۱ \times ۳}}\right)^۲\left(۱ - \frac{۳}{۰/۴}\right)}$$

$$y = ۱/۳۹ \text{ m}$$

در این حالت می توان با به کار بردن معادلهٔ انرژی مقدار $y_۱$ را برابر ۶/۷۳m پیدا نمود که به عنوان تمرین به عهدهٔ مطالعه کنندگان گذاشته می شود.

Prozhefa.com

مسایل

۳-۱ در یک کانال ذوزنقه‌ای با مشخصات $b = ۶٫۰۰\,m$ و $z = ۲$ و شیب کم محاسبات زیر را انجام دهید:

الف: منحنی نیروی مخصوص در برابر عمق را برای دبی‌های $۳\,m^۳/s$ و $۱٫۵\,m^۳/s$ ترسیم نمایید.

ب: منحنی‌های تغییرات عمق اولیه بر حسب عمق ثانویه را برای دبی‌های داده شده رسم کنید.

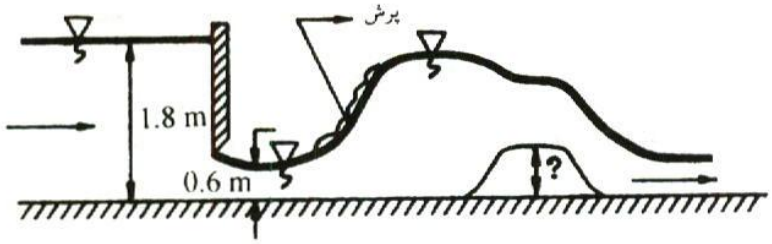
۳-۲ در یک کانال مستطیلی یک پرش هیدرولیکی به عمق اولیهٔ $۰٫۶m$ و عمق ثانویهٔ $۱٫۵m$ به‌وقوع می‌پیوندد، عمق بحرانی جریان را به‌دست آورید.

۳-۳ در یک کانال مثلثی با شیب کناره‌های ۱:۱ پرش هیدرولیکی پیش می‌آید اگر عمق اولیهٔ پرش $۱٫۰m$ و دبی جریان $۵m^۳/s$ باشد، عمق ثانویهٔ پرش هیدرولیکی، افت انرژی در طول پرش و توان از دست رفته را محاسبه نمایید.

۳-۴ در یک کانال مثلثی باشیب کناره‌های ۱:۱ پرش هیدرولیکی پیش می‌آید. اگر اعماق اولیه و ثانویه پرش به ترتیب برابر $۰٫۹m$ و $۱٫۲m$ باشند، دبی جریان را به‌دست آورید.

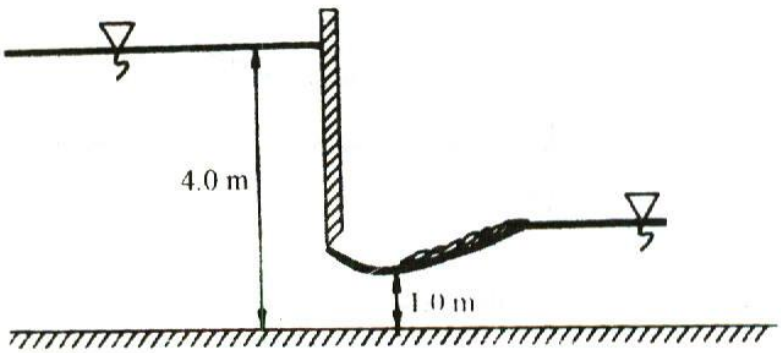
۳-۵ در کانال مستطیلی نشان داده شده در شکل، ارتفاع برآمدگی چقدر باشد تا چنین تصویری از جریان مشاهده گردد؟ نیروی وارد بر دریچه چقدر می‌باشد؟

از اثر اصطکاک صرفنظر نموده و افت انرژی موضعی در طول پرش را در نظر بگیرید.



۳-۶ در یک کانال مستطیلی به عرض $۲٫۰m$ جریانی با مشخصات زیر از یک دریچه صورت می‌گیرد. اگر از افت انرژی موضعی صرفنظر شود، مقدار نیروی مخصوص در مقاطع ۱ و ۲ را مشخص نموده و سپس مقدار نیروی افقی وارد بر دریچه را به‌دست آورده جهت آنرا نمایش دهید.

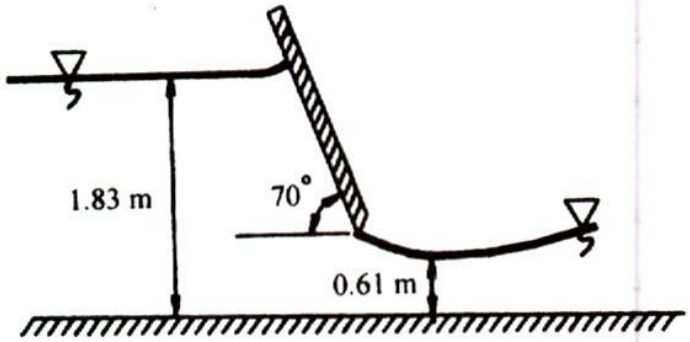
$\alpha = \beta = ۱$ و شیب کانال کم می‌باشد. مقاطع ۱ و ۲ به مقاطع قبل و بعد از دریچه اشاره می‌کنند.



Prozhefa.com

۳-۷ در شکل زیر جریان آب در یک کانال مستطیلی برقرار است. مقدار نیروی کل وارد از سوی جریان بر دریچه را در واحد عرض کانال محاسبه نمایید.

$\alpha = \beta = 1$ و شیب کانال کم می‌باشد. از اثر اصطکاک نیز صرفنظر نمایید.

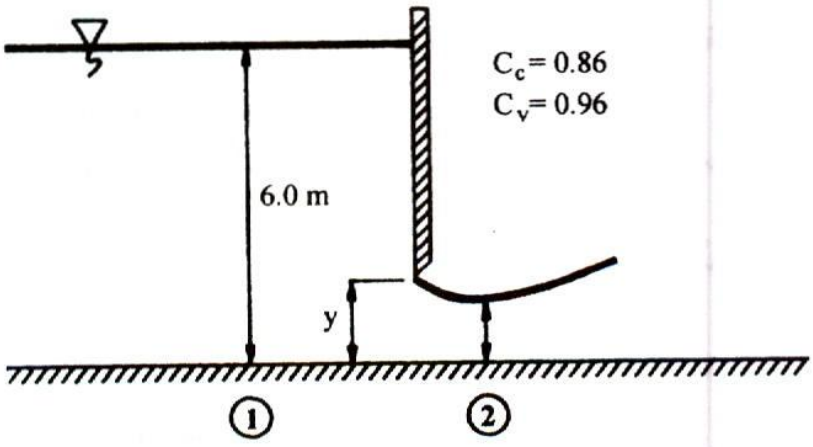


۳-۸ مطابق شکل جریان آب از زیر یک دریچه صورت می‌گیرد. با فرض این‌که توزیع فشار در مقطع ۲ هیدرواستاتیک باشد دبی جریان در واحد عرض کانال و نیروی وارد بر دریچه را زمانی که $y = 1/0\,m$ باشد به‌دست آورید.

$\alpha = \beta = 1$ و کانال مستطیلی عریض و نسبتاً افقی می‌باشد.

در شکل، C_c (ضریب انقباض) ضریبی است که هرگاه در عمق جریان در زیر دریچه ضرب شود عمق جریان در مقطع انقباض (۲) را به دست می‌دهد.

C_v (ضریب سرعت) نیز ضریبی است که تأثیر افتهای انرژی را در بردارد و هرگاه در سرعت به دست آمده برمبنای معادلهٔ انرژی بین دو مقطع ۱-۲ (بدون تأثیرافتها) ضرب شود سرعت حقیقی در مقطع انقباض را به دست می‌دهد.



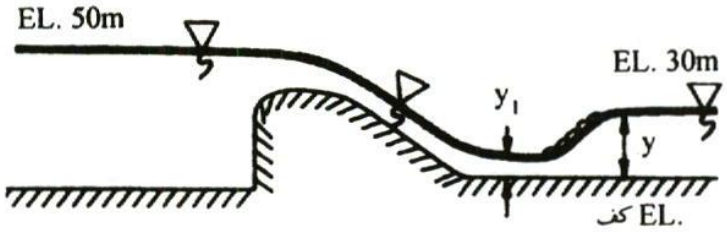
۳-۹ در صورتی که در جریان آب از روی سرریز نمایش داده شده $2/0\,m$ افت انرژی وجود داشته باشد

Prozhefa.com

و دبی جریان در واحد عرض کانال مستطیلی $10/0 m^3/s$ باشد.

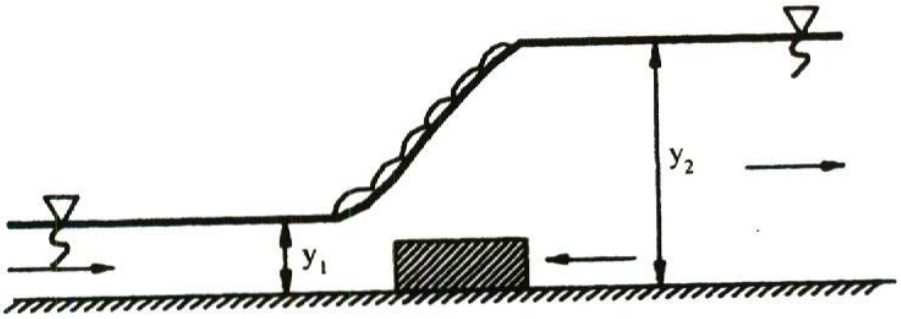
الف : تراز کف را به گونه‌ای محاسبه نمایید که یک پرش هیدرولیکی مطابق شکل انجام شود. ارتفاعها نسبت به یک سطح مبنا دلخواه داده شده است.

ب : با انتخاب یک حجم کنترل مناسب برآیند نیروهای افقی وارد از سوی جریان بر سرریز را محاسبه کنید و جهت آن را نمایش دهید.



۳-۱۰ در یک کانال مستطیلی به عرض $24/4 m$ یک پرش هیدرولیکی با عمق اولیه $0/92 m$ اتفاق می‌افتد. اگر دبی جریان $203/9 m^3/s$ باشد عمق ثانویهٔ پرش را محاسبه نمایید.

اگر مطابق شکل در مسیر همین جریان تعداد ۲۶ عدد block که هر یک نیروی مقاومی برابر $6672 N$ بر جریان اعمال می‌کنند، قرارگیرند، عمق پایین‌دست جریان چقدر خواهد شد. شیب کانال کم می‌باشد.



۳-۱۱ آب به صورت یکنواخت با دبی $10/0 m^3/s$ و سرعت $2/0 m/s$ در یک کانال مستطیلی به‌عرض $3/0 m$ جریان دارد. مطابق شکل در مسیر جریان یک برآمدگی هموار به ارتفاع $0/2 m$ ($\Delta Z = 0/2m$) ایجاد کرده‌ایم. به سؤالات زیر پاسخ دهید:

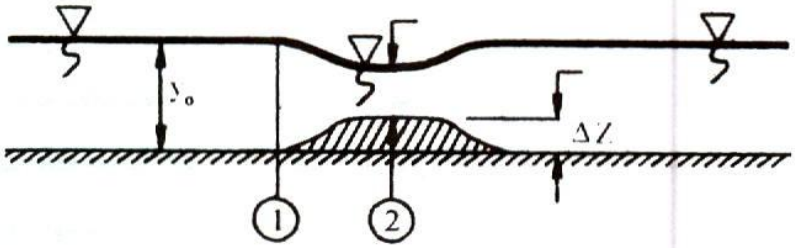
الف : عمق آب در روی برآمدگی (مقطع ۲) چقدر خواهد بود. افت انرژی موضعی جریان را برابر $0/05$ ارتفاع معادل سرعت در مقطع ۱ در نظر بگیرید.

ب : مقادیر نیروی مخصوص در مقاطع ۱ و ۲ را محاسبه نمایید.

ج : نیروی وارد بر برآمدگی در حد فاصل مقاطع ۱ و ۲ را تعیین کنید و جهت آن را نمایش دهید.

کلیهٔ فرضیات انجام شده را ذکر نمایید.

Prozhefa.com



۳-۱۲ در یک تونل نسبتاً افقی به مقطع مربع و به ابعاد ۳m × ۳ آب با عمق ۱٫۵m و سرعت ۱۶m/s جاری است. اگر یک پرش هیدرولیکی در این نقطه از کانال پیش آید موارد زیر را محاسبه نمایید:

الف: فشار اعمالی بر سقف تونل در پایین‌دست پرش را محاسبه نمایید.

ب: افت انرژی در طول پرش رابدست آورید.

راهنمایی: یک حجم کنترل مناسب انتخاب نموده و رابطهٔ اندازهٔ حرکت را در مورد آن به‌کار برید.

۳-۱۳ با نگرش به نمودار تعیین اعماق مزدوج و نیروی مخصوص در یک کانال ذوزنقه‌ای تحقیق نمایید که می‌توان رابطهٔ ریاضی مشخصی بین پارامترهای بدون بعد Q' ، F' و y' برقرار نمود به‌نحوی که نمودارها قابل ترسیم باشند. این پارامترها در مثال ۳-۵ فصل سوم تشریح شده‌اند.

۳-۱۴ نشان دهید که در یک کانال مثلثی نسبت اعماق مزدوج ($r = \frac{y_2}{y_1}$) و عدد فرود اولیه (Fr_1) طبق رابطهٔ زیر به یکدیگر مرتبط می‌شوند.

$$r^5 - (3Fr_1^2 + 1)r^2 + 3Fr_1^2 = 0$$

Prozhefa.com

بخش ۲

جریانهای دائمی در کانالهای باز