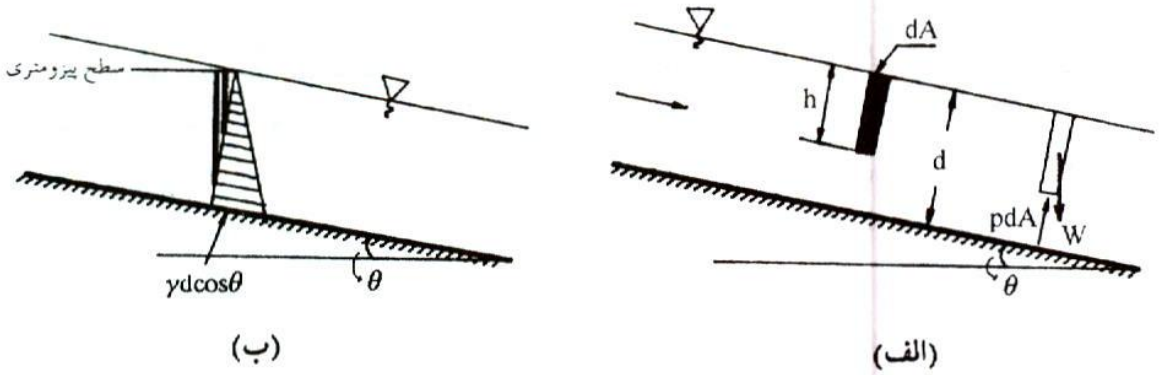
Prozhefa.com



شکل ۱-۹ توزیع فشار در جریان یکنواخت

پیش می‌آید) می‌توان $\cos^2\theta$ را تقریباً معادل یک در نظر گرفت و در نتیجه در کانال با شیب کم روابط ۱-۷ و ۱-۸، به صورت زیر در خواهند آمد:

$$P = \gamma h \cos\theta \approx \gamma h$$

فشار در کف

$$P = \gamma d \cos\theta = \gamma y \cos^2\theta \approx \gamma y$$

لذا در کانال با شیب کم است که می‌توان خط تراز هیدرولیکی (سطح پیزومتری) را منطبق بر سطح آزاد در نظر گرفت.

۱-۶-۲ توزیع فشار در جریانهای متغیر تدریجی

با توجه به ویژگیهایی که از جریان متغیر تدریجی ذکر گردید، توزیع فشار در این حالت نیز از قانون تغییرات هیدرواستاتیکی فشار تبعیت خواهد کرد و روابط ۱-۷ و ۱-۸ در این حالت نیز صادق می‌باشند. فرض برقرار بودن قانون تغییرات هیدرواستاتیکی فشار در جریانهای متغیر تدریجی یکی از فرضیات اساسی در به‌دست آوردن معادلهٔ حاکم بر این گونه جریانها می‌باشد که در فصل پنجم توضیح داده خواهد شد.

۱-۶-۳ توزیع فشار در جریانهای با انحناء در صفحهٔ قائم

در مطالعات چگونگی تغییرات فشار در قسمت تاج سرریزها و یا در انحناء پای سرریزها، با توجه به انحناء شدیدی که جریان در این مواضع به‌خود می‌گیرد دیگر نمی‌توان از رابطهٔ ۱-۷ استفاده نمود بلکه باید تصحیحاتی که در برگیرندهٔ تأثیر انحنای جریان باشد اعمال گردد. بدین منظور نخست جریانی با تقعّر به سمت بالا را در نظر گرفته (شکل ۱-۱۰) و تغییرات فشار را در مقطعی که کاملاً در صفحهٔ قائم قرارداد مورد بررسی قرار می‌دهیم. از آن‌جایی که هندسهٔ دقیق جریان و نیز نحوهٔ تغییرات سرعت در این موضع روشن نمی‌باشد، بررسی چگونگی تغییرات فشار نیاز به فرضیاتی دارد.

مطابق شکل ۱-۱۰ الف، ستونی از آب به عمق h و سطح مقطع dA در مقطع مورد نظر انتخاب کرده،

Prozhefa.com

معادلهٔ حرکت در جهت عمود بر خطوط جریان نوشته می‌شود:

$$\Sigma F_n = ma_n$$

$$PdA - \gamma h dA = \rho dA \frac{V^2}{r}$$

$$P = \gamma h + \frac{\gamma V^2 h}{gr}$$

$$\frac{P}{\gamma} = h' = h + \frac{V^2 h}{gr}$$

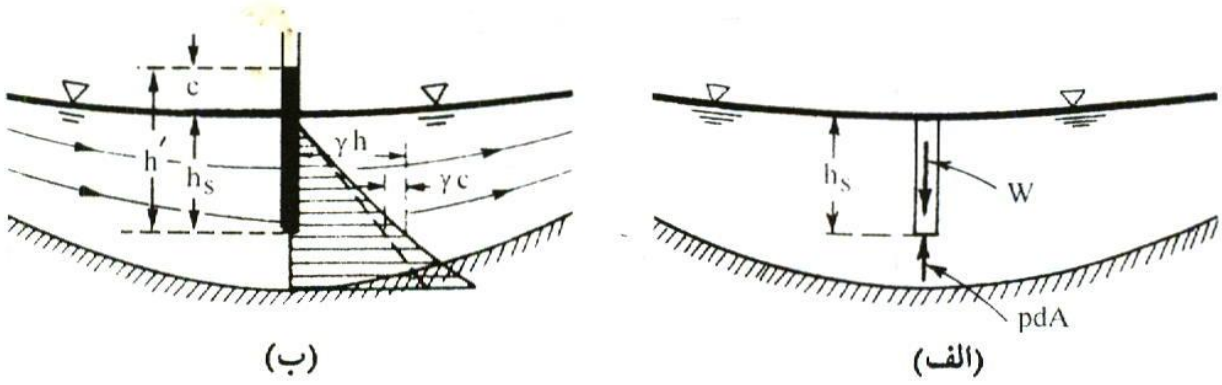
$$h' = h_s + \frac{V^2 h}{gr} \rightarrow \text{یا} \quad h' = h_s + c \qquad (۹-۱)$$

در روابط فوق، a_n شتاب جانب به مرکز، r شعاع انحناء، V سرعت یکنواخت و متوسط جریان در مقطع موردنظر و h' ارتفاع معادل فشار برحسب ستون آب می‌باشند.

چنانکه رابطهٔ ۱-۹ نشان می‌دهد h' از جمع ارتفاع معادل فشار هیدرواستاتیک h_s (که در این حالت خاص همان مقدار h را دارد) و یک عامل تصحیح c که در برگیرندهٔ انحناء جریان $(V^2 h/gr)$ می‌باشد به‌دست می‌آید.

در به‌دست آوردن رابطهٔ ۱-۹ دو فرض اساسی در نظر گرفته شده است که یک فرض مربوط به توزیع یکنواخت سرعت در مقطع می‌باشد و دیگری شعاع انحناء را در ستون آب انتخابی یکسان و ثابت در نظر می‌گیرد. دراین روش که توسط Chow ارائه گردیده پیشنهاد می‌شود که در صورتی‌که فشار در کف کانال مدنظر باشد در رابطهٔ ۱-۹ به جای h ، d عمق جریان و به جای r ، شعاع انحناء کف کانال قرار داده شوند ولی منطقی به نظر می‌رسد که در هر عمق از جریان شعاع انحناء مربوط به‌نصف آن عمق به عنوان شعاع انحناء در رابطهٔ ۱-۹، قرارداده شود.

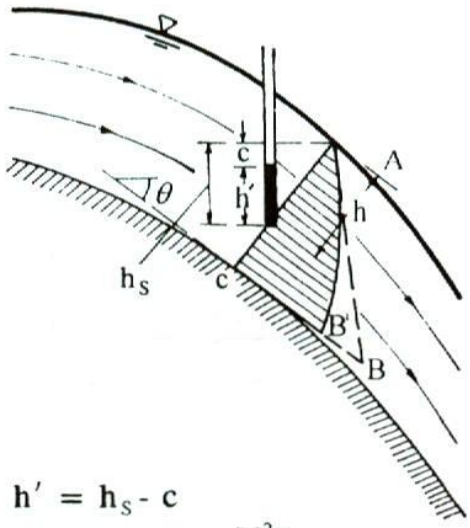
شکل ۱-۱۰ ب چگونگی تغییرات فشار حقیقی را نسبت به تغییرات هیدرواستاتیکی فشار نشان می‌دهد. در این شکل ارتفاع صعود آب درون یک پیزومتر فرضی نیز دیده می‌شود.



شکل ۱-۱۰ جریان در کانالی با انحناء مقعر در صفحهٔ قائم

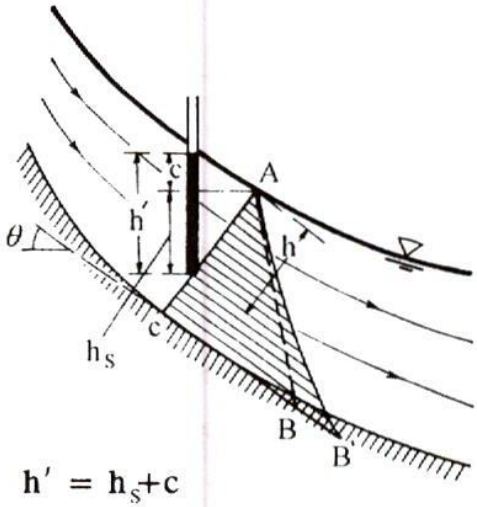
Prozhefa.com

در شکل ۱-۱۱ حالتهای کاملی از جریان با انحناء در صفحهٔ قائم، شامل جریان محدب در صفحهٔ کاملاً قائم و نیز جریانهای محدب و مقعر در صفحهٔ دارای شیب θ نشان داده شده‌اند که روابط ارائه شده در هر قسمت به صورت کاملاً مشابه با رابطهٔ ۱-۹، قابل استخراج می‌باشند.



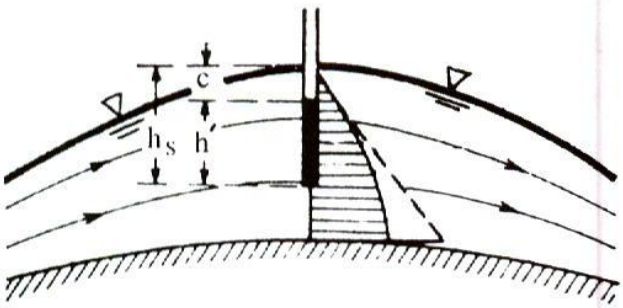
$$h' = h_S - c$$

$$h' = h\cos\theta - \frac{V^2 h}{gr}$$



$$h' = h_S + c$$

$$h' = h\cos\theta + \frac{V^2 h}{gr}$$



$$h' = h_S - c$$

$$h' = h - \frac{V^2 h}{gr}$$

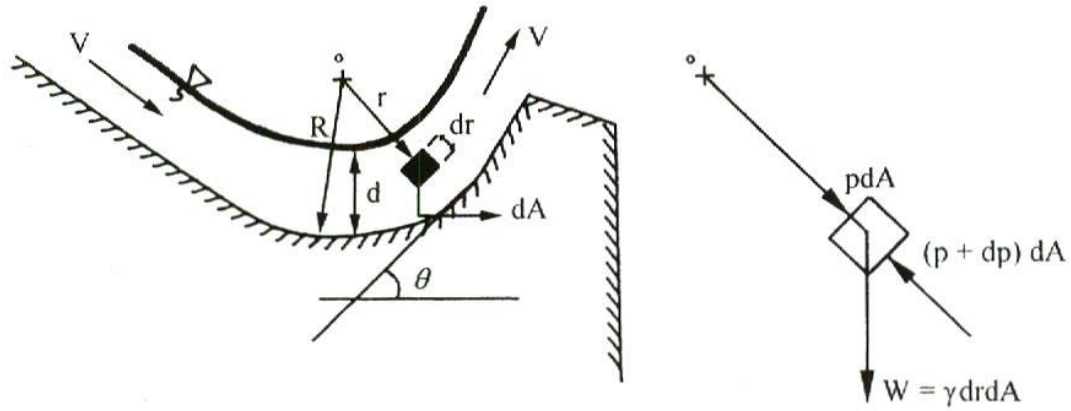
شکل ۱-۱۱ جریان در کانالهای دارای انحناء در صفحهٔ قائم

مثال ۱-۴

قسمت انتهائی یک سرریز جامی شکل با شعاع انحناء R در شکل ۱-۱۲ نشان داده شده است. مطلوب است تعیین رابطه‌ای برای تغییر فشار نسبت به عمق در محلی که دارای شیب θ باشد. عمق جریان ثابت و سرعت نیز قبل از انحناء معادل سرعت یکنواخت V فرض می‌گردد. انحناء جریان نیز به صورت دایره‌های متحدالمرکز در نظر گرفته می‌شود. مسأله را ابتداء با تغییر دقیق شعاع انحناء

Prozhefa.com

حل نموده و سپس جواب را با جواب حاصل از رابطهٔ ۱-۹، مقایسه نمایید.



شکل ۱-۱۲

حل :

مطابق شکل ۱-۱۲ برای عنصر منشوری به مساحت قاعده dA و ارتفاع dr معادلهٔ حرکت را در جهت عمود بر خطوط جریان می‌نویسیم. در نوشتن این رابطه نیروهای فشاری جوانب و مؤلفه وزن در نظر گرفته می‌شوند:

$$\Sigma F_n = ma_n$$

$$(p + dp)\, dA - pdA - \gamma\, dr\, dA \cos\theta = \rho\, dA\, dr \frac{V^2}{r}$$

$$dp = \gamma dr \cos\theta + \rho\, dr \frac{V^2}{r}$$

$$\frac{dp}{dr} = \gamma \cos\theta + \frac{\gamma V^2}{gr}$$

در صورتی‌که رابطهٔ فوق بر حسب فشار از صفر تا $p(r)$ و با حدود تغییرات r از $(R - d)$ تا r انتگرال‌گیری شود روابط زیر به‌دست خواهند آمد:

$$p(r) = \gamma \cos\theta r + \frac{\gamma V^2}{g} \ln r \Big|_{R-d}^{r}$$

$$h' = \frac{p(r)}{\gamma} = \cos\theta(r + d - R) + \frac{V^2}{g} \ln\left(\frac{r}{R - d}\right) \qquad (۱۰-۱)$$

رابطهٔ ۱۰-۱، ارتفاع معادل فشار را برحسب ستون آب نشان می‌دهد.

جواب حاصل از رابطهٔ ۱۰-۱ با جواب رابطهٔ ۱-۹ به صورت عددی مقایسه می‌گردد.

فرض کنید $V = ۲۰\text{m/s}$ ، $R = ۸/۰\text{m}$ ، $d = ۱/۰\text{m}$ و $\theta = ۱۰°$ باشد، در نتیجه مطابق رابطهٔ ۱-۱۰، ارتفاع معادل فشار از ستون آب در کف برابر خواهد شد با :

Prozhefa.com

$$h' = \cos ۱۰(۸ + ۱ - ۸) + \frac{۲۰^۲}{۹٫۸۱} \ln \frac{۸}{۸ - ۱} = ۶٫۴۳\text{m}$$

در صورتی‌که با استفاده از رابطهٔ ۱-۹ ارتفاع معادل فشار آب محاسبه گردد و در این محاسبه شعاع انحناء در عمق متوسط مبنای محاسبهٔ شتاب جانب به مرکز قرار گیرد:

$$h' = h_s + \frac{V^۲ d}{gr} \Rightarrow h' = ۱ \times \cos ۱۰^\circ + \frac{۴۰۰ \times ۱}{۹٫۸۱ \times ۷٫۵} = ۶٫۴۲\text{m}$$

اگر شعاع انحناء در کف مبنای محاسبهٔ فشار باشد:

$$h' = ۱ \times \cos ۱۰^\circ + \frac{۴۰۰ \times ۱}{۹٫۸۱ \times ۸} = ۶٫۰۸\text{m}$$

چنانچه مشاهده می‌شود جواب حاصل از رابطهٔ ۱-۱۰ با جواب حاصل از رابطهٔ ۱-۹، در صورتی که شعاع انحناء در عمق متوسط مبنای محاسبه قرار گیرد نزدیک به یکدیگر به‌دست می‌آیند.

۱-۷ بررسی معادلات اساسی حاکم بر حرکت سیالات

در توضیح قوانین حاکم برحرکت سیالات و به کاربردن این قوانین در کانالها، نکات زیر لازم به توضیح می‌باشند:

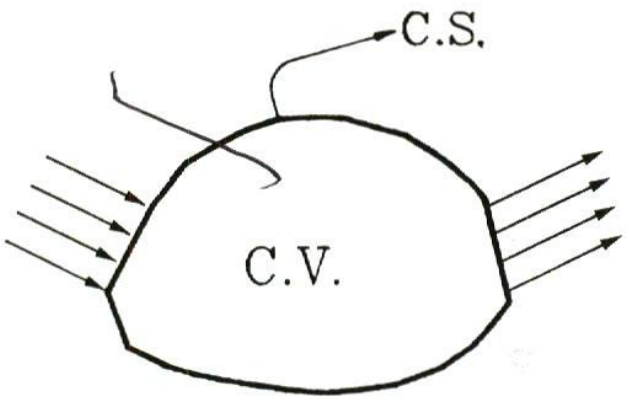
الف - در به‌دست آوردن معادلات اساسی، علیرغم توزیع غیریکنواخت سرعت در مقطع، تغییرات عرضی سرعت در نظر گرفته نمی‌شود و در نتیجه محاسبات برمبنای سرعت متوسط در مقطع صورت می‌گیرد که این به معنی تحلیل یک بعدی از جریان می‌باشد. سپس با در نظر گرفتن توزیع سرعت واقعی در مقطع، تصحیح مربوط به یک بعدی فرض نمودن جریان در معادلات وارد می‌گردد. در تحلیل یک بعدی از جریان، در هر مقطع از جریان یک سرعت ثابت و فشار ثابت در نظر گرفته می‌شود.

ب - با توجه به این که در مکانیک سیالات با جریان پیوسته‌ای از سیال در یک حوزهٔ وسیع روبرو هستیم لذا تحلیل مسایل سیالات و بررسی مشخصات جریان در محدودهٔ خاصی از حوزهٔ جریان و با استفاده از حجم ثابتی در فضا صورت می‌گیرد که موقعیت و شکل این حجم در فضا ثابت در نظر گرفته می‌شود و عبور پیوسته جرم سیال به داخل این حجم وجود دارد. چنین حجمی، حجم کنترل (Control Volume) نامیده می‌شود.

حجم کنترل شبیه ترسیمهٔ آزاد در مکانیک جامدات می‌باشد که در انتخاب مناسب آن باید دقت نمود. مرزهای حجم کنترل سطوح کنترل (Control surface) نامیده می‌شوند. این سطوح در نقاط تماس با مرز جامد، منطبق بر مرز جامد و در نقاط تماس با جریان سیال، عمود بر جهت عمومی جریان سیال انتخاب می‌شوند. شکل ۱-۱۳، یک حجم کنترل انتخابی در حوزهٔ جریان سیال را نشان می‌دهد.

با انتخاب مناسب حجم کنترل می‌توان در هر لحظه اثر جرم سیال قرار گرفته در درون حجم کنترل را

Prozhefa.com



شکل ۱-۱۳ نمایش یک حجم کنترل

برروی حجم کنترل و یا اثر متقابل حجم کنترل بر روی جرم سیال را پیدا نمود. این اثرات خواصی از جریان هستند که در تحلیلهای مکانیکی مد نظر قرار می‌گیرند.

در تحلیل جریان با استفاده از حجم کنترل این مطلب وجود دارد که معادلات اساسی و یا معادلات بقاء، به جرم خاص و معینی از سیال اطلاق می‌شوند و یا به عبارت دیگر معادلات بقاء در هرلحظه برای سیستم، که می‌تواند جرم قرار گرفته درون حجم کنترل باشد، قابل بیان هستند، ولی روابط بیان شده برای سیستم را می‌توان توسط قضیه‌ای موسوم به قضیهٔ انتقال رینولدز به‌حجم کنترل انتقال داد و در هر لحظه و در محدودهٔ خاصی از جریان سیال نتیجهٔ لازمه را در پیدا کردن مشخصات مکانیکی جریان که در تحلیلهای مهندسی لازم می‌آید به‌دست آورد.

رابطهٔ بین سیستم و حجم کنترل به صورت زیر نوشته می‌شود[1]:

$$\frac{dN_{system}}{dt} = \frac{\partial N_{c.v.}}{\partial t} + \begin{pmatrix} N \text{ ورودی در واحد زمان از سطوح کنترل} \\ - N \text{ خروجی در واحد زمان از سطوح کنترل} \end{pmatrix}$$

= تغییرات N در واحد زمان مربوط به سیستم

(N ورودی در واحد زمان از سطوح کنترل $-$ N خروجی در واحد زمان از سطوح کنترل) + تغییرات N در داخل حجم کنترل

(۱-۱۱)

در رابطهٔ ۱-۱۱، N یک کمیت نسبت داده شده به جرم خاص نظیر اندازهٔ حرکت یا انرژی می‌باشد. در صورتی که مقدار خاصیت N در واحد جرم به η نمایش داده شود $\left(\eta = \frac{N}{m}\right)$، رابطهٔ ۱-۱۱ در مکانیک سیالات به رابطهٔ زیر تبدیل می‌گردد:

$$\frac{dN_{system}}{dt} = \frac{\partial \int_{c.v} \eta \rho d\forall}{\partial t} + \int_{c.s} \eta \rho \vec{v}.d\vec{A} \qquad (۱-۱۲)$$

۱- لازم به توضیح است که تمام روابط که دارای علامت تساوی هستند از چپ به راست خوانده می‌شوند.

Prozhefa.com

عبارت اول در سمت راست رابطهٔ ۱-۱۲، که در آن انتگرال روی حجم کنترل تعریف گردیده است، بیانگر تغییرات N در داخل حجم کنترل در زمان بوده که در جریانهای غیردائمی ظاهر می‌شود.

عبارت دوم که در آن انتگرال روی سطح تعریف شده است، بیانگر تغییرات N در روی سطوح کنترل می‌باشد که در جریانهای دائمی و غیردائمی وجود خواهد داشت.

باانتخاب دلخواه N و استفاده از رابطهٔ کلی ۱-۱۲، می‌توان معادلات اساسی حاکم بر جریان سیالات را استخراج نمود:

۱- رابطه پیوستگی: این رابطه بیانگر قانون بقای جرم برای یک سیستم می‌باشد. لذا در این حالت $N = m$ و $\eta = ۱$ بوده و با توجه به این که $\frac{dm_{system}}{dt} = ۰$ می‌باشد، با استفاده از رابطهٔ ۱-۱۱ می‌توان نوشت:

$$\frac{dN_{system}}{dt} = \frac{dm_{system}}{dt} = ۰$$

$$۰ = \frac{\partial m_{c.v.}}{\partial t} + (\text{جرم ورودی در واحد زمان از سطوح کنترل} - \text{جرم خروجی در واحد زمان از سطوح کنترل})$$

یعنی:

$$\text{تغییر } m \text{ در داخل حجم کنترل در واحد زمان} = m \text{ خروجی در واحد زمان از حجم کنترل} - m \text{ ورودی در واحد زمان به حجم کنترل} \qquad (۱-۱۳)$$

رابطهٔ ۱-۱۳ برای یک حجم کنترل به خوبی قابل درک می‌باشد و در صورتی که جریان دائمی باشد عبارت سمت راست برابر صفر است و این رابطه نشان می‌دهد که جرم ورودی در واحد زمان به حجم کنترل معادل جرم خروجی در واحد زمان از حجم کنترل می‌باشد.

۲- رابطهٔ اندازه حرکت: در استفاده از رابطهٔ ۱-۱۱ یا رابطهٔ ۱-۱۲ جهت استخراج معادلهٔ اندازهٔ حرکت کمیت‌های برداری $N = m\vec{v}$ و $\eta = \vec{v}$ انتخاب می‌شوند. با توجه به قانون بقای اندازهٔ حرکت خطی می‌توان نوشت:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{d(\overrightarrow{mv})_{system}}{dt} = \frac{d\vec{M}}{dt} \qquad (۱-۱۴)$$

در رابطهٔ ۱-۱۴، $\vec{M}$ به جای اندازهٔ حرکت خطی سیستم انتخاب گردیده و $\Sigma\vec{F}$ برآیند نیروهای خارجی وارد بر جرم داخل حجم کنترل می‌باشد. این نیروها می‌توانند شامل اثرات نیروهای سطحی یعنی نیروهای فشاری و مماسی و نیروهای جسمی نظیر وزن باشند.

با به کار بردن رابطهٔ ۱-۱۱ می‌توان نوشت:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\partial\vec{M}_{c.v.}}{\partial t} + (\vec{M}_{out} - \vec{M}_{in}) \qquad (۱-۱۵)$$

و یا:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\partial \int_{c.v} \vec{v}\,\rho d\forall}{\partial t} + \int_{c.s} \vec{v}\,\rho\,\vec{v}\cdot d\vec{A} \qquad (۱-۱۶)$$

Prozhefa.com

عبارت اول در سمت راست رابطهٔ ۱-۱۶، تغییرات اندازهٔ حرکت در داخل حجم کنترل در واحد زمان بوده که فقط در جریانهای غیردائمی ظاهر می‌شود. در حقیقت این عبارت ناشی از شتاب موضعی ذرات سیال می‌باشد.

عبارت دوم در سمت راست رابطهٔ مذکور، تغییرات اندازهٔ حرکت بر روی سطوح کنترل را نشان می‌دهد که در جریانهای دائمی و غیردائمی وجود داشته و ناشی از شتاب جابجایی ذرات سیال می‌باشد.

۳- رابطهٔ انرژی: مطابق قانون اول ترمودینامیک در مورد یک سیستم می‌توان نوشت:

$$\frac{dQ_H}{dt} - \frac{dW_{system}}{dt} = \frac{dE_{system}}{dt} \qquad (۱-۱۷)$$

رابطهٔ فوق نشان می‌دهد که در صورتی که از گرمای داده شده به سیستم (+) کار انجام شده توسط سیستم (+) کاسته گردد، تغییر در انرژی کلی سیستم به‌دست می‌آید. انرژی کلی سیستم متشکل از انرژی پتانسیل، انرژی جنبشی و انرژی داخلی (ناشی از وضعیت قرارگرفتن ملکولها) می‌باشد.

در صورتی که رابطهٔ ۱-۱۲ در ارتباط دادن تغییر لحظه‌ای خواص سیستم به حجم کنترل به کار رود و $\eta = E/m = e$ ، $N = E$ در نظر گرفته شود:

$$\frac{dE_{system}}{dt} = \frac{\partial \int_{c.v} e\rho\, d\forall}{\partial t} + \int_{c.s} e\rho \vec{v}.d\vec{A} \qquad (۱-۱۸)$$

رابطهٔ ۱-۱۸ برای حرکت کلیهٔ سیالات اعم از تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر و با در نظر گرفتن کلیهٔ اشکال انرژی یعنی انرژی‌های مکانیکی و حرارتی نوشته شده است.

در جریان دائمی یک سیال تراکم‌ناپذیر، قدری از انرژی مکانیکی به صورت گرما از محیط خارج می‌شود و با توجه به این که این انرژی بازگشت‌ناپذیر می‌باشد به عنوان افت انرژی در نظر گرفته می‌شود. بررسی بیشتر روی معادلهٔ انرژی نشان می‌دهد که در جریان دائمی سیال تراکم‌ناپذیر برای حجم کنترل انتخابی می‌توان نوشت:

انرژی ورودی در واحد زمان به حجم کنترل - افت انرژی در واحد زمان = انرژی خروجی در واحد زمان از حجم کنترل

(۱-۱۹)

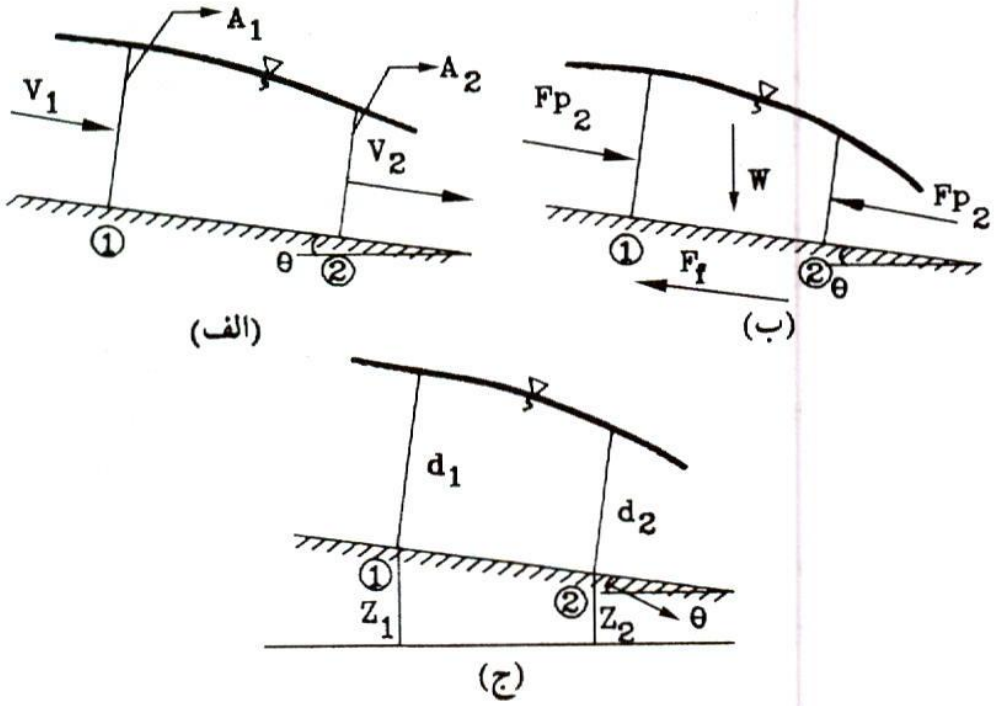
در رابطهٔ ۱-۱۹ منظور از انرژیهای ورودی و خروجی، انرژی مکانیکی می‌باشد و با توجه به‌این که این انرژی‌ها در روی سطوح کنترل تعریف می‌شوند، کارنیروی فشاری در روی سطوح کنترل نیز به عنوان انرژی معادل فشار در این عبارات در نظر گرفته می‌شود. بدیهی است افت انرژی شامل انرژی از دست رفته از توده سیال به صورت گرما می‌باشد.

در پایان لازم به ذکر است که روابط پیوستگی، اندازهٔ حرکت و نیز انرژی مطرح شده در این قسمت به معادلات انتگرالی در تحلیل جریان موسوم هستند که در تحلیل بسیاری از مسایل عملی هیدرولیک کاربرد دارند.

Prozhefa.com

۱-۷-۱ کاربرد روابط اساسی حاکم برحرکت سیالات درجریان آب درکانالهای باز

۱-۷-۱-۱ رابطهٔ پیوستگی حجم کنترل انتخابی محصور بین دو مقطع ۱ و ۲ از شکل ۱-۱۴ الف راکه نشان‌دهندهٔ جریان دائمی در یک کانال باز است در نظر می‌گیریم.



شکل ۱-۱۴ جریان در کانال باز

حجم جریان یافته در واحد زمان از مقطع ۱ و یا ۲ از حاصل‌ضرب سرعت در مساحت مقطع جریان به‌دست می‌آید. این حاصل‌ضرب، شدت حجمی جریان و یا دبی جریان نامیده می‌شود یعنی:

$$Q_1 = V_1 A_1 \quad , \quad Q_2 = V_2 A_2$$

مطابق رابطهٔ ۱-۱۳ رابطهٔ پیوستگی برای حجم کنترل انتخابی به صورت زیر نوشته می‌شود:

جرم خروجی در واحد زمان از حجم کنترل = جرم ورودی در واحد زمان به حجم کنترل

$$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \Rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q \qquad (۱-۲۰)$$

رابطهٔ فوق رابطهٔ پیوستگی در ساده‌ترین شکل برای حجم کنترل انتخابی می‌باشد. رابطهٔ ۱-۲۰ نیاز به هیچ‌گونه تصحیحی در ارتباط با یک بعدی فرض نمودن جریان ندارد زیرا مطابق تعریف، سرعت متوسط سرعتی است که همان دبی جریان یافته بر مبنای توزیع سرعت حقیقی را تأمین می‌کند. به عبارت دیگر در هر مقطع از جریان:

$$Q = VA = \int_A v\,dA \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{\int_A v\,dA}{A}$$

Prozhefa.com

۱-۷-۱-۲ رابطهٔ اندازهٔ حرکت شکل ۱-۱۴ ب حجم کنترل انتخابی بین دو مقطع از جریان دائمی در یک کانال منشوری با هر سطح مقطع دلخواه را نشان می‌دهد. مطابق رابطهٔ ۱-۱۵ و بر اساس یک تحلیل یک بعدی می‌توان نوشت:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{M}_{out} - \vec{M}_{in} \qquad (۱-۲۱)$$

نیروهای خارجی مؤثر بر جرم قرارگرفته در داخل حجم کنترل عبارتند از:

W : وزن آب داخل حجم کنترل

Fp_1 : نیروی فشاری در مقطع ۱

Fp_2 : نیروی فشاری در مقطع ۲

F_f : نیروی اصطکاک کف کانال که در صورت غیرمنشوری بودن کانال می‌تواند در برگیرندهٔ نیروی ناشی از جداره‌ها و یا هر مانع دیگر در مسیر جریان باشد.

در صورتی که رابطهٔ برداری ۱-۲۱ در جهت حرکت نوشته شود:

$$Fp_1 - Fp_2 - F_f + W \sin\theta = \rho V_2 A_2 V_2 - \rho V_1 A_1 V_1$$

$$Fp_1 - Fp_2 - F_f + W \sin\theta = \rho Q(V_2 - V_1) \qquad (۱-۲۲)$$

رابطهٔ ۱-۲۲ می‌تواند شامل نیروی اصطکاک ناشی از مقاومت هوا بر روی جرم داخل حجم کنترل نیز باشد که به‌دلیل کم بودن مقدار آن، در تحلیل ارائه شده در نظرگرفته نشده است. طرف دوم رابطهٔ ۱-۲۲ بر مبنای توزیع سرعت متوسط نوشته شده است، لذا باید مقادیر اندازهٔ حرکت جاری شده در واحد زمان در هر مقطع را براساس توزیع سرعت حقیقی در آن مقاطع تصحیح نمود که از ضریب تصحیح β به شکل زیر استفاده می‌گردد.

$$\text{اندازهٔ حرکت جاری شده در مقطع در واحد زمان بر مبنای سرعت متوسط} = \rho VA \times V = \rho V^2 A \qquad (۱-۲۳)$$

با توجه به رابطهٔ ۱-۲۳ اندازهٔ حرکت جاری شده بر مبنای سرعت حقیقی در هر قسمت به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{اندازهٔ حرکت جاری شده در مقطع در واحد زمان بر مبنای سرعت حقیقی} = \int_A \rho v^2 dA \qquad (۱-۲۴)$$

که در آن v نشان‌دهندهٔ مقدار سرعت حقیقی در هر جزء مقطع dA می‌باشد. در نتیجه می‌توان β را به عنوان ضریبی معرفی نمود که هرگاه در اندازهٔ حرکت جاری شده در مقطع در واحد زمان بر مبنای سرعت متوسط ضرب شود، اندازهٔ حرکت حقیقی را ایجاد کند لذا:

$$\beta = \frac{\int_A \rho v^2 dA}{\rho V^2 A} = \frac{\int_A v^2 dA}{V^2 A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i^2 \Delta A_i}{V^2 . A} \qquad (۱-۲۵)$$

با توجه به متفاوت بودن توزیع سرعت درهر مقطع و با واردکردن اثر تصحیحی β ، رابطهٔ ۱-۲۵ به صورت

Prozhefa.com

کامل زیر نوشته می‌شود:

$$Fp_1 - Fp_2 - F_f + W \sin\theta = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) \qquad (۲۶-۱)$$

β_1 و β_2 ضرایب تصحیح اندازهٔ حرکت مربوط به یک بعدی فرض نمودن جریان می‌باشند که برای یک توزیع سرعت حقیقی همواره مقداری بزرگتر یا مساوی یک دارند. β_1 تابع توزیع سرعت در مقطع ۱ و β_2 تابع توزیع سرعت در مقطع ۲ می‌باشد به گونه‌ای که:

$$\beta_1 = \frac{\int_{A1} v_1^2 dA}{V_1^2 A_1} \quad , \quad \beta_2 = \frac{\int_{A2} v_2^2 dA}{V_2^2 A_2}$$

۱-۷-۱-۳ رابطهٔ انرژی رابطهٔ انرژی در جریان دائمی آب در یک کانال باز برای حجم کنترل انتخاب شده در شکل ۱-۱۴ ج به صورت زیر می‌باشد:

انرژی خروجی در واحد زمان از حجم کنترل = افت انرژی در واحد زمان - انرژی ورودی در واحد زمان به حجم کنترل

(۲۷-۱)

اگر رابطهٔ فوق بر وزن عبوری در واحد زمان تقسیم شود $(\frac{\text{N.m}}{\text{N}})$ به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$H_1 - h_f = H_2 \qquad (۲۸-۱)$$

با توجه به این که هر یک از دو پارامتر عددی H_1 و H_2 مشتمل بر انرژی پتانسیل، انرژی جنبشی و کار نیروی فشاری می‌باشند، رابطهٔ ۱-۲۸ بر مبنای تحلیل یک بعدی به رابطهٔ زیر تبدیل خواهد شد:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 - h_f = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + Z_2 \qquad (۲۹-۱)$$

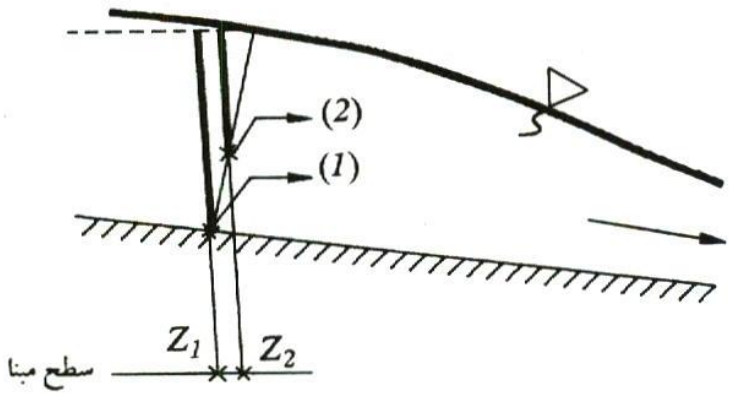
که این رابطه براساس یک تحلیل ترمودینامیکی از رابطهٔ ۱-۱۸ نیز قابل استخراج می‌باشد. در صورتی که h_f از رابطهٔ ۱-۲۹ حذف گردد، این رابطه همان معادلهٔ برنولی است که نشان می‌دهد در جریان یک سیال ایده‌آل (بدون اصطکاک و تراکم‌ناپذیر)، مجموع عبارات $\frac{V^2}{2g}$ و Z و $\frac{P}{\gamma}$ بر روی یک خط جریان ثابت می‌باشد، ولی با توجه به وجود افت انرژی در یک جریان حقیقی، نگرش ترمودینامیکی به معادلهٔ انرژی از مفهوم بیشتری برخوردار است.

رابطهٔ ۱-۲۹ برمبنای تحلیل یک بعدی نوشته شده است ولی بایست ضریب تصحیح انرژی جنبشی مربوط به یک بعدی فرض نمودن جریان به این معادله اعمال شود:

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 - h_f = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 \qquad (۳۰-۱)$$

مطابق شکل ۱-۱۵ باید درنظر داشت که در جریان یکنواخت (موازی) و جریان متغیر تدریجی با توجه به فرض توزیع فشار هیدرواستاتیک در هر مقطع، جمع دو عبارت $\frac{P}{\gamma}$ و Z روی تمام نقاط سطح مقطع ثابت می‌باشد و لذا تصحیحی برای $Z + \frac{P}{\gamma}$ در نظر گرفته نمی‌شود.

Prozhefa.com



شکل ۱-۱۵ تصویر یک جریان آزاد

از نقطه‌نظر محاسباتی، رابطهٔ انرژی می‌بایست در محلی نوشته شود که خطوط جریان نسبتاً موازی و فرض توزیع هیدرواستاتیکی فشار برقرار باشد.

مقدار α نیز با استفاده از روابط زیر نتیجه گیری می‌شود:

$$\text{انرژی جنبشی جاری شده از سطح مقطع در واحد زمان بر مبنای توزیع سرعت حقیقی} = \int_A \rho \frac{v^3}{2} dA = \int_A \frac{\gamma v^3}{2g} dA$$

$$\text{انرژی جنبشی جاری شده از سطح مقطع در واحد زمان بر مبنای سرعت متوسط} = m\frac{V^2}{2} = \rho V A \frac{V^2}{2} = \rho \frac{V^3}{2} A = \frac{\gamma V^3}{2g} A$$

$$\alpha = \frac{\int_A \left(\frac{\rho}{2}\right) v^3 dA}{\rho \left(\frac{V^3}{2}\right) A} = \frac{\int_A v^3 dA}{V^3 A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i^3 . \Delta A_i}{V^3 A}$$

در نتیجه با توجه به شکل ۱-۱۴ ج کاملترین شکل معادلهٔ انرژی به صورتهای زیر نوشته خواهد شد:

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - h_f = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$d_1 \cos\theta + Z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - h_f = d_2 \cos\theta + Z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$y_1 \cos^2\theta + Z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - h_f = y_2^2 \cos^2\theta + Z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \qquad (۳۱-۱)$$

$$\alpha_1 = \frac{\int_{A1} v_1^3 dA}{V_1^3 A_1} \quad , \quad \alpha_2 = \frac{\int_{A2} v_2^3 dA}{V_2^3 A_2}$$

Prozhefa.com

۱-۷-۲ بررسی مقادیر α و β

α و β تابع توزیع سرعت در مقطع جریان بوده و از آن‌جاکه رابطهٔ کلی در توزیع سرعت در کانالها در دسترس نمی‌باشد، لذا مبنای نظری دقیقی در تعیین α و β وجود ندارد و این عوامل به‌صورت کلی تحت تأثیر عوامل مؤثر در توزیع سرعت در کانال می‌باشند ولی مسلماً مقدار α همواره بزرگتر از β و هر دو بزرگتر از یک می‌باشند ($\alpha > \beta > ۱$) که اثبات ریاضی این مطلب به‌عنوان تمرین به عهدهٔ مطالعه کنندگان گذاشته شده است.

مقدار α در جریان آرام بیش از جریان آشفته بوده و این به‌دلیل یکنواخت‌تر بودن توزیع سرعت در جریان آشفته می‌باشد. در جریان آشفته در یک کانال با سطح مقطع منظم α و β به ترتیب به‌ندرت از ۱٫۱۵ و ۱٫۰۵ تجاوز می‌کنند و با توجه به این‌که اطلاعات آزمایشگاهی و تجربی در مورد این ضرایب کم است لذا در تحلیل مسایل عملی در کانالهای با سطح مقطع منظم $\alpha = \beta = ۱$ فرض می‌گردد. یادآوری می‌شود که بررسی جریانهای آرام از نقطه‌نظر عملی چندان کاربردی ندارد.

در صورت نیاز به واردکردن این ضرایب در معادلات مربوطه می‌توان ارقام جدول ۱-۲ را به‌عنوان ارقام نمونه مورد استفاده قرار داد. این ارقام به نقل از Chow آورده شده است.

جدول ۱-۲ مقادیر پیشنهادی α و β

انواع کانال	مقادیر α			مقادیر β		
	حداقل	متوسط	حداکثر	حداقل	متوسط	حداکثر
کانالهای منظم، انواع فلوم-سرریزها	۱٫۱۰	۱٫۱۵	۱٫۲۰	۱٫۰۳	۱٫۰۵	۱٫۰۷
نهرهای طبیعی، رودخانه‌های تند	۱٫۱۵	۱٫۳۰	۱٫۵۰	۱٫۰۵	۱٫۱۰	۱٫۱۷
رودخانه‌های با سطح یخ زده	۱٫۲۰	۱٫۵۰	۲٫۰۰	۱٫۰۷	۱٫۱۷	۱٫۳۳
بستر سیلابی رودخانه‌ها	۱٫۵۰	۱٫۷۵	۲٫۰۰	۱٫۱۷	۱٫۲۵	۱٫۳۳

برای هر شرایط معین، می‌توان نسبت بین α و β را از رابطهٔ تجربی زیر به‌دست آورد:

$$\frac{\alpha - ۱}{\beta - ۱} = ۲٫۷ \text{ تا } ۲٫۸$$

و نیز می‌توان از روابط ۱-۳۲الف و ۱-۳۲ب که براساس توزیع لگاریتمی سرعت به‌دست آمده‌اند، جهت تخمین مقادیر α و β استفاده نمود:

$$\alpha = ۱ + ۳\varepsilon^۲ - ۲\varepsilon^۳ \qquad (۱-۳۲\text{الف})$$

$$\beta = ۱ + \varepsilon^۲ \qquad (۱-۳۲\text{ب})$$

Prozhefa.com

در این روابط $\varepsilon = \frac{V_{max}}{V} - ۱$ است که در آن V_{max} سرعت ماکزیمم و V سرعت متوسط در مقطع می‌باشند.

در مقاطع مرکب یعنی مقاطع رودخانه‌هایی که دارای بستر سیلابی هستند (شکل ۱-۱۶)، منحنی‌های توزیع سرعت نشان می‌دهند که سرعت متوسط در این قسمت از مقطع تحت تأثیر زبری بیشتر کانال و عمق کمتر جریان مقداری کمتر از سرعت متوسط در کانال اصلی دارد، لذا در صورتی که مطابق شکل ۱-۱۶ مقطع جریان به سه قسمت تبدیل گردد، ضرایب α و β را می‌توان از روابط زیر تعیین نمود:

$$\alpha = \frac{V_۱^۳ A_۱ + V_۲^۳ A_۲ + V_۳^۳ A_۳}{V_m^۳ (A_۱ + A_۲ + A_۳)} \qquad (۱-۳۳)$$

$$\beta = \frac{V_۱^۲ A_۱ + V_۲^۲ A_۲ + V_۳^۲ A_۳}{V_m^۲ (A_۱ + A_۲ + A_۳)} \qquad (۱-۳۴)$$

در روابط ۱-۳۳ و ۱-۳۴، $V_۱$، $V_۲$ و $V_۳$ به ترتیب مقادیر سرعت متوسط در مقاطع ۱ و ۲ و ۳ می‌باشند. V_m نیز سرعت متوسط در کل مقطع جریان است که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

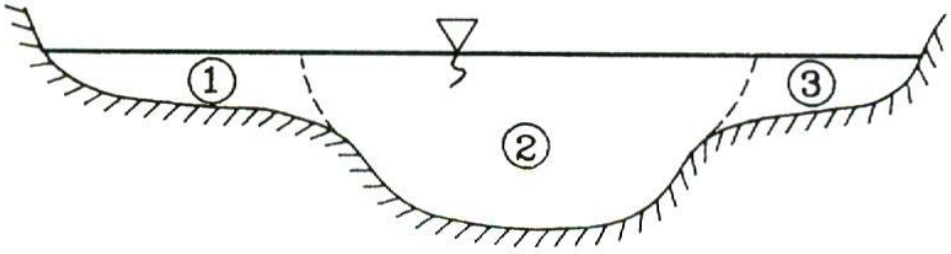
$$V_m = \frac{Q_۱ + Q_۲ + Q_۳}{A_۱ + A_۲ + A_۳} = \frac{V_۱ A_۱ + V_۲ A_۲ + V_۳ A_۳}{A_۱ + A_۲ + A_۳} \qquad (۱-۳۵)$$

از تلفیق رابطهٔ ۱-۳۵ با روابط ۱-۳۳ و ۱-۳۴، می‌توان α و β را از روابط فشرده‌تر زیر نیز به‌دست آورد:

$$\alpha = \frac{\Sigma V_i^۳ A_i (\Sigma A_i)^۲}{(\Sigma V_i A_i)^۳} \qquad (۱-۳۶)$$

$$\beta = \frac{\Sigma V_i^۲ A_i (\Sigma A_i)}{(\Sigma V_i A_i)^۲} \qquad (۱-۳۷)$$

در فصول بعدی نشان داده خواهد شد که در صورتی که روابط ۱-۳۶ و ۱-۳۷ با معادلات مقاومت جریان ترکیب شوند مقدار عددی α به متجاوز از ۲ نیز خواهد رسید.

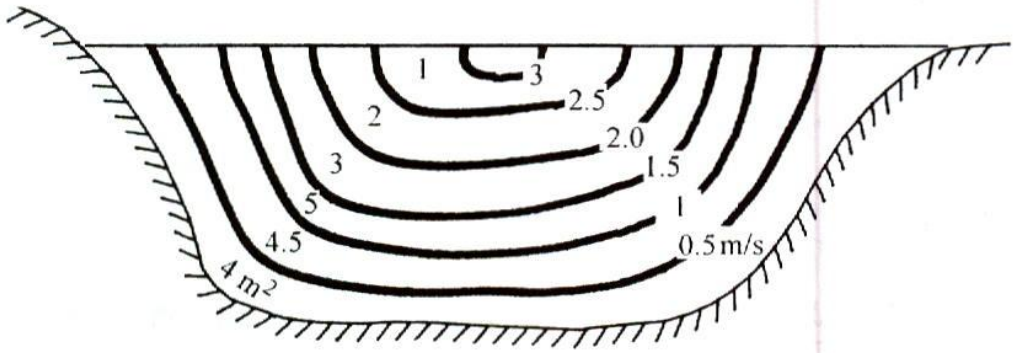


شکل ۱-۱۶ مقطع مرکب

Prozhefa.com

مثال ۱-۵

با توجه به منحنی‌های هم سرعت فرضی ترسیم شده در شکل ۱-۱۷، سرعت متوسط و ضرایب α و β را به‌دست آورید. ارقام نوشته شده بین دو منحنی مساحت سطح واقع بین دو منحنی هم سرعت می‌باشند.



شکل ۱-۱۷ (بدون مقیاس)

حل:

با شبکه‌بندی مقطع جریان و با قراردادن مولینه در رئوس این شبکه می‌توان سرعت را در نقاط مشخص از مقطع جریان تعیین نمود. در نتیجه با واسطه‌یابی مقادیر سرعت، منحنی‌های هم سرعت مطابق شکل ۱-۱۷ قابل ترسیم هستند. براساس منحنی‌های هم سرعت رسم شده در شکل ۱-۱۷ سرعت متوسط از روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$Q=\int_A v\,dA=VA \Rightarrow V=\frac{\int_A vdA}{A}\approx\frac{\Sigma V_i\,\Delta A_i}{A}$$

V_i سرعت متوسط بین دو منحنی هم سرعت و A_i مساحت واقعی در بین دو منحنی هم سرعت می‌باشد که با استفاده از پلانیمتر محاسبه می‌گردد.

$$V=\frac{((۳+۲٫۵)/۲)\times ۱+۲٫۲۵\times ۲+۱٫۷۵\times ۳+۱٫۲۵\times ۵+۰٫۷۵\times ۴٫۵+۰٫۲۵\times ۴}{۱+۲+۳+۵+۴٫۵+۴}$$

$$V = ۱٫۱۸۶\,\text{m/s}$$

$$Q = VA = ۱٫۱۸۶\times ۱۹٫۵ = ۲۳٫۱۲۷\ \text{m}^۳/\text{s}$$

$$\alpha=\frac{\int_A v^۳dA}{V^۳A}\approx\frac{\Sigma V_i^۳\,\Delta A_i}{V^۳A}$$

Prozhefa.com

$$\alpha = \frac{\left(\frac{۳^۳ + ۲/۵^۳}{۲}\right) \times ۱ + ۱۱/۸۱ \times ۲ + ۵/۶۹ \times ۳ + ۲/۱۹ \times ۵ + ۰/۵۶ \times ۴/۵ + ۰/۰۶ \times ۴}{۱/۱۸۶^۳ \times ۱۹/۵}$$

$$\alpha \approx ۲/۳۳$$

$$\beta = \frac{\int_A v^۲ dA}{V^۲ A} \approx \frac{\Sigma V_i^۲ \Delta A_i}{V^۲ A}$$

$$\beta = \frac{\left(\frac{۳^۲ + ۲/۵^۲}{۲}\right) \times ۱ + ۵/۱۳ \times ۲ + ۳/۱۳ \times ۳ + ۱/۶۳ \times ۵ + ۰/۶۳ \times ۴/۵ + ۰/۱۳ \times ۴}{۱/۱۸۶^۲ \times ۱۹/۵}$$

$$\beta \approx ۱/۴۱$$

۱-۷-۳ کاربرد رابطهٔ اندازهٔ حرکت و رابطهٔ انرژی

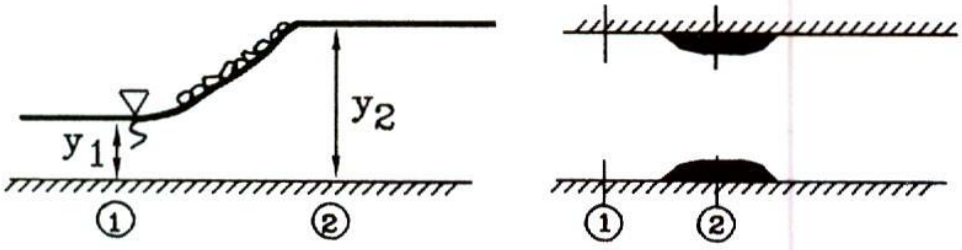
اصولاً می‌بایست هر دو رابطهٔ انرژی و اندازهٔ حرکت بتوانند در پیداکردن مجهولات به کار روند، ولی هرگاه در تحلیل مسأله هیدرولیکی خاصی نیاز به تشخیص در استفاده از یکی از معادلات انرژی و یا اندازهٔ حرکت باشد با توجه به توضیحات اضافی که در فصل سوّم خواهد آمد، می‌توان به نکات زیر توجه داشت:

- رابطهٔ انرژی هنگامی استفاده می‌شود که اشکال مختلف انرژی و افت‌های انرژی قابل برآورد و یا صرفنظر کردن باشند.
- رابطهٔ اندازهٔ حرکت هنگامی استفاده می‌شود که نیروها در مسأله، مشخص و یا قابل صرفنظر کردن باشند.

با توجه به شکل ۱-۱۸ الف در تحلیل پدیدهٔ پرش هیدرولیکی در کانالهای باز، اگر عمق اولیهٔ پرش هیدرولیکی ($y_۱$) معلوم و عمق ثانویه ($y_۲$) مجهول و هدف ارتباط دادن این دو عمق به‌یکدیگر باشد، می‌توان گفت که علیرغم این که طول مسیر کوتاه و افت طولی ناچیز می‌باشد ولی به‌دلیل آشفتگی شدید جریان در موضع پرش، افت موضعی زیادی وجود دارد که با توجه به مشخص نبودن مقدار این افت، رابطهٔ انرژی شروع مناسبی در تحلیل مسأله نخواهد بود.

با توجه به کوتاه بودن طول پرش، نیروی اصطکاک کف ناچیز و در صورتی که جریان در کانال با شیب کم برقرار باشد مؤلفه وزن در جهت جریان نیز قابل صرفنظر کردن می‌باشد ($W \sin\theta \approx ۰$). نیروهای فشاری در مقاطع ۱ و ۲ نیز برحسب $y_۱$ و $y_۲$ قابل برآورد می‌باشند، لذا رابطهٔ اندازهٔ حرکت رابطهٔ مناسبی در تحلیل این مسأله می‌باشد.

Prozhefa.com



(الف) پرش هیدرولیکی (ب) پلان کانال مستطیلی

شکل ۱-۱۸ پرش هیدرولیکی و یک کانال مستطیلی تنگ شده

بدیهی است در صورت مشخص شدن ارتباط بین y_1 و y_2 ، رابطهٔ انرژی می‌تواند در برآورد افت موضعی جریان به کار رود. در فصل سوم به‌عنوان یک کاربرد از رابطهٔ اندازهٔ حرکت پدیدهٔ پرش هیدرولیکی در کانالهای باز تحلیل خواهد شد.

چنانچه در شکل ۱-۱۸ ب دیده می‌شود، جریان در ضمن عبور در یک کانال مستطیلی به یک تنگنای موضعی صاف و هموار رسیده است. اگر هدف ارتباط دادن دو عمق y_1 و y_2 یعنی اعماق قبل از تنگنا و محل تنگنای موضعی، باشد با توجه به این‌که در استفاده از رابطهٔ اندازهٔ حرکت نیروی ناشی از وجود جداره‌های تنگنا بر روی جریان مشخص نمی‌باشد، لذا رابطهٔ اندازهٔ حرکت در این تحلیل مناسب نخواهد بود، ولی به جهت صاف، هموار و نیز کوتاه بودن مسیر تنگنا، افت‌های انرژی قابل صرفنظر کردن می‌باشند و می‌توان از رابطهٔ انرژی در این مورد استفاده نمود.

پس از مشخص شدن ارتباط بین اعماق y_1 و y_2 می‌توان رابطهٔ اندازهٔ حرکت را در برآورد نیروهای مجهول به کاربرد.

در فصل دوم به عنوان یک کاربرد از رابطهٔ انرژی، مسأله ایجاد تنگنای موضعی مورد تحلیل قرار خواهد گرفت.

مثال ۱-۶

در شکل ۱-۱۹ و جدول ۱-۳ مشخصات بردارهای سرعت در صفحه‌ای قائم در زیر یک دریچهٔ کشویی، که در یک کانال مستطیلی به عرض یک متر قرار دارد، آورده شده است. دبی جریان را محاسبه نمایید.

حل :

در صورتی‌که مؤلفه بردار سرعت در جهت عمود بر صفحهٔ قائم محاسبه شود و در مساحت صفحهٔ قائم ضرب گردد، دبی به‌دست خواهد آمد. با توجه به این‌که سرعت در نقاط گسسته داده شده است، می‌توان دبی جریان را به صورت زیر محاسبه نمود:

Prozhefa.com

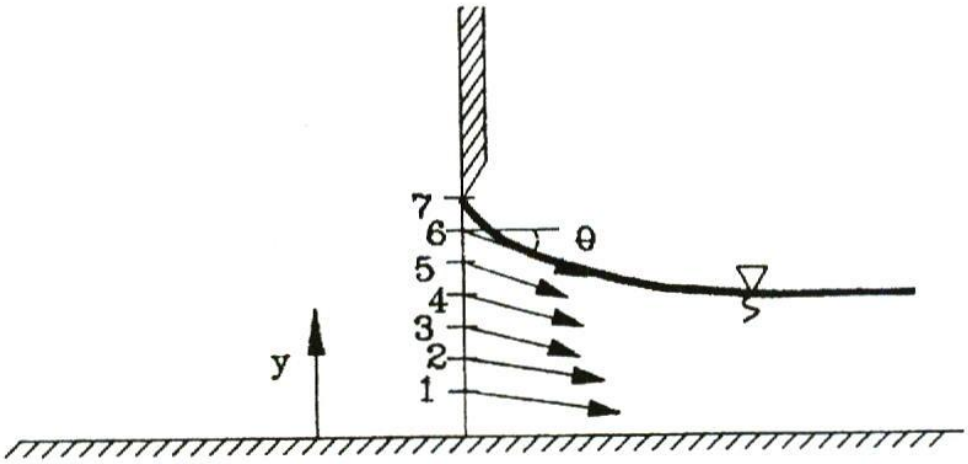
$$Q = \Sigma V_n \times \Delta y \times b = \Sigma V_n \Delta y \times ۱ = \Sigma V_n \Delta y$$

$$Q = \left(\frac{۱}{۲} \times ۰/۰۷۵ \times ۲/۳ \cos ۵°\right) + (۰/۰۵ \times ۲/۵ \cos ۱۰°) + (۰/۰۵ \times ۲/۶ \cos ۱۵°)$$

$$+ (۰/۰۵ \times ۲/۶ \cos ۲۰°) + (۰/۰۵ \times ۲/۵ \cos ۲۵°) + \left(\frac{۱}{۲} \times ۰/۰۷۵ \times ۲/۱ \cos ۳۰°\right)$$

$$Q = ۰/۶۳۸۳ \ m^3/s$$

دبی جریان در عرض واحد



شکل ۱-۱۹

جدول ۱-۳

موضع	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
سرعت (m/s)	۲/۳	۲/۵	۲/۶	۲/۶	۲/۵	۲/۱	۰/۰
θ°	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	---
y(m)	۰/۰۵	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲	۰/۲۵	۰/۳	۰/۳۵

مثال ۱-۷

در ضمن مشاهدهٔ یک سیلاب، سطح آب در محل مورد نظر با شدت ۰/۱ m/h در حال افزایش بوده و دبی جریان در مقطع مورد نظر ۲۵m^3/s اندازه گیری شده است.

اگر عرض سطح آب در این محل و چندین کیلومتر بالادست و پایین‌دست این مقطع ۲۰m باشد دبی جریان را در ۱ km بالادست مقطع مورد نظر تخمین بزنید.

Prozhefa.com

حل:

در تحلیل این مسأله که یک جریان غیر دائمی است نیاز به به‌دست آوردن رابطهٔ پیوستگی در جریان غیردائمی می‌باشد. بدین‌منظور مطابق شکل ۱-۲۰ دو مقطع از جریان به فاصلهٔ Δx در نظر گرفته می‌شود. اگر $Q(x + \Delta x) > Q(x)$ باشد، این مطلب معادل با کاهش حجم آب در حجم کنترل قرار گرفته بین دو مقطع (۱) و (۲) می‌باشد. از نظر ریاضی تغییرات دبی در امتداد طولی به صورت زیر نوشته می‌شود:

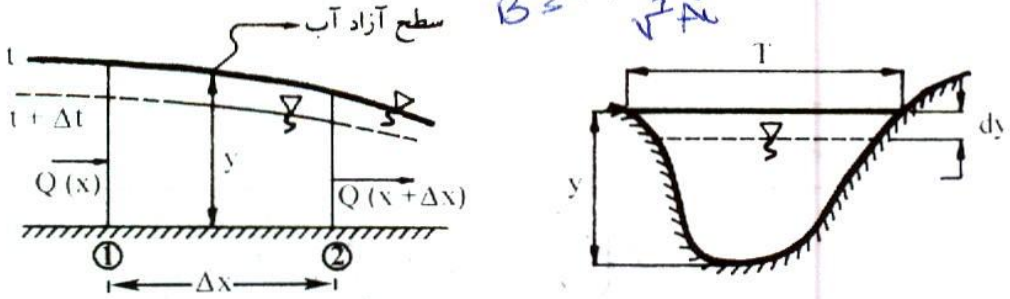
$$Q(x + \Delta x) - Q(x) = \frac{\partial Q}{\partial x} \Delta x \qquad (۱-۳۸)$$

کاهش حجم آب در درون حجم کنترل را نیز می‌توان از ضرب نمودن سطح مقطع جریان (در صفحهٔ افق) در سرعت فرونشینی سطح آب در محل مورد نظر به‌دست آورد ($T\Delta x \frac{\partial y}{\partial t}$):

$$Q(x + \Delta x) - Q(x) = -T\Delta x \frac{\partial y}{\partial t} \qquad (۱-۳۹)$$

با توجه به این‌که $\frac{\partial y}{\partial t}$ منفی می‌باشد، لذا علامت منفی در طرف دوم رابطهٔ ۱-۳۹ در نظر گرفته شده است. از مساوی قراردادن طرف دوم رابطهٔ ۱-۳۹ و رابطهٔ ۱-۳۸ رابطهٔ پیوستگی در جریانهای غیردائمی به‌دست خواهد آمد:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + T \frac{\partial y}{\partial t} = ۰ \qquad (۱-۴۰)$$



شکل ۱-۲۰

رابطهٔ ۱-۴۰ با استفاده از رابطهٔ ۱-۱۳ نیز به‌دست می‌آید (چگونه؟)

در جهت حل عددی این مثال از رابطهٔ ۱-۴۰ استفاده می‌شود:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = ۰/۱ \times \frac{۱}{۳۶۰۰}$$

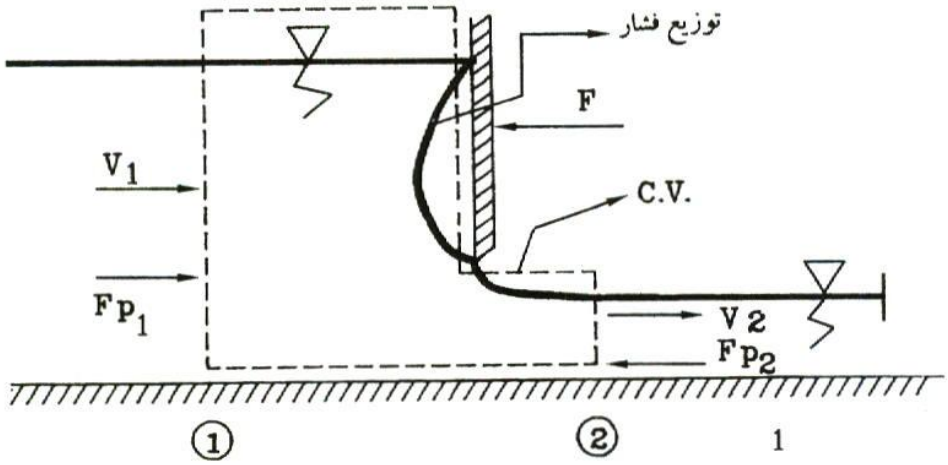
$$۲۰ \times ۰/۱ \times \frac{۱}{۳۶۰۰} + \frac{Q_۲ - Q_۱}{۱۰۰۰} = ۰ \quad \Rightarrow \quad Q_۱ = Q_۲ + ۰/۵۵۶$$

$$Q_۱ = ۲۵ + ۰/۵۵۶ \quad \Rightarrow \quad Q_۱ = ۲۵/۵۵۶ \ m^۳/s$$

Prozhefa.com

مثال ۱-۸

نیروی وارد بر دریچهٔ کشوئی قرار گرفته در یک کانال مستطیلی را به‌دست آورید.
کانال نسبتاً افقی است و α و β برابر واحد فرض می‌شوند.



شکل ۱-۲۱

حل:

حجم کنترل انتخابی در شکل ۱-۲۱ نشان داده شده است و از نظر سهولت محاسبات در واحد عرض کانال انجام می‌شود. در صورتی که دبی عبوری در عرض واحد به q نمایش داده شود رابطهٔ پیوستگی بدین‌صورت نوشته خواهد شد:

$$q = V_1 y_1 = V_2 y_2 \qquad (۴۱-۱)$$

نیروهای نشان داده شده در شکل ۱-۲۱ نیروهای وارد بر جرم آب داخل حجم کنترل هستند که مقادیر زیر را دارند (این نیروها در عرض واحد محاسبه می‌شوند):

نیروی فشاری در مقطع ۱ براساس توزیع هیدرواستاتیک فشار $Fp_1 = \frac{1}{2}\gamma y_1^2$

نیروی فشاری در مقطع ۲ براساس توزیع هیدرواستاتیک فشار $Fp_2 = \frac{1}{2}\gamma y_2^2$

مقدار نیروی وارد از طرف دریچه بر حجم کنترل F

ازسایرنیروهانظیراصطکاک‌کف، به‌دلیل‌کوتاه بودن‌مسیر جریان‌ومؤلفه‌وزن به‌دلیل‌نسبتاًافقی بودن کف‌کانال صرفنظرمی‌شود. درنتیجه‌رابطهٔ اندازهٔ‌حرکت‌می‌تواندبه‌شکل‌زیرمورداستفاده‌قرارگیرد:

$$\frac{1}{2}\gamma y_1^2 - \frac{1}{2}\gamma y_2^2 - F = \rho q(V_2 - V_1) \qquad (۴۲-۱)$$

از تلفیق دو رابطهٔ ۱-۴۱ و ۱-۴۲ رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F = \frac{1}{2}\gamma \frac{(y_1 - y_2)}{y_1 y_2}\left[y_1 y_2 (y_1 + y_2) - \frac{2q^2}{g}\right] \qquad (۴۳-۱)$$

Prozhefa.com

با توجه به افت ناچیز انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲ رابطهٔ انرژی نیز به‌صورت زیر به کار می‌رود:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{q^2}{g} = \frac{y_1^2 y_2^2}{(y_1 + y_2)} \qquad (۱-۴۴)$$

با استفاده از رابطهٔ ۱-۴۴ و رابطهٔ ۱-۴۳ نیروی F برابراست با:

$$F = \frac{1}{2}\gamma \frac{(y_1 - y_2)^3}{(y_1 + y_2)} \qquad (۱-۴۵)$$

نیروی F در عرض واحد به‌دست آمده است و در صورتی که عرض کانال b باشد این مقدار در عرض b ضرب می‌گردد. ضمناً نیروی به‌دست آمده، نیروی وارد بر جرم آب داخل حجم کنترل می‌باشد که در تغییر اندازهٔ حرکت این جرم نقش داشته است. نیروی وارد بر دریچه برابر همین مقدار و در جهت عکس F (به سمت راست) می‌باشد.

این مثال کاربرد آگاهانهٔ روابط اساسی را در جریانهای دائمی با سطح آزاد نشان می‌دهد ولی باید توجه داشت که رابطهٔ ۱-۴۵ فقط مقدار نیروی وارد بر دریچه را نشان می‌دهد و از توزیع دقیق فشار بر روی دریچه، که این نیرو از انتگرال نیروهای فشاری جزء به‌دست آمده است، اطلاعاتی در اختیار ما قرار نمی‌دهد. وضعیت تقریبی توزیع فشار بر روی دریچه در شکل ۱-۲۱ ترسیم گردیده است و اشاره می‌شود که اطلاع دقیق از توزیع فشار با استفاده از علم هیدرودینامیک صورت می‌گیرد.

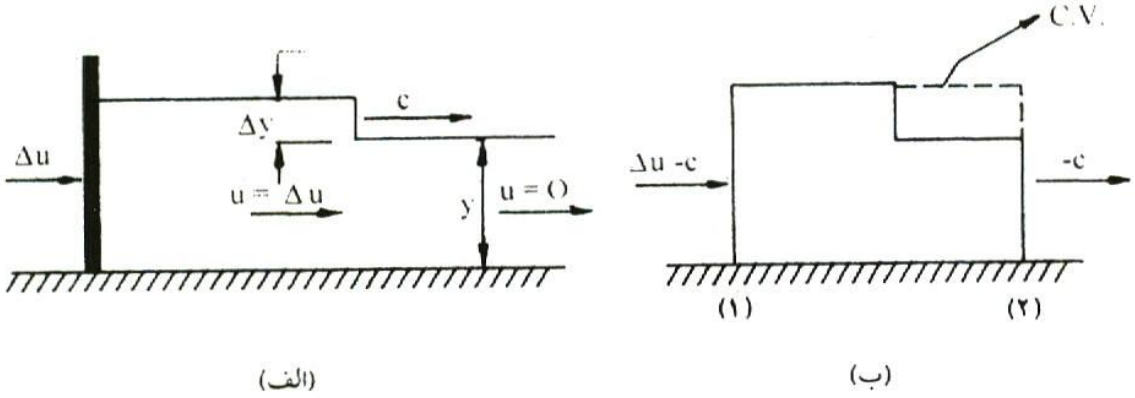
مثال ۱-۹

نشان دهید که مخرج کسر در عدد فرود جریان در یک کانال مستطیلی $\left(Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}}\right)$ برابر سرعت حرکت امواج سطحی می‌باشد و از این نقطه نظر، وضعیت جریان زیر بحرانی و فوق بحرانی در کانالها را بررسی نمایید.

حل:

با توجه به این‌که جریان در کانالهای باز دارای سطح آزادی است که در تعادل با فشار ثابت اتمسفر عمل می‌کند، تغییر ناگهانی در جریان نمی‌تواند به صورت موج فشار منتشر شود بلکه به‌صورت یک موج سطحی در سطح آب پخش می‌شود. در صورتی که مطابق شکل ۱-۲۲ الف صفحهٔ غیرقابل نفوذی با سرعت Δu در یک آب ساکن در کانال مستطیلی به عرض واحد به حرکت در آورده شود، این تغییر باعث ایجاد یک موج سطحی می‌شود که به‌صورت یک ناپیوستگی در عمق ظاهر شده با سرعت c نسبت به آب حرکت می‌کند.

Prozhefa.com



شکل ۱-۲۲

چنین جریانی در ماهیت خود جریان غیردائمی می‌باشد ولی هرگاه این امر از دیدگاه ناظری که با سرعتی برابر سرعت موج حرکت می‌کند بررسی شود، در این دیدگاه جریان به جریان دائمی تبدیل شده و می‌توان با در نظر گرفتن سرعتهای نسبی و با استفاده از روابط جریانهای دائمی مسأله را تحلیل نمود (شکل ۱-۲۲ ب).

رابطهٔ پیوستگی برای حجم کنترل نشان داده شده به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$-cy = (\Delta u - c)(y + \Delta y) \qquad (۴۶-۱)$$

درصورتی که ازمقدار $\Delta y \times \Delta u$ به‌دلیل کوچکی صرفنظر شود، پس از ساده نمودن رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$c = \frac{\Delta u}{\Delta y} y \qquad (۴۷-۱)$$

حال رابطهٔ اندازهٔ حرکت در شکل یک بعدی، با فرض $\beta = ۱$ و بدون در نظر گرفتن نیروی اصطکاک در مورد حجم کنترل انتخابی نوشته می‌شود:

$$\frac{۱}{۲}\gamma(y + \Delta y)^۲ - \frac{۱}{۲}\gamma y^۲ = \rho(-cy)[(-c) - (\Delta u - c)]$$

یا:

$$g\left(۱ + \frac{۱}{۲}\frac{\Delta y}{y}\right) = c\,\frac{\Delta u}{\Delta y} \qquad (۴۸-۱)$$

برای موجهای کوچک مقدار $\frac{\Delta y}{y}$ در مقایسه با عدد یک کوچک می‌باشد و لذا می‌توان رابطهٔ فوق را به‌رابطهٔ ۱-۴۹ تبدیل نمود:

$$c = \frac{g\Delta y}{\Delta u} \qquad (۴۹-۱)$$

از ترکیب دو رابطهٔ ۱-۴۷ و ۱-۴۹ مقدار c برابر خواهد شد با:

$$c = \sqrt{gy} \qquad (۵۰-۱)$$

Prozhefa.com

در هیدرودینامیک نشان داده می‌شود که برای امواج نوسانی با دامنهٔ کوتاه و طول موج زیاد که در نزدیک سواحل دریا به‌وجود می‌آیند، نیز، رابطهٔ ۱-۵۰ صادق می‌باشد. لذا چنین نتیجه می‌شود که در صورت ایجاد اغتشاش در جریان (انداختن سنگ به داخل کانال) و ایجاد امواج کوچک سطحی این امواج باسرعت $\sqrt{gy}$ منتشر خواهند شد. این سرعت انتشار نسبت به آب ساکن در نظر گرفته شده، بنابراین هرگاه جریان در کانال، دارای سرعت متوسط V باشد، سرعت حرکت موج سطحی ایجاد شده نسبت به زمین در جهت جریان برابر $V+\sqrt{gy}$ و در خلاف جهت جریان برابر $V-\sqrt{gy}$ می‌باشد، لذا در صورتی‌که جریان زیر بحرانی باشد ($V<\sqrt{gy}$ و $Fr<1$)، موج حاصله قابلیت انتشار به بالادست جریان را دارد و در صورتی که جریان فوق بحرانی باشد ($Fr>1$ و $V>\sqrt{gy}$) موج حاصله توسط جریان جذب شده و قابلیت انتشار به بالادست را نخواهد داشت.

در فصل دوم نشان داده می‌شود که در یک کانال غیرمستطیلی عدد فرود جریان به صورت $\frac{V}{\sqrt{gD}}$ به‌دست خواهد آمد که در آن D عمق هیدرولیکی می‌باشد.

Prozhefa.com

مسایل

۱-۱ جریانهای زیر را از نقطه‌نظر دائمی - غیردائمی، یکنواخت - غیریکنواخت و یا زیربحرانی - فوق بحرانی بررسی نمایید:

الف- جریان با دبی ثابت در یک دره تنگ شونده ($Fr = ۰/۲$)

ب - موج ناشی از شکست یک سد ($Fr = ۱/۰$)

ج - تغییرات تدریجی عمق جریان در یک کانال مستطیلی در هنگام نزدیک شدن جریان به محل یک بند (ثابت $Q =$ و $Fr < ۱$)

د - جریان آب در یک کانال با عمق و سرعت ثابت ($Fr = ۱/۲$)

هـ- جریان رودخانه با دبی ثابت در اطراف پایه‌های یک پل

و - جریان آب با دبی ثابت در یک کانال آبیاری منشوری طولانی.

در کلیه جریانها فرض نمایید ناظر ثابتی در کنار کانال جریان را مشاهده می‌کند.

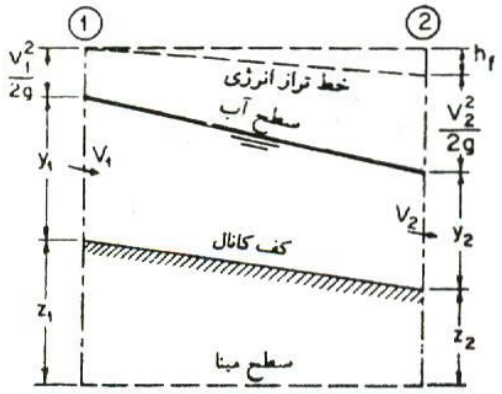
۲-۱ چرا از نظر تئوری جریان یک سیال ایده‌آل (بدون اصطکاک) در یک کانال شیبدار نمی‌تواند به‌صورت یکنواخت باشد؟

۳-۱ با توجه به اصول دینامیک، جریان آب در یک کانال با شیب طولی صفر (افقی) لزوماً غیریکنواخت می‌باشد. این نظریه را تفسیر نمایید.

۴-۱ نشان دهید که در شکل داده شده زیر مقدار دبی از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$Q = A_۲ \sqrt{\frac{۲g(\Delta W - h_f)}{۱ - \left(\frac{A_۲}{A_۱}\right)^۲}}$$

در رابطهٔ داده‌شده، A سطح مقطع جریان و ΔW پایین‌افتادگی تراز سطح آب از مقطع ۱ تا ۲ می‌باشد.



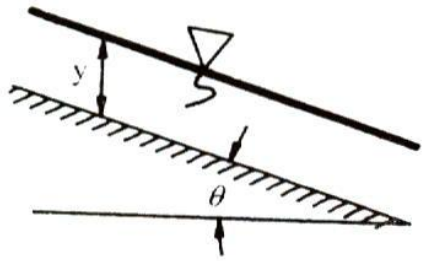
Prozhefa.com

۱-۵ نشان دهید که عدد رینولدز جریان متناسب با نسبت نیروی شتاب‌دهنده به نیروی لزجت می‌باشد.

۱-۶ نشان دهید که عدد فرود جریان متناسب با جذر نسبت نیروی شتاب‌دهنده به نیروی ثقل می‌باشد.

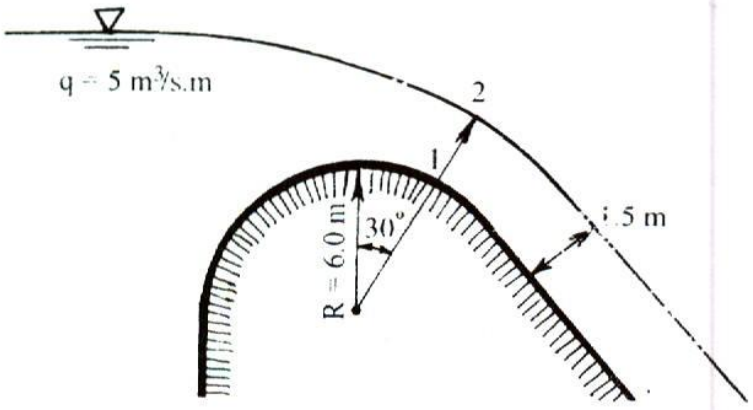
۱-۷ نشان دهید که اندازه گیری سرعت در ارتفاع y_0 ۰٫۱۶۸ از کف و ارتفاع y_0 ۰٫۸ از کف و میانگین‌گیری از این مقادیر، سرعت متوسط را براساس قانون لگاریتمی توزیع سرعت بدست خواهد داد.

۱-۸ ثابت نمایید که لنگر تعادلی ایجاد شده در پای دیوارهٔ یک تندآبراه مستطیلی ناشی از فشار آب برابر با $\frac{1}{6}\gamma y^3 \cos^2\theta$ می‌باشد. γ وزن مخصوص آب می‌باشد و لنگر محاسبه شده در واحد طول کانال می‌باشد. شکل نشان داده شده را ببینید.



۱-۹ قسمت جامی شکل یک سرریز با شعاع انحناء ۱۰ متر ساخته شده است. جریانی که به انحناء می‌رسد دارای عمق ۱٫۵ متر وسرعت ۳۰ m/s می‌باشد. ماکزیمم فشار اعمال شاه بر کف را محاسبه نمایید. عمق عمود بر کف اندازه گیری شده است.

۱-۱۰ قسمت تاج یک سرریز از یک قوس دایره‌ای به شعاع ۶ متر ساخته شده است. فشار در نقطهٔ ۱ را تخمین بزنید. فرض نمایید سرعت در امتداد مقطع ۲-۱ ثابت می‌باشد.



Prozhefa.com

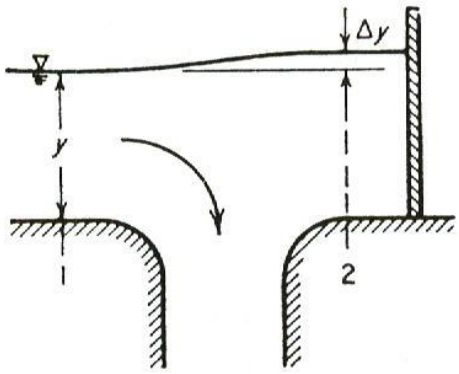
۱-۱۱ آب با عمق y و سرعت V در یک کانال مستطیلی جریان دارد. کانال با یک دریچه بسته شده و آب به صورت هموار (Smoothly) به داخل یک مجرای قائم منتقل می‌شود. میزان صعود ارتفاع آب (Δy) قبل از دریچه را محاسبه نمایید. این محاسبه را به دو طریق انجام دهید.

الف- از رابطهٔ انرژی استفاده نمایید.

ب- از رابطهٔ اندازهٔ حرکت استفاده نمایید.

کدامیک از دو جواب حاصل صحیح می‌باشد و چرا؟

در محاسبات خود فرض نمایید عبارت $\frac{\Delta y}{y}$ کوچک می‌باشد و از توانهای مرتبهٔ بالاتر آن صرفنظر نمایید.



۱-۱۲ با استفاده از مولینه سرعت در اعماق مختلف یک کانال مستطیلی عریض به عمق ده متر اندازه گیری و در جدول زیر یادداشت گردیده است. دبی در واحد عرض جریان، سرعت متوسط و نیز ضرایب تصحیح انرژی و اندازهٔ حرکت (α , β) را محاسبه نمایید.

عمق $y(\mathrm{m})\rightarrow$	۰	۲٫۰	۴٫۰	۶٫۰	۸٫۰	۱۰٫۰
سرعت $V(\mathrm{m/s})\rightarrow$	۰	۴٫۰	۵٫۵	۶٫۰	۶٫۰	۵٫۵

۱-۱۳ اگر توزیع سرعت در یک کانال مستطیلی عریض با استفاده از رابطهٔ زیر تخمین زده شود با فرض این‌که عمق جریان (h) برابر یک متر باشد سرعت متوسط، α و β را محاسبه نمایید.

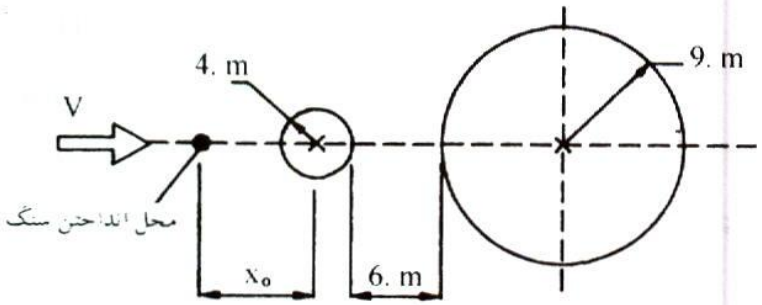
$$V(y) = ۰٫۴ + ۰٫۶\frac{y}{h}\ \mathrm{m/s}$$

۱-۱۴ نشان دهید که به ازاء یک توزیع سرعت حقیقی دلخواه در یک کانال همواره رابطهٔ $\alpha > \beta > ۱$ برقرار می‌باشد.

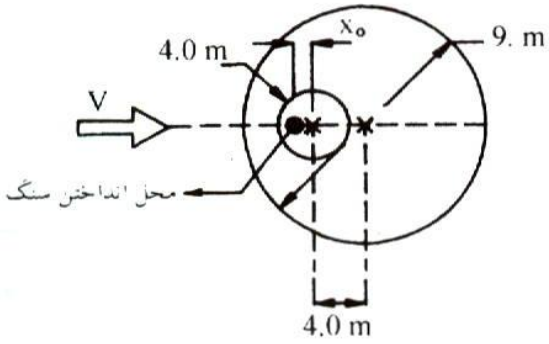
۱-۱۵ آب با عمق ثابت ۳۰cm در یک کانال مستطیلی عریض در جریان است. قلوه سنگهائی که بطور متوالی در یک نقطه از کانال انداخته شوند امواجی مطابق شکل ایجاد می‌کنند که به سمت

Prozhefa.com

پایین‌دست هدایت می‌شوند. سرعت جریان را به‌دست آورید. وضعیت جریان را از نقطه‌نظر فوق‌بحرانی و یا زیربحرانی بودن مشخص نمایید.



۱-۱۶ آب با عمق ثابت ۵۰cm در یک کانال مستطیلی عریض در جریان است. قلوه‌سنگهائی که بطور متوالی در یک نقطه از کانال انداخته شوند امواجی مطابق شکل ایجاد می‌کنند سرعت جریان را به‌دست آورید. وضعیت جریان را از نقطه‌نظر فوق بحرانی و یا زیربحرانی بودن مشخص نمایید.



Prozhefa.com

فصل ۲

اصل انرژی در کانالهای باز

سید محمود حسینی - جلیل ابریشمی

مقدمه

از جمله مسایل مهمّی که در بررسی و تحلیل کانالهای باز مورد مطالعه قرار می‌گیرد عبارت است از انرژی یا پتانسیلی که در روی یک خط جریان از سطح مقطع براساس میزان سرعت، عمق جریان و ارتفاع تا سطح مبنا وجود دارد.

کاربرد وسیع معادلهٔ انرژی در تحلیل مسایل کانالهای باز و از طرفی ضرورت تفسیر معادله در بسیاری از مواقع، استفاده از یک مفهوم قراردادی تحت عنوان «انرژی مخصوص» را ایجاب نموده که بدین طریق می‌توان با حذف یکی از عوامل مؤثر در انرژی کل، تحلیل مسایل مربوطه را آسان‌تر نمود. از مسایل خاص مورد بررسی در کانالها عبارتند از تغییر ارتفاع کف و یا تغییر عرض مقطع کانال که در این فصل به مواردی از آنها اشاره می‌شود که خود می‌توانند در تحلیل جریان در تأسیسات اندازه گیری دبی در کانالهای باز، طراحی تبدیلها و در بررسی جریان در اطراف پلها و سرریزها مورد استفاده قرارگیرند.

با توجه به طبیعت مسایل مورد بررسی در این فصل، از افت انرژی صرفنظر شده ولی هرگاه مقدار افت انرژی به روشهای تجربی یا نیمه تجربی قابل تعیین باشد، از اعتبار مفاهیم ارائه شده کاسته نخواهد شد. همچنین از آن‌جاکه تشخیص مقطع بحرانی در مسیر جریان، تحلیل بسیاری از مسایل را میسر می‌سازد، محاسبات عمق بحرانی در کانالهای باز با هر سطح مقطع دلخواه نیز در این فصل آمده است.

۲-۱ معادلهٔ انرژی (Energy Equation)

همان‌گونه که در فصل قبل اشاره گردید، مقدار انرژی موجود در هر مقطع جریان از یک کانال باز را می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$H = d\cos\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} + Z$$

Prozhefa.com

$$H = y\cos^2\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} + Z \qquad (۱-۳۱)$$

و چنانچه جریان در کانال با شیب کم ($\theta < 6°$) برقرار باشد و $\alpha = 1$ فرض گردد، معادله به‌شکل ساده‌تر زیر تبدیل می‌گردد:

$$H = y + \frac{V^2}{2g} + Z$$

با استفاده از این روابط، معادلهٔ انرژی بین دو مقطع به‌صورت:

$$d_1\cos\theta + \alpha_1\frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = d_2\cos\theta + \alpha_2\frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_f \qquad (۱-۲)$$

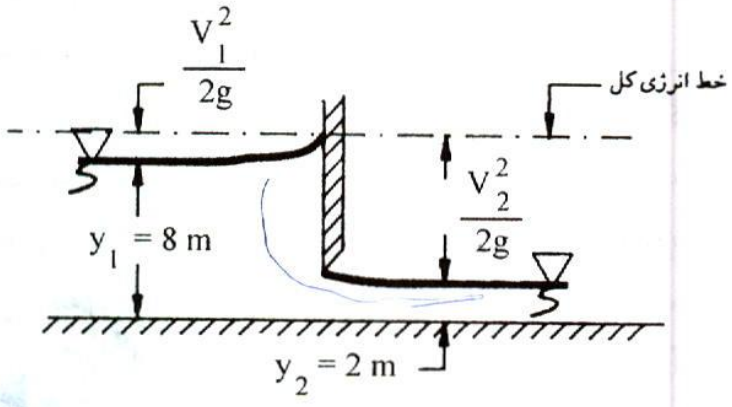
ویا:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_f \qquad (۲-۲)$$

نوشته می‌شود که در صورت عدم وجود افت انرژی ($h_f = 0$) خط انرژی کل، موازی سطح مبنا خواهد بود.

مثال ۲-۱

در یک کانال افقی مطابق شکل زیر، اعماق آب بفاصلهٔ کمی از دو طرف دریچه برابر ۸m و ۲m می‌باشند. چنانچه کانال مستطیلی با عرض ۱۰m فرض گردد، مقدار جریانی راکه از زیر دریچه عبور می‌کند، محاسبه کنید ($h_f = 0$ ، $g = 10\text{m/s}^2$).



شکل ۲-۱

حل:

سطح مبنا را منطبق بر کف کانال فرض می‌کنیم، در این صورت:

$$Z_1 = Z_2 = 0$$

با فرض $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ و با استفاده از معادلهٔ ۲-۲ داریم:

Prozhefa.com

$$۸ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = ۲ + \frac{V_۲^۲}{۲g}$$ معادلهٔ انرژی

از طرفی داریم:

$$A_۱ V_۱ = A_۲ V_۲$$
$$۸ \times ۱۰ \times V_۱ = ۲ \times ۱۰ \times V_۲$$
$$V_۲ = ۴V_۱$$

با اعمال این رابطه در معادلهٔ انرژی خواهیم داشت:

$$۸ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = ۲ + \frac{۱۶V_۱^۲}{۲g}$$
$$V_۱ = ۲/۸۳ \text{ m/s}$$
$$Q = V_۱ A_۱ = ۲/۸۳ \times ۸۰ = ۲۲۶/۴ \text{ m}^۳/\text{s}$$

۲-۲ کاربردهایی از معادلهٔ انرژی

از جمله موارد کاربرد معادلهٔ انرژی تحلیل جریان در اثر تغییر ارتفاع کف کانال می‌باشد. چنانچه در کانالی با مقطع مستطیلی و عرض b جریان یکنواختی با دبی Q برقرار باشد و در مسیر کانال یک برآمدگی هموار با طول کوتاه[۱] وارتفاع ثابت ΔZ در سرتاسر عرض ایجاد گردد، در تحلیل جریان این سؤال مطرح خواهد شد که تغییرات سطح آب و یا عمق جریان در حین رسیدن به‌این مانع چگونه خواهد بود (شکل ۲-۲). با توجه به این‌که افت انرژی در مسیر کوتاه بین دو مقطع ۱ و ۲ وجود ندارد، معادلهٔ انرژی بین این دو مقطع با فرض شیب کم کانال و $\alpha = ۱$ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

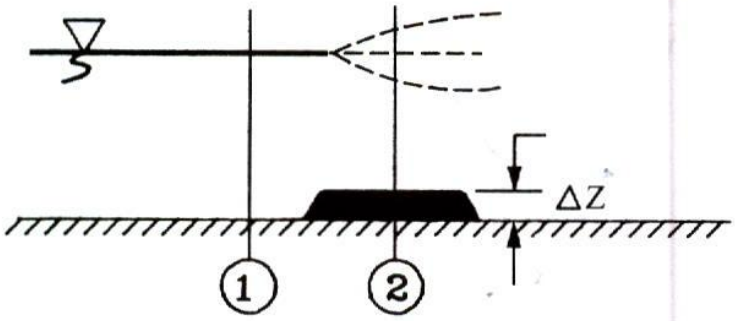
$$H_۱ = H_۲$$
$$y_۱ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = y_۲ + \frac{V_۲^۲}{۲g} + \Delta Z \qquad (۳-۲)$$

از طرفی با استفاده از رابطهٔ پیوستگی داریم:

$$V_۱ y_۱ b_۱ = V_۲ y_۲ b_۲$$
$$V_۱ y_۱ = V_۲ y_۲ = q \qquad (۴-۲)$$

۱- هموار بودن مسیر مانع ایجاد افت انرژی موضعی، و کوتاه بودن مسیر باعث کاهش افت انرژی طولی می‌گردد. در هر حال برآمدگی بایستی دارای یک طول حداقل به منظور شکل‌گیری جریان موازی و پرهیز از انحناء جریان باشد تا بتوان از معادلهٔ انرژی بصورت فوق استفاده نمود.

Prozhefa.com



شکل ۲-۲ برآمدگی در کف کانال

که در آن، q مقدار دبی عبوری در واحد عرض ($q = \frac{Q}{b}$) را نشان می‌دهد. از ترکیب دو معادلهٔ ۲-۳ و ۲-۴ رابطهٔ زیر حاصل می‌گردد:

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta Z \qquad (۲-۵)$$

همان‌گونه که مشخص است، با معلوم بودن y_1، q و ΔZ، سه جواب برای y_2 به‌دست خواهد آمد که یک جواب آن منفی و بدون اعتبار است، اما دو جواب مثبت دیگر می‌بایست از نظر فیزیکی تحلیل شوند. اضافه می‌نماید که در شرایطی ممکن است معادلهٔ ۲-۵ اصولاً جوابی در اختیار ما قرار ندهد.

به عنوان دومین کاربرد از معادلهٔ انرژی، می‌توان بررسی جریان در حالت تغییر عرض کانال را نام برد. چنانچه عرض یک کانال مستطیلی راکه دبی ثابت Q در آن جریان دارد بتدریج تنگ‌تر کرده و از b_1 به b_2 تقلیل دهیم (شکل ۲-۳). برای تعیین عمق جریان در محل تنگنای موضعی می‌توان از معادلهٔ انرژی به شکل زیر استفاده نمود:

$$H_1 = H_2$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \qquad (۲-۶)$$

از طرفی:

$$q_1 = V_1 y_1 = \frac{Q}{b_1}$$

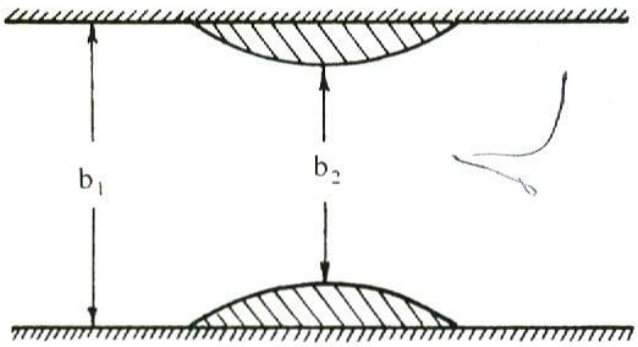
$$q_2 = V_2 y_2 = \frac{Q}{b_2}$$

و لذا:

$$y_1 + \frac{q_1^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q_2^2}{2gy_2^2} \qquad (۲-۷)$$

در این حالت نیز با معلوم بودن q_1، q_2 و y_1، تعیین مقدار y_2 موکول به حل یک معادلهٔ درجهٔ سوم خواهد

Prozhefa.com



شکل ۲-۳ پلان کانال مستطیلی با تنگ شدگی در عرض

شد و بحث در این‌که از نظر فیزیکی کدام جواب قابل قبول است و یا این‌که اصولاً معادلهٔ مذکور جوابی دارد یا خیر، احتیاج به تفسیر بیشتری دارد.

۲-۳ انرژی مخصوص (Specific Energy)

در تفسیر فیزیکی مسایلی نظیر موارد فوق و به‌طور کلی برای ساده‌تر نمودن موضوع، Bakhmateff در سال ۱۹۱۲ مفهوم انرژی مخصوص را بیان نمود که راهنما و کلید مناسبی برای حل بسیاری از پدیده‌های هیدرولیکی می‌باشد. طبق تعریف، انرژی مخصوص (E) عبارت است از انرژی در هر سطح مقطع در واحد وزن، زمانی که نسبت به کف کانال (به عنوان سطح مبنا) در نظر گرفته شود، یعنی :

$$E = d\cos\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} \qquad (۸-۲)$$

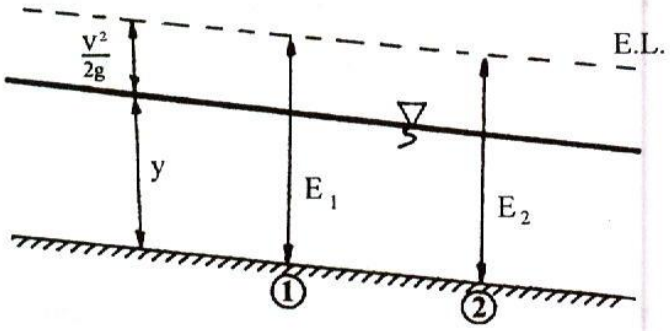
و یا

$$E = y\cos^2\theta + \frac{\alpha V^2}{2g} = y\cos^2\theta + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \qquad (۹-۲)$$

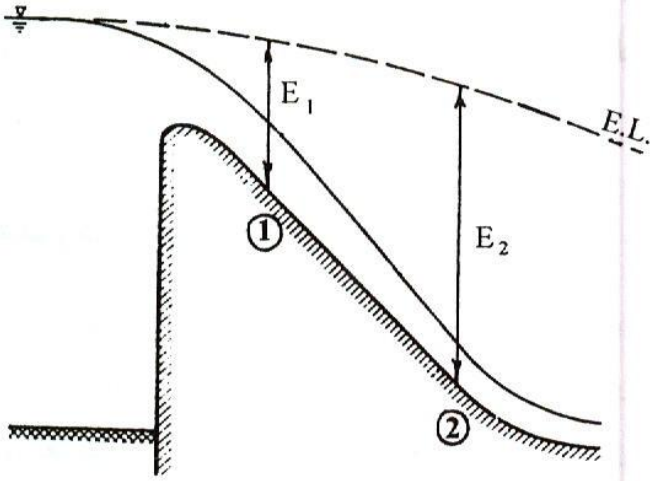
به عبارت دیگر، انرژی مخصوص بیانگر فاصلهٔ خط انرژی تا کف کانال می‌باشد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود و با توجه به شکل ۲-۴ این تعریف قراردادی با مفهوم انرژی کاملاً متفاوت می‌باشد.

به عنوان مثال در شکل ۲-۴ الف که جریان یکنواخت در یک کانال با شیب کم را نشان می‌دهد، خط تراز انرژی موازی کف کانال و سطح آزاد آب می‌باشد و لذا می‌توان گفت که در این نوع جریانها $E_1 = E_2$ می‌باشد در حالی که با توجه به وجود افت انرژی به‌صورت طبیعی در مسیر جریان $H_1 > H_2$ می‌باشد. همچنین در جریان متغیر شکل ۲-۴ ب نیز می‌توان نوشت $H_1 > H_2$ ولی مقدار انرژی مخصوص در این‌گونه جریانهای متغیر تدریجی می‌تواند در مسیر حرکت کم و یا زیاد گردد و چنانچه در شکل ۲-۴ ب دیده می‌شود، از آن‌جاکه انرژی مخصوص فاصلهٔ خط تراز انرژی تا کف کانال را نمایش می‌دهد، $E_2 > E_1$ می‌باشد. این‌که چگونه تعریف قراردادی انرژی مخصوص می‌تواند پاسخگوی دو سؤال مطرح

Prozhefa.com



الف) جریان یکنواخت در کانال با شیب کم



ب) جریان از روی سرریز

شکل ۲-۴ مقایسهٔ مفهوم انرژی و انرژی مخصوص

شده در قبل باشد، نیاز به بررسی بیشتر دارد که پس از معرفی منحنی انرژی مخصوص نسبت به عمق $(E - y)$ در بخش ۲-۳-۱ به این سؤالات پاسخ تشریحی لازم داده خواهد شد.

۲-۳-۱ انرژی مخصوص در کانالهای مستطیلی با شیب کم، معرفی عمق بحرانی و اعماق متناوب (Alternate Depths)

چنانچه جریانی با شدت ثابت Q در یک کانال مستطیلی به عرض ثابت b و شیب کم برقرار باشد، با توجه به تعریف انرژی مخصوص می‌توان نوشت:

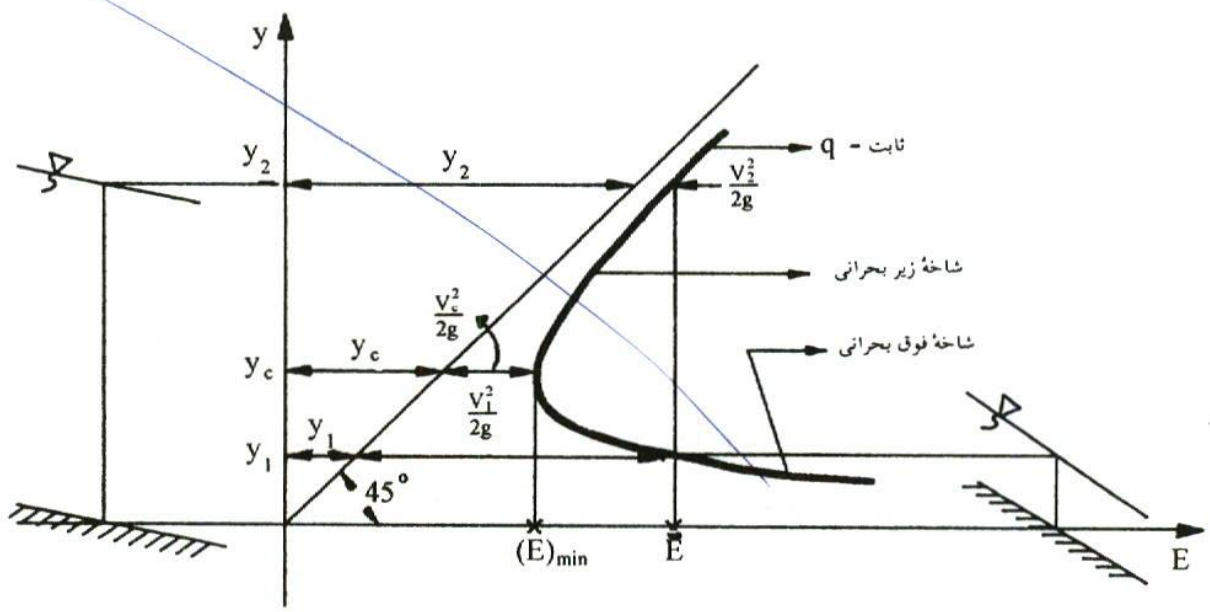
$$E = y + \frac{\alpha q^2}{2gy^2} \qquad (۲-۱۰)$$

و یا $(\alpha = 1)$:

$$(E - y)y^2 = \frac{q^2}{2g} = \text{ثابت} \qquad (۲-۱۱)$$

با استفاده از رابطهٔ فوق، می‌توان مقدار E را نسبت به y برای یک مقدار q ثابت و $y > 0$ رسم نمود

Prozhefa.com



شکل ۲-۵ منحنی انرژی مخصوص برحسب عمق جریان

(شکل ۲-۵). این معادله دارای دو مجانب $E = y$ (مجانب مایل با شیب ۴۵°) و $y = ۰$ (مجانب افقی) می‌باشد. از نظر فیزیکی می‌توان گفت که با افزایش y از ارتفاع معادل سرعت کاسته شده و با کاهش y، به ارتفاع معادل سرعت افزوده می‌شود یعنی:

اگر $y \to ۰ \Rightarrow \frac{V^۲}{۲g} \to \infty$

و اگر $y \to \infty \Rightarrow \frac{V^۲}{۲g} \to ۰$

دو نکتهٔ اساسی در برخورد با این منحنی وجود دارد، اول آنکه مینیمم مقدار E چیست و چه خصوصیاتی را منعکس می‌کند؟ در پاسخ به این سؤال به گونه زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{dE}{dy} = ۱ + \frac{q^۲}{۲g}\left(\frac{-۲}{y^۳}\right) = ۱ - \frac{۲q^۲}{۲gy^۳}$$

$$\frac{dE}{dy} = ۰ \Rightarrow ۱ - \frac{۲q^۲}{۲gy^۳} = ۰ \Rightarrow \frac{q^۲}{gy^۳} = ۱$$

$$y^۳ = \frac{q^۲}{g} \Rightarrow y = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳} \qquad (۱۲-۲)$$

رابطهٔ ۲-۱۲ نشان می‌دهد که در عمق $y = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳}$ مقدار انرژی مخصوص مینیمم خواهد شد. حال چنانچه در این رابطه به جای q مقدار مساویش Vy را قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$y = \left(\frac{V^۲y^۲}{g}\right)^{۱/۳} \Rightarrow \frac{V^۲}{gy} = ۱ \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{gy}} = Fr = ۱$$

Prozhefa.com

و لذا می‌توان نتیجه گرفت که مینیمم مقدار انرژی مخصوص به ازاء یک دبی در واحد عرض ثابت در عمقی معادل عمق بحرانی ($y_c = (\frac{q^2}{g})^{1/3}$) پیش می‌آید که در این عمق عدد فرود جریان برابر واحد می‌باشد. حداقل مقدار انرژی مخصوص را نیز می‌توان با قراردادن y_c در رابطهٔ ۲-۱۰ به‌دست آورد یعنی:

$$E_{min} = y_c + \frac{V_c^2}{2g} = y_c + \frac{V_c^2 y_c}{2gy_c} \Rightarrow E_{min} = \frac{3}{2} y_c$$

نکتهٔ دوم در استفاده از منحنی انرژی مخصوص - عمق، این است که به ازاء هر انرژی مخصوص ثابت ($\overline{E}$) امکان شکل‌گیری دو عمق جریان وجود دارد که یک عمق بزرگتر از عمق بحرانی ($y_2 > y_c$ و $Fr < 1$) و عمق دیگر کوچکتر از عمق بحرانی ($y_1 < y_c$ و $Fr > 1$) می‌باشد. این دو عمق بنابر تعریف اعماق متناوب نامیده می‌شوند. با این تعبیر، یک شاخهٔ منحنی $E-y$ وضعیت جریان فوق بحرانی و شاخهٔ دیگر منحنی وضعیت جریان زیر بحرانی به ازاء دبی عبوری در واحد عرض ثابت را نشان می‌دهد (شکل ۲-۵).

مثال ۲-۲

آب با دبی $20\ m^3/s$ در یک کانال مستطیلی به عرض $10\ m$ جاری است. منحنی $E-y$ را ترسیم کرده و در صورتی‌که عمق جریان در مقطعی برابر $0/6\ m$ باشد وضعیت جریان را در این مقطع مشخص نمایید. عمق متناوب این عمق را تعیین کنید.

حل:

با توجه به این‌که $Q = 20\ m^3/s$ و عرض کانال مستطیلی $b = 10/0\ m$ می‌باشد می‌توان نوشت:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{20}{10} = 2/0\ \frac{m^3}{s.m}$$

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{q^2}{2gy^2} = y + \frac{4}{2gy^2} = y + \frac{2}{gy^2}$$

$$E = y + \frac{2}{gy^2}$$

این معادله به سادگی قابل ترسیم است که بصورت شماتیک در شکل ۲-۶ ترسیم گردیده است.

نقطهٔ مهم، نقطهٔ مینیمم منحنی است که با استفاده از روابط زیر به‌دست می‌آید:

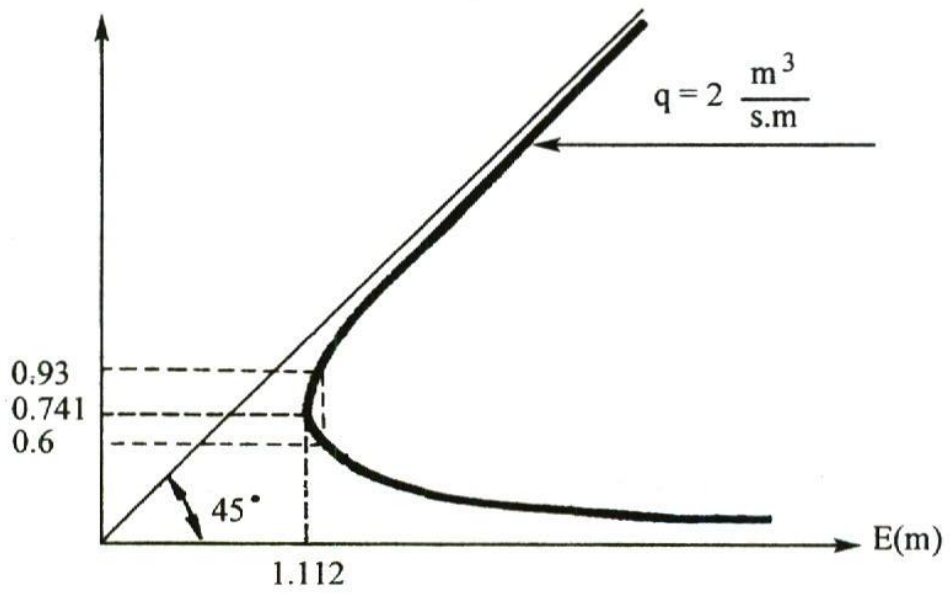
$$y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{4}{9/81}\right)^{1/3} = 0/741\ m$$

$$E_c = E_{min} = \frac{3}{2} y_c = \frac{3}{2} \times 0/741 = 1/112\ m$$

در محلی که عمق جریان معادل $0/6\ m$ باشد:

$$y_1 = 0/6\ m < y_c = 0/741\ m$$

Prozhefa.com



شکل ۲-۶

در نتیجه جریان فوق بحرانی بوده و مقدار انرژی مخصوص در این عمق برابر است با:

$$\overline{E} = ۰/۶ + \frac{۴}{۲ \times ۹/۸۱(۰/۶)^۲} = ۱/۱۶۶ \text{ m}$$

به منظور به‌دست آوردن عمق متناوب عمق $y_۱$ ، بایستی معادلهٔ زیر با استفاده از روش آزمون و خطا حل شود و جواب صحیح انتخاب گردد:

$$۱/۱۶۶ = y_۲ + \frac{۴}{۲gy_۲^۲} \xrightarrow{\text{آزمون و خطا}} y_۲ = ۰/۹۳ \text{ m}$$

بدیهی است که $y_۲$ بایستی بیش از عمق بحرانی انتخاب گردد. ترسیم دقیق منحنی $E - y$ می‌تواند در تعیین سریعتر جواب کمک نماید.

۲-۴ تحلیل جریان ناشی از یک برآمدگی موضعی در کانال مستطیلی

در قسمت ۲-۲، در معرفی معادلهٔ انرژی و کاربرد آن دو سؤال اساسی ذکر گردید. در این قسمت در پاسخ به سؤال اول تحلیل جریان ناشی از یک برآمدگی موضعی با استفاده از منحنی $E-y$ صورت می‌گیرد. برای این منظور، رابطهٔ ۲-۵ که معادلهٔ انرژی در ترکیب با معادلهٔ پیوستگی می‌باشد به صورت زیر نوشته می‌شود:

Prozhefa.com

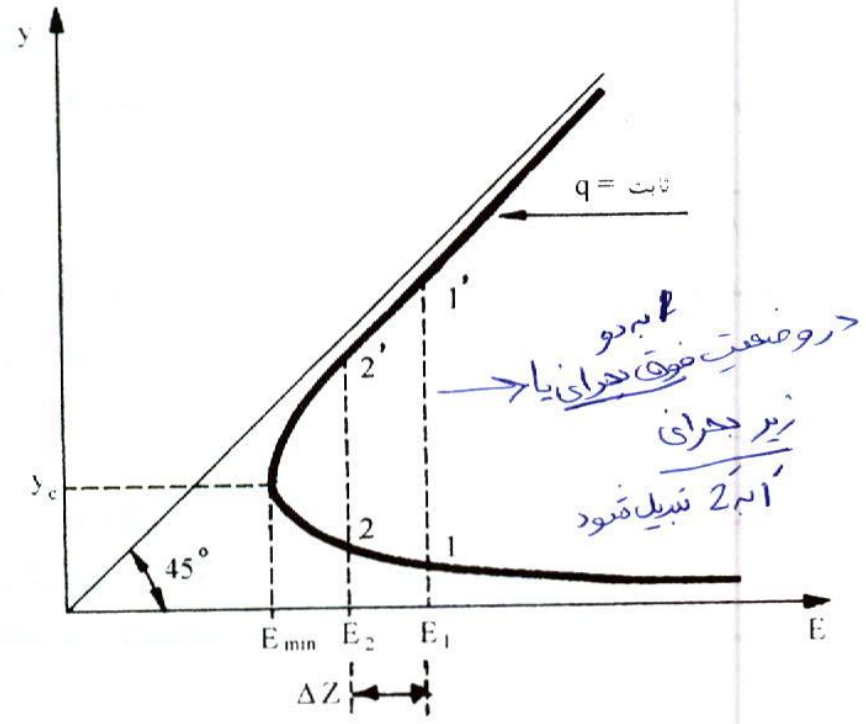
$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta Z \qquad (۵-۲)$$

یا:

$$E_1 = E_2 + \Delta Z \Rightarrow E_2 = E_1 - \Delta Z$$

یعنی ضمن حرکت از مقطع ۱ به مقطع ۲، انرژی مخصوص به مقدار ΔZ (ارتفاع ثابت برآمدگی در شکل ۲-۲) کاهش پیدا کرده است. این کاهش انرژی مخصوص در شکل ۲-۷ بر روی منحنی $E - y$ (به ازاء q ثابت) نشان داده شده است.

چنانچه در شکل ۲-۷ دیده می‌شود، عمق y_1 قبل از برآمدگی مشخص کننده آن است که جریان در این منطقه (با انرژی مخصوص E_1) در وضعیت فوق بحرانی (عمق ۱) و یا در وضعیت زیر بحرانی (عمق ۱′) می‌باشد و در نتیجه با کاهش E_1 به میزان ΔZ یکی از اعماق ۲ یا ۲′ جواب خواهد بود.



شکل ۲-۷ منحنی $E-y$

حال در تحلیل این جریان باید به نکات ذیل توجه نمود:

۱- در صورتی که وضعیت جریان قبل از برآمدگی زیر بحرانی باشد (عمق ۱′) این عمق به‌عمق ۲′ تبدیل گشته، کاهش عمق پیش خواهد آمد ($y_2 < y_1$) و با توجه به این که شیب منحنی در شاخهٔ

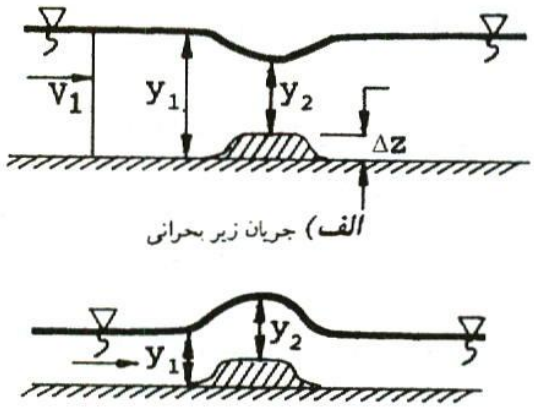
Prozhefa.com

زیر بحرانی بیش از ۴۵° می‌باشد از نظر هندسی می‌توان استدلال نمود که در این حالت $y_2 + \Delta Z$ نیز کوچکتر از y_1 بوده و چگونگی جریان مطابق شکل ۲-۸الف خواهد بود. اثبات این امر به گونهٔ دیگر نیز میسر است و آن این‌که چون q ثابت و $y_2 < y_1$ می‌باشد لذا سرعت در مقطع شمارهٔ ۲ افزایش یافته و ارتفاع معادل سرعت $(V_2^2/2g)$ نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه فاصلهٔ سطح آب در این مقطع تا خط انرژی از فاصلهٔ سطح آب در مقطع شماره ۱ تا خط انرژی بیشتر بوده و سطح آب مقداری پایین می‌افتد.

۲- اگر وضعیت جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی باشد عمق ۱ به عمق ۲ تبدیل شده و افزایش عمق رخ خواهد داد (شکل ۲-۸ب).

۳- جهش از یک شاخه منحنی به شاخهٔ دیگر منحنی $E-y$ امکان فیزیکی ندارد چون با فرض عدم تغییر q این امر مستلزم این است که تغییر در عمق یا به صورت دفعی صورت پذیرد که با فیزیک مسأله هماهنگ نمی‌باشد و یا این‌که این جهش به‌صورت تدریجی انجام شود که لازمهٔ این امر نیز کاهش انرژی مخصوص (عبور از عمق بحرانی) و افزایش مجدد انرژی مخصوص در انتخاب عمق متناوب دیگر است در حالی‌که ایجاد برآمدگی فقط شامل فرآیند کاهش انرژی مخصوص می‌باشد. توجه به این مطلب در انتخاب جواب صحیح اهمیت خاص دارد.

۴- در صورتی‌که ارتفاع برآمدگی (ΔZ) به گونه‌ای باشد که E_2 از E_{min} کمتر شود در این‌صورت هیچ نقطه از منحنی جواب مسأله نخواهد بود و در چنین حالتی جریان مجبور به تغییر شرایط خود قبل از محل برآمدگی می‌باشد و رفتار دو جریان فوق بحرانی و زیربحرانی در برابر چنین مانعی متفاوت خواهد بود (پاسخ این دو جریان در مقابل اعتشاش قابل انعکاس به بالادست متفاوت می‌باشد). شرح بیشتر این موضوع با استفاده از مثال عددی ۲-۳ صورت می‌گیرد.



الف) جریان زیر بحرانی

ب) جریان فوق بحرانی

شکل ۲-۸ تغییر سطح آب در بالای برآمدگی موجود در کف کانال