

جریان یکنواخت در کانالهای باز

مقدمه

در فصل حاضر جریان یکنواخت دائمی یا اختصاراً جریان یکنواخت در کانالهای باز تحلیل خواهد شد. بدین منظور ابتدا چگونگی شکل گیری و ویژگیهای جریان یکنواخت و نحوه تعیین سرعت متوسط در این جریان بررسی می شود. سپس روشهای محاسباتی در این گونه جریانها بر مبنای فرمول مانینگ، که کاربردی وسیع دارد، به همراه شناسایی پارامتر اصلی این فرمول یعنی ضریب زبری مانینگ ارائه خواهند شد.

مطالب تکمیلی دیگر همچون جریان در کانالهای بازبری غیریکنواخت، جریان در مقاطع مرکب، بهترین مقاطع هیدرولیکی و خصوصیات جریان در مقاطع دایروی مطالب بعدی این فصل می باشند.

۱-۴ شکل گیری جریان یکنواخت (Establishment of Uniform Flow)

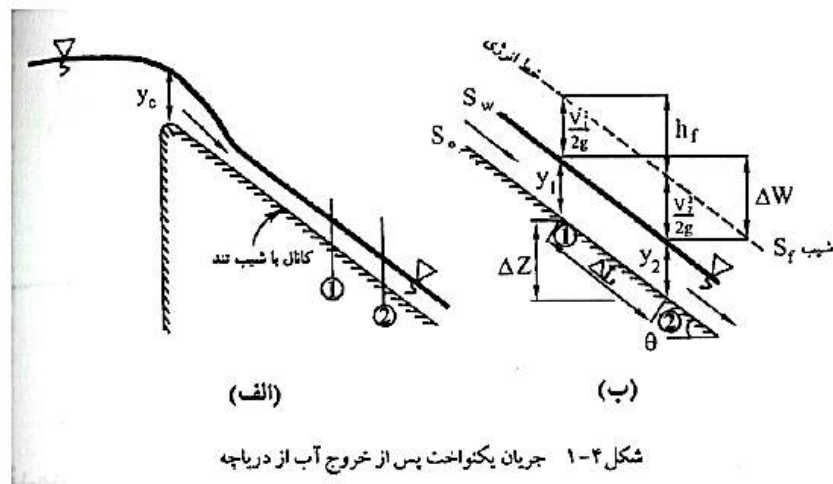
شکل ۱-۴ الف جریان دائمی آب از یک دریاچه به داخل یک کانال آبرگیری با شیب تند را نشان می دهد. گرچه در بدو ورود آب به داخل کانال ذرات آب دارای شتاب جابه جایی تند شونده هستند و سطح آب دارای انحنای تدریجی می باشد، ولی جریان پس از طی مسافتی در روی کانال شیبدار به سمت سرعت حد میل می نماید و در این تعادل دینامیکی ذرات آب دیگر شتابی نخواهند داشت.

اگر مطابق شکل ۱-۴ ب یک بازه از کانال بین دو مقطع ۱ و ۲ در نظر گرفته شود، خصوصیات این جریان به خوبی روشن شده و می توان آن ها را به شکل زیر طبقه بندی نمود:

الف- به ازاء دبی ثابت، عمق و سرعت در امتداد طولی جریان ثابت است:

$$y_1 = y_2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{dV}{dx} = 0$$



با توجه به ثابت بودن خصوصیات فوق در طول زمان، جریان مذکور یک جریان یکنواخت دائمی (Steady Uniform Flow) بوده که به دلیل آن که جریان یکنواخت غیردائمی (Unsteady Uniform Flow) عملاً وجود ندارد، به اختصار جریان یکنواخت نامیده می شود. جریان یکنواخت دائمی جریان نرمال نیز نام دارد و عمق جریان در این حالت به عمق نرمال (y_n) موسوم است.

در صورتی که شیب و سایر خصوصیات هیدرولیکی و هندسی کانال به نحوی باشند که به ازاء یک دبی ثابت، عمق نرمال کانال بیش از عمق بحرانی مربوطه باشد ($y_n > y_c$) جریان یکنواخت زیر بحرانی در کانال برقرار است. حال چنانچه $y_n < y_c$ ، جریان یکنواخت فوق بحرانی و در صورت $y_n = y_c$ جریان یکنواخت بحرانی در کانال جاری است. از نظر سادگی عمق نرمال در این بخش به y_0 نمایش داده می شود.

باید در نظر داشت که با توجه به ماهیت جریان یکنواخت، رسیدن به تعادل دینامیکی و سرعت حد و برقراری جریان یکنواخت مستلزم طولانی بودن و منشوری بودن کانال و عدم وجود مانع در مسیر جریان است و ضمناً برقراری جریان یکنواخت در کانالهای افقی با شیب صفر و یا کانالهای با شیب منفی امکان ندارد.

ب- در صورتی که فاصله دو مقطع ۱ و ۲ در امتداد جریان برابر L دلتا باشد می توان

نوشت:

شیب خط انرژی = شیب سطح آب = شیب کف کانال

$$S_o = S_w = S_f = S$$

$$\frac{\Delta Z}{\Delta L} = \frac{\Delta W}{\Delta L} = \frac{h_f}{\Delta L} = S = \sin\theta$$

همان گونه که در شکل ۲-۴ نشان داده شده است، در رابطه ۴-۱، دلتا Z تغییر ارتفاع کف کانال، W دلتا تغییر ارتفاع سطح آب و h_f تغییر در میزان انرژی (یا افت انرژی) بین دو مقطع ۱ و ۲ می باشند.

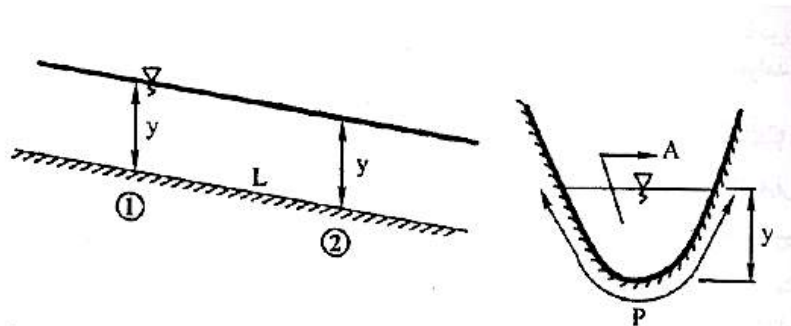
باید در نظر داشت که افت انرژی در فاصله L دلتا از مسیر پیش می آید و لذا فاصله افقی (ΔL_H) به جای ΔL در تعریف شیب خط انرژی و سایر شیب ها به کار برده نشده است و چنانکه بعداً نیز اشاره خواهد گردید در محاسبات جریان یکنواخت، عموماً $\sin\theta$ به عنوان شیب بستر کانال در محاسبات ظاهر می شود و چنانچه جریان یکنواخت در کانالهای با شیب کم ($\theta < 6^\circ$) برقرار باشد، منظور نمودن $\tan\theta$ یعنی نسبت تغییر فاصله قائم به طول افقی (چنانکه در تعریف شیب معمول است) در محاسبات تغییری ایجاد نخواهد کرد.

۲-۴ سرعت متوسط در جریانهای یکنواخت

جهت تعیین سرعت در جریانهای یکنواخت دو فرمول شزی و مانینگ کاربرد همگانی دارند که در ادامه به آنها اشاره می شود.

۲-۴-۱ فرمول شزی (Chezy Equation)

فرض می گردد مطابق شکل ۲-۴ جریان یکنواخت در یک کانال منشوری با مقطع دلخواه برقرار باشد.



شکل ۲-۴ جریان یکنواخت در یک کانال منشوری

با به کار بردن رابطه اندازه حرکت بین دو مقطع ۱ و ۲ از جریان و با فرض $\beta_1 = \beta_2 = 1$ می توان نوشت:

$$Fp_1 - Fp_2 - F_f + W \sin \theta = \rho Q (V_2 - V_1)$$

با توجه به ثابت بودن خصوصیات جریان بین دو مقطع ۱ و ۲، لذا $Fp_1 = Fp_2$ و $V_1 = V_2$ بوده و بنابراین:

$$W \sin \theta - F_f = 0 \Rightarrow W \sin \theta = F_f$$

رابطه ۲-۴ به مفهوم به سرعت حد رسیدن جریان و برقراری تعادل دینامیکی بین دو نیروی اصطکاک (F_f) و نیروی رانش یعنی مؤلفه وزن در جهت شیب ($W \sin \theta$) می باشد.

در شناسائی بیشتر این نیروها فرض می شود که نیروی F_f از حاصل ضرب یک تنش برشی متوسط در کف (τ_0) در مساحت اعمال شده در فاصله بین دو مقطع ۱ و ۲ (PL) به دست آید در نتیجه:

از طرفی:

$$F_f = \tau_0 PL$$

$$W \sin \theta = \gamma AL \sin \theta$$

و لذا رابطه ۴-۲ به شکل زیر تغییر می یابد:

$$\gamma AL \sin \theta = \tau_0 PL \Rightarrow \tau_0 = \gamma \frac{A}{P} \sin \theta$$

نظر به این که $\frac{A}{P}$ شعاع هیدرولیکی (R) مقطع جریان می باشد، تنش برشی متوسط در کف برابر خواهد شد با:

$$\tau_0 = \gamma R \sin \theta = \gamma RS$$

فرض می گردد که تنش برشی متوسط جداره که عکس تنش حاصل از نیروی رانش بر کف کانال می باشد متناسب با مجذور سرعت متوسط جریان (V) بوده یعنی:

$$\tau_0 = K \rho V^2$$

با مساوی قرار دادن دو رابطه ۴-۴ و ۵-۴ می توان سرعت متوسط جریان را محاسبه نمود:

$$K\rho V^3 = \gamma RS \Rightarrow V = \left(\sqrt{\frac{g}{K}} \right) \sqrt{RS}$$

اگر در رابطه ۶-۴ مقدار $\sqrt{\frac{g}{K}}$ با نماد C نمایش داده شود، مقدار سرعت به شکل ساده زیر به دست خواهد آمد:

$$V = C\sqrt{RS}$$

رابطه ۷-۴ که اولین بار در سال ۱۷۶۹ توسط Chezy و جهت انتقال آب به پاریس به کار برده شد، به فرمول شزی موسوم است. در این فرمول C ضریب شزی نامیده شده که دارای بعد $\frac{L^{1/2}}{T}$ می باشد و در سیستم بین المللی آحاد (SI) از واحد $m^{1/2}/s$ برخوردار است.

ضریب شزی که بیانگر رفتار هیدرودینامیکی بستر جریان می باشد، ولی یک راه مؤثر در شناسایی کیفی آن (و یا ضریب K) استفاده از روش آنالیز ابعادی و قضیه پارامترهای بدون بعد با کینگهام است که در مثال ۱-۴ تشریح می گردد.

۵-۲-۴ تعیین سرعت متوسط در کانالها با استفاده از معادله مانینگ

در سال ۱۸۸۹ یک مهندس ایرلندی به نام مانینگ (Manning) نشان داد که ضریب شزی با $R^{1/6}$ رابطه مستقیم دارد ($C \propto R^{1/6}$). بعدها نشان داده شد که ضریب این تناسب $\frac{1}{n}$ می باشد یعنی:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

که n همان ضریب زبری بستر کانال است که در فرمول کاتر به کار برده شده است

و به صورت معمول ضریب زبری مانینگ نامیده می شود.

در صورتی که رابطه ۴-۱۵ در فرمول شزی قرار داده شود، رابطه زیر که به معادله

مانینگ موسوم است و کاربرد بسیار وسیع در طراحی هیدرولیکی کانالهای باز دارد

به دست می آید:

$$V = \frac{1}{n} S^{1/3} R^{2/3}$$

$$Q = \frac{1}{n} S^{1/3} R^{2/3} A$$

یا:

نکته ای که در استفاده از فرمول مانینگ می بایست مورد دقت قرار گیرد این است که

رابطه ۴-۱۵ یک رابطه تجربی در تعیین C بوده و از طرفی معادله ۴-۱۶ در سیستم

متریک نوشته شده است و لذا چنانچه فرض شود که این فرمول از نظر ابعادی

یکنواخت است، ضریب $\frac{1}{n}$ دارای بعد $\frac{L^{1/3}}{T}$ خواهد بود. همان گونه که بعداً خواهد آمد

تعیین n عمدتاً از طریق جداول کمکی صورت می گیرد که مقداری است مشخص و لذا

چنانچه خواسته شود از معادله مانینگ در سیستم واحدهای مختلف استفاده گردد بایستی

متناوباً مقدار n یا $\frac{1}{n}$ تغییر داده شود. برای جلوگیری از این تغییر مقدار، می توان

ضریب $\frac{1}{n}$ را به $\frac{1/486}{n}$ تبدیل نمود و رابطه ۴-۱۶ را در سیستم انگلیسی به شکل

زیر به کار برد:

$$V = \frac{1.486}{n} S^{1/2} R^{2/3}$$

با توجه به این که هر متر برابر ۲/۲۸۰۸ فوت می باشد، ضریب ۱/۴۸۶ از ریشه سوم ۲/۲۸۰۸ حاصل شده است.

۴-۳ محاسبات جریان یکنواخت

گرچه برقراری جریان یکنواخت در کانالها یک فرض ایده آل است، ولی در عمل طراحی کانالها بر اساس روابط جریان یکنواخت صورت می گیرد.

منظور از محاسبات جریان یکنواخت، شناخت معلومات در یک مسأله هیدرولیکی و پیدا کردن پارامترهای مجهول بر اساس روابط جریان یکنواخت می باشد. قبل از بیان انواع مسائلی که ممکن است در مطالعات هیدرولیکی پیش آید، دو پارامتر قراردادی که در توضیحات آینده لازم می آیند معرفی می گردند:

۱- ضریب انتقال: رابطه شزی و یا مانینگ در ترکیب با رابطه پیوستگی به صورت زیر نوشته می شوند:

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} \sqrt{S}$$

$$Q = CA \sqrt{R} \sqrt{S}$$

در روابط ۴-۲۱ و ۴-۲۲ بر حسب این که از کدام رابطه استفاده شود ضریب

$CA\sqrt{R}$ یا $\frac{1}{n}AR^{2/3}$ ضریب انتقال نامیده می شود.

۲- فاکتور سطح در محاسبه جریان یکنواخت: در صورتی که در محاسبات جریان یکنواخت از فرمول مانینگ استفاده شود، عبارت $AR^{2/3}$ به فاکتور سطح در محاسبه جریان یکنواخت موسوم است. دلیل استفاده از این فاکتور در محاسبات جریان یکنواخت روشن می شود.

به طور کلی انواع مسائلی که در مطالعات هیدرولیکی جریان یکنواخت پیش می آیند می توانند به ۵ گروه زیر طبقه بندی گردند:

۱- در نوع اول S ، n ، y_0 و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و سرعت (V) و یا دبی جریان (Q) مجهول هستند.

۲- در مسایل نوع دوم Q ، y_0 ، n و مشخصات هندسی مقطع جریان معلوم ولی شیب کانال (S) مجهول می باشد.

۳- در این حالت Q ، y_0 ، S و مشخصات هندسی مقطع جریان معین و ضریب زبری مانینگ (n) مجهول می باشد.

۴- در نوع چهارم Q ، n ، S و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص، عمق نرمال (y_0) مجهول می باشد.

۵- و نهایتاً Q ، n ، S ، y_0 و هندسه عمومی کانال معلوم ولی مشخصات هندسی مقطع جریان باید محاسبه گردند.

بررسی کلی بر روی رابطه مانینگ و پارامترهای آن نشان می دهد که در مسایل نوع ۱ و ۲ و ۳ که عمق نرمال و مشخصات هندسی مقطع مشخص می باشند، مجهولات به صورت صریح محاسبه می گردند در حالی که در مسایل نوع ۴ و ۵ که در طراحی های هیدرولیکی و تعیین ابعاد هندسی مقاطع پیش می آیند تعیین مجهولات به شکل صریح نخواهد بود. در این نوع مسایل لازم است تا از روش آزمون و خطا یا سایر روشهای عددی در محل معادلات غیرخطی استفاده گردد. بدیهی است نمودارها یا جداول کمکی می توانند در یافتن سهل تر جواب کمک نمایند. قبل از بیان چگونگی استفاده از این نمودارها یا جداول، مسایل نوع ۴ و ۵ در قالب مثالهای ۴-۳ و ۴-۴ تشریح می شوند.

مثال ۴-۳

یک کانال دوزنقه ای با عرض کف ۵/۰ متر و شیب کناره های (H) ۱/۵: (V) ۱ دارای شیب طولی ۰/۰۰۰۳۵ می باشد. عمق نرمال را برای دبی $20 \text{ m}^3/\text{s}$ محاسبه نمایید ($n=0.015$).

حل:

مشخصات هندسی مقطع جریان به صورت زیر تعیین شده، در فرمول مانینگ قرار می گیرند:

$$A = (b + zy_0)y_0 = (5 + 1.49y_0)y_0$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2}y_0 = 5 + 3.606y_0$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{(5 + 1.49y_0)y_0}{5 + 3.606y_0}$$

$$20 = \frac{1}{0.015} (0.00035)^{1/2} \left[\frac{(5 + 1.49y_0)y_0}{(5 + 3.606y_0)} \right]^{2/3} (5 + 1.49y_0)y_0$$

رابطه ۲۳-۴ نشان می دهد که تابع $A^{2/3}$ تابع پیچیده ای از y_0 است، لذا در پیدا کردن

y_0 از آزمون و خطا استفاده می گردد، با این تکنیک مقدار y_0 برابر $1/82m$ به دست

می آید.

مثال ۴-۴

یک کانال بتنی ($n=0/015$) با مقطع دوزنقه دارای شیب کناره های ۱:۱ می باشد. اگر

شیب طولی کانال $0/0004$ باشد، عرض کف را به گونه ای محاسبه نمایید که کانال

بتواند دبی $100 m^3/s$ را در عمق نرمال $2/5m$ انتقال دهد.

حل:

نخست مشخصات مقطع دوزنقه ای را بر حسب عرض کف به دست می آوریم:

$$A = (b + zy_0)y_0 = (b + 2.5)y_0$$

$$P = (b + 2\sqrt{1+z^2}y_0) = b + 7.071y_0$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{(b + 2.5)y_0}{b + 7.071y_0}$$

$$100 = \frac{1}{0.015} (0.0004)^{1/2} \left[\frac{(b + 2.5)y_0}{b + 7.071y_0} \right]^{2/3} (b + 2.5)y_0 \quad (4-24)$$

جواب معادله ۲۴-۴ با استفاده از آزمون و خطا برابر $16/33m$ می باشد.

مثال ۴-۷

در یک کانال دوزنقه ای به عرض کف $6/0$ متر، شیب کناره های $1(V):2(H)$ و ضریب مانینگ $0/025$ مطلوب است:

الف- تعیین شیب نرمال (S_n) اگر عمق نرمال $1.5m$ و دبی $10m^3/s$ در نظر گرفته شود.

ب- تعیین شیب بحرانی (S_c) و عمق نرمال (y_0) در صورتی که دبی $10m^3/s$ باشد.

ج- تعیین شیب بحرانی نرمال (S_{cm}) و مقدار دبی (Q) در صورتی که عمق نرمال $1/5m$ در نظر گرفته شود.

جهت شناسائی شکل نیمرخهای سطح آب، طبقه بندی و تشخیص انواع شیب کانالها اهمیت زیادی دارد. این طبقه بندی که در فصل پنجم مورد بحث قرار خواهد گرفت عبارت است از مقایسه دو عمق نرمال و بحرانی و یا به عبارت دیگر مقایسه شیب کانال نسبت به شیب بحرانی (S_c) که مثال حاضر چند تعریف پایه از شیب کانالها را نشان می دهد.

حل:

الف: در این قسمت شیب کانال به گونه ای تعیین می شود که به ازاء دبی $10m^3/s$ جرین نرمال به عمق $1/5m$ در کانال برقرار شود. با محاسبه مشخصات هندسی مقطع و قرار دادن آن در رابطه مانینگ مقدار شیب نرمال به دست می آید.

$$y_* = 1.5 \text{ m} \Rightarrow A = (b + zy_*)y_* = (6 + 2 \times 1.5)1.5 = 13.5 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2}y_* = 6 + 2 \times 1.5\sqrt{1+4} = 12.71 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} = 1.062 \text{ m}$$

$$Q = \frac{1}{n} S^{1/2} R^{2/3} A$$

$$10 = \frac{1}{0.025} S_n^{1/2} (1.062)^{2/3} \times 13.5 \Rightarrow S_n = 0.000315$$

ب: به ازاء شیب بحرانی (S_c) جریان یکنواخت شکل گرفته در کانال همواره در

وضعیت بحرانی بوده و عمق نرمال در این حالت با عمق بحرانی مساوی خواهد بود.

ابتدا به ازاء دبی $10 \text{ m}^3/\text{s}$ عمق بحرانی محاسبه می شود و سپس با قرار دادن این

عمق در فرمول مانینگ شیب بحرانی به دست می آید.

جهت محاسبه عمق بحرانی از نمودار ۱-۲ استفاده می گردد.

$$\frac{Z_c}{b^{2/5}} = \frac{Q}{\sqrt{g} b^{3/5}} = \frac{10}{\sqrt{9.816} b^{3/5}} = 0.36$$

$$\frac{Z_c}{b^{2/5}} = 0.36 \xrightarrow[\text{نمودار ۱-۲}]{z=2} \frac{y_c}{b} = 0.1 \Rightarrow y_c = 0.6 \text{ m}$$

برای پیدا کردن (S_c) به شکل زیر عمل می گردد:

$$y_* = y_c = 0.6 \text{ m}$$

$$A = (6 + 2 \times 0.6)0.6 = 4.32 \text{ m}^2$$

$$P = 6 + 2\sqrt{1+4} \times 0.6 = 8.6 \text{ m}$$

$$R = \frac{4.32}{8.6} = 0.497 \text{ m}$$

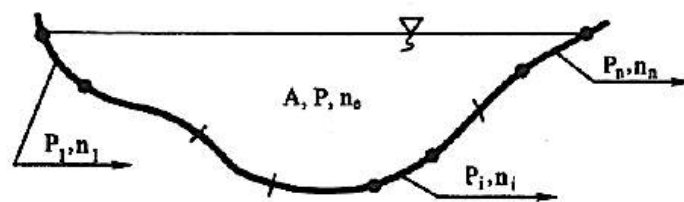
$$Q = \frac{1}{n} S_c^{1/2} R^{2/3} A$$

$$10 = \frac{1}{0.025} S_c^{1/2} (0.497)^{2/3} \times 4.32 \Rightarrow S_c = 0.000846$$

با توجه به این که شیب قسمت اول مسأله (S_n) کمتر از شیب بحرانی (S_c) است مشخص می شود که به ازاء دبی $10\text{m}^3/\text{s}$ جریان نرمال شکل گرفته در حالت الف جریان یکنواخت زیر بحرانی ($y_0 > y_c$) می باشد. چنین شیبی اصطلاحاً شیب ملایم نامیده می شود.

۴-۴ زبری معادل (Equivalent Roughness)

در قسمت ۴-۲-۶ اشاره گردید که جنس بستر کانال نقش اساسی در تخمین مقدار ضریب زبری مانینگ در کانال دارد. در عمل می توان کانالهایی داشت که ضریب زبری مانینگ و به عبارتی جنس بدنه کانال در قسمتهای مختلف متفاوت باشد (شکل ۴-۶). چنین کانالی می تواند یک فلوم آزمایشگاهی با جوانب شیشه ای (جهت مشاهده جریان) و کف فلزی و یا چوبی باشد و یا می توان کانالهای مصنوعی را به نحوی طراحی نمود که دارای کف خاکی بوده ولی جوانب آنها برای جلوگیری از تراوش آب و یا ریزش بدنه از پوشش سخت تشکیل شود. مقاطع مرکب کانالهای طبیعی و رودخانه ها مثالی مشخص تر از کانالهای با زبری متفاوت می باشند.



شکل ۴-۶ مقطع یک کانال با زبری متغیر

در این گونه مقاطع می توان از فرمول مانینگ در تحلیل جریان استفاده نمود ولی این امر مستلزم آن است که برای بستر کانال یک زبری معادل معرفی گردد به گونه ای که چنانچه این زبری معادل در فرمول مانینگ قرار داده شود دبی واقعی را به دست دهد.

روشهای مختلفی در تخمین زبری معادل مانینگ ارائه شده است که در این جا به سه روش متداولتر آن اشاره می شود:

۱- رابطه هورتن - اینستین (Horton - Einstein): این دو فرض نمودند که هر جزء مساحت (A_i) از مقطع تحت تأثیر پیرامون مرطوب (P_i) و ضریب زبری مانینگ (n_i) می باشد و همچنین سرعت متوسط در هر یک از این جزء مساحتها مساوی و برابر سرعت متوسط کل جریان بر مبنای زبری معادل می باشد.

با توجه به این فرضیات می توان نوشت:

$$A_1 + A_2 + \dots + A_i + \dots + A_n = A$$

$$V_1 = V_2 = \dots = V_i = \dots = V_n = V$$

با فرض شیب ثابت S_0 برای تمام قسمت‌ها و با استفاده از فرمول مانینگ می توان

نوشت:

$$S_0^{1/\alpha} = \frac{V_1 n_1}{R_1^{2/\alpha}} = \frac{V_2 n_2}{R_2^{2/\alpha}} = \dots = \frac{V n_e}{R^{2/\alpha}}$$

در رابطه ۴-۲۳ n_e زبری معادل مقطع، R_1 و R_2 و ... شعاع هیدرولیکی در هر یک از

مساحت‌های جزئی و R شعاع هیدرولیکی کل مقطع یعنی حاصل تقسیم مساحت مقطع

بر پیرامون مرطوب کل می باشد. رابطه ۴-۲۳ را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{V_i n_i}{R_i^{2/\alpha}} = \frac{V n_e}{R^{2/\alpha}} \Rightarrow \left(\frac{A_i}{A}\right)^{2/\alpha} = \frac{n_i P_i^{2/\alpha}}{n_e P^{2/\alpha}}$$

و یا

$$A_i = A \frac{n_i^{2/\alpha} P_i}{n_e^{2/\alpha} P}$$

و یا

$$\Sigma A_i = A = A \frac{\Sigma n_i^{2/\alpha} P_i}{n_e^{2/\alpha} P}$$

$$n_e = \frac{(\Sigma n_i^{2/\alpha} P_i)^{1/\alpha}}{P^{1/\alpha}}$$

رابطه ۴-۳۵ به رابطه هورتن - اینستین و یا رابطه هورتن (Horton) در تعیین زبری

معادل موسوم است. در این رابطه با معلوم بودن P_i و n_i و پیرامون مرطوب کل می

توان زبری معادل را به دست آورد.

۲- رابطه پاولوفسکی: پاولوفسکی و دیگران فرض نمودند که نیروی رانش کل در یک

بازه از کانال بر مبنای سرعت متوسط و پیرامون مرطوب کل معادل با جمع نیروی

رانش در هر یک از مساحت‌های تفکیک شده باشد و نیز این که سرعت متوسط و

شعاع هیدرولیکی در هر یک از این جزء مساحتها مساوی و برابر سرعت متوسط

شعاع هیدرولیکی کل جریان می باشد. در نتیجه فرمول زیر را به دست آوردند:

$$n_e = \frac{(\sum n_i^3 P_i)^{1/3}}{P^{1/3}}$$

اثبات رابطه ۴-۳۶ به عنوان تمرین به عهده مطالعه کنندگان گذاشته شده است.

۳- رابطه لوتر (Lotter): لوتر با فرض این که دبی جریان در کل مقطع معادل با جمع

دبی جریان در یک از مساحت های جزء می باشد، رابطه خود را در تعیین زبری

معادل به شکل زیر ارائه نمود:

$$n_e = \frac{PR^{\delta\pi}}{\sum (P_i R_i^{\delta\pi} / n_i)}$$

که می توان آن را به سهولت استخراج کرد.

$$Q = \sum Q_i \Rightarrow \frac{1}{n_e} S^{1/2} R^{2/3} A = \left(\frac{1}{n_1} R_1^{2/3} A_1 + \frac{1}{n_2} R_2^{2/3} A_2 + \dots \right) S^{1/2}$$

با توجه به این که $R = \frac{A}{P}$ می باشد. رابطه ۴-۳۸ تبدیل به رابطه ۴-۳۹ می گردد:

$$\frac{1}{n_e} S^{1/2} P R^{5/3} = \left(\frac{1}{n_1} R_1^{2/3} + \frac{1}{n_2} P_2 R_2^{5/3} + \dots \right) S^{1/2}$$

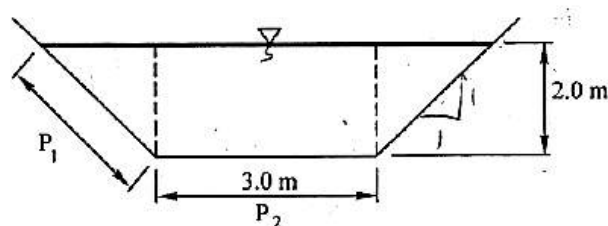
که همان رابطه ۴-۳۷ می باشد.

بحث در کاربرد میزان دقت در هر یک از روابط فوق در ضمن دو مثال ۴-۸ ۴-۹

خواهد آمد.

مثال:

یک کانال دوزنقه ای با شیب کناره های ۱:۱ دارای کفی از جنس ماسه ($n = 0/02$) و جوانبی از جنس بتن ($n = 0/014$) می باشد. دبی جریان را در صورتی که عمق ۲/۰m و شیب طولی کانال ۰/۰۰۱ باشد به دست آورید.



شکل ۷-۴

حل: با توجه به شکل ۷-۴ مشخصات هندسی مقطع جریان برابر خواهند بود با:

$$P_1 = P_r = \sqrt{4 + 4} = 2.828 \text{ m}$$

$$P_r = 3.0 \text{ m}$$

$$P = P_1 + P_r + P_r = 2 \times 2.828 + 3 = 8.656 \text{ m}$$

$$A_1 = A_r = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ m}^2$$

$$A_r = 3 \times 3.0 = 9.0 \text{ m}^2$$

$$A = A_1 + A_r + A_r = 2 + 2 + 9 = 13 \text{ m}^2$$

$$R_1 = R_r = \frac{A_1}{P_1} = \frac{2}{2.828} = 0.707 \text{ m}$$

$$R_r = \frac{A_r}{P_r} = \frac{9}{3} = 3.0 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{13}{8.656} = 1.501 \text{ m}$$

رابطه هورتن - اینستین:

$$n_e = \left[\frac{2(2.828)(0.014)^{1/5} + 3 \times (0.02)^{1/5}}{8.656} \right]^{2/3} = 0.0162$$

رابطه پاولوفسکی:

$$n_e = \left[\frac{2(2.828)0.014^2 + 3 \times 0.02^2}{8.656} \right]^{1/2} = 0.0163$$

رابطه لوتر:

$$n_e = \frac{8.656(1.155)^{5/3}}{2 \times 2.828(0.014)^{5/3} / 0.014 + 3 \times 2.828 / (0.02)} = 0.0157$$

دبی جریان براساس هر یک از روابط فوق به صورت زیر به دست می آید:

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} AS^{1/2}$$

$$Q = 21/4 \text{ m}^3/\text{s}$$

رابطه هورتن - اینستین

$$Q = 21/36 \text{ m}^3/\text{s}$$

رابطه پاولوفسکی

$$Q = 22/17 \text{ m}^3/\text{s}$$

رابطه لوتر

همان گونه که در مثال ۴-۸ ملاحظه می شود روابط هورتن و پاولوفسکی در ضمن

سادگی، جواب نسبتاً نزدیکی را به دست می دهند در حالی که رابطه لوتر اگر چه

جواب دوری را نسبت به نتایج قبلی نمی دهد اما نیاز به تفکیک مساحت‌های جزء و

محاسبه مساحت مقطع و شعاع هیدرولیکی در هر قسمت دارد که این عمل را در

مورد کلیه مقاطع نمی توان با دقت لازم انجام داد.

اضافه می نماید که تخمین دبی جریان با استفاده از روابط جریان یکنواخت و مفهوم

زبری معادل، یک روش دقیق در تحلیل رفتار جریان در این نوع کانالها نمی باشد و

از طرفی مسلم است که زبری معادل به میزان زیادی از شکل هندسی مقطع و

چگونگی توزیع زبری ها در مقطع تأثیر می پذیرد ولی در این که کدامیک از روشهای

ارائه شده در تخمین زبری معادل، دقیق تر می باشد نظر قاطعی وجود ندارد.

زبری معادل در مقطع مرکب:

مفهوم زبری معادل می تواند در تخمین دبی جریان در مقاطع مرکب (Compound

Sections) نیز مورد استفاده واقع شود. چنانکه در بخش ۱-۸-۲ ذکر گردید، مقاطع

رودخانه ها در هنگام سیلاب و جاری شدن آب به دشتهای سیلابی مثال مشخصی از

مقاطع مرکب می باشند که در آنها آب علاوه بر مسیر اصلی، در دشتهای سیلابی نیز

با عمق کم جاری می شود و معمولاً ضریب زبری مانینگ بسترهای سیلابی بیش از

کانال اصلی می باشد. یک راه حل پیشنهادی در تخمین دبی جریان در این گونه

کانالها و در هنگامی که عمق جریان کم می باشد عبارت است از تقسیم مقطع به

اجزاء کوچکتر و مقاطع منفرد و تعیین دبی هر یک از این مقاطع و محاسبه مجموع

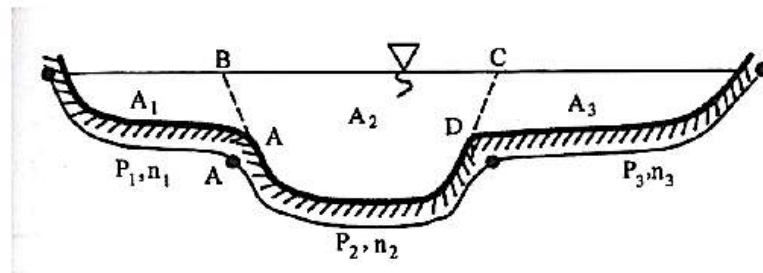
آنها به عنوان دبی کل. مثلاً چنانچه مقطع مرکبی مطابق شکل ۴-۸ وجود داشته باشد،

می توان آن را به سه مقطع A_1 ، A_2 ، A_3 تقسیم نموده و دبی کل را از جمع دبی

جریان در هر یک از مساحتهای تفکیک شده تعیین نمود، یعنی:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{1}{n_1} A_1 R_1^{2/3} S^{1/2} + \frac{1}{n_2} A_2 R_2^{2/3} S^{1/2} + \frac{1}{n_3} A_3 R_3^{2/3} S^{1/2}$$

$$Q = (K_1 + K_2 + K_3) \sqrt{S}$$

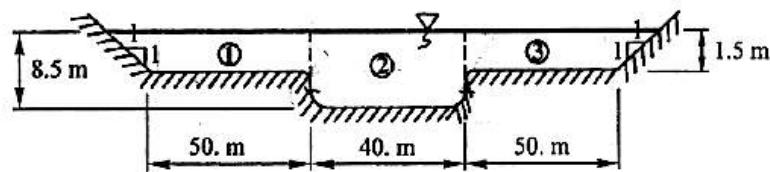


در رابطه ۳۷-۴، K_1 ، K_2 و K_3 ضریب انتقال در هر یک از مقاطع ۱، ۲ و ۳ می باشند. بعضی از محققین پیشنهاد می کنند که در صورتی که در محاسبه شعاع هیدرولیکی مقطع ۲، طولهای AB و CD نیز به طول P_2 اضافه شود، جواب دقیق تری به دست خواهد آمد.

چنانچه خواسته شود به جای استفاده از روش فوق، مقطع مرکب را به صورت یک مقطع واحد با زبری معادل حل نمود، ملاحظه می شود که از روابط زبری معادل، رابطه لوتر با رابطه ۴-۴۰ هماهنگی بیشتری دارد چرا که فرضیاتی که هر دو رابطه بر پایه آن بنا شده اند یکسان می باشند. مثال ۴-۹ محاسبه دبی را در یک مقطع مرکب نشان می دهد.

مثال:

شکل ۴-۹ مقطع یک رودخانه را در زمان سیلاب نشان می دهد. با فرض این که ضریب زبری مانینگ در کانال اصلی ۰/۰۳ و در دشتهای سیلابی ۰/۰۴ باشد، دبی رودخانه را تخمین بزنید. شیب طولی رودخانه معادل ۰/۰۰۵ فرض می گردد.



شکل ۹-۲

حل:

به منظور استفاده از رابطه ۴-۴۰، نخست مشخصات جریان در هر یک از مقاطع

محاسبه می شود:

$$A_1 = A_3 = 76/125 \text{ m}^2$$

$$P_1 = P_3 = 52.12 \text{ m}$$

$$R_1 = R_3 = 1.46 \text{ m}$$

$$K_1 = K_3 = \frac{1}{n_1} A_1 R_1^{2/3} = \frac{1}{0.04} \times (76/125)(1.46)^{2/3} = 2449.26 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A_2 = 40 \times 1.5 = 340 \text{ m}^2$$

قسمتهای خط چین در محاسبه پیرامون مرطوب منظور

$$P_2 = 54 + 3 = 57 \text{ m}$$

می شود.

$$R_2 = \frac{340}{57} = 5.965 \text{ m}$$

$$K_2 = \frac{1}{0.03} (340)(5.965)^{2/3} = 37275.76 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = (K_1 + K_2 + K_3) \sqrt{S} = (2 \times 2449.26 + 37275.76) \sqrt{0.005}$$

$$Q = 2982.17 \text{ m}^3/\text{s}$$

اگر در حل این مثال از مفهوم زبری معادل استفاده شود، مشخصات زیر در تعیین

زبری معادل و محاسبه دبی لازم می آیند:

$$P_1 = P_2 = 52,12 \text{ m}$$

$$R_1 = R_2 = 1,46 \text{ m}$$

$$A_1 = 340 \text{ m}^2, \quad P_1 = 54,0 \text{ m}, \quad R_1 = 6,3 \text{ m}$$

$$A = 492,25 \text{ m}^2, \quad P = 158,24 \text{ m}, \quad R = 3,111 \text{ m}$$

با استفاده از روابط مختلف در تعیین زبری معادل، مقدار زبری معادل کانال و دبی

مربوطه حساب می شود:

$$n_e = 0,0367 \Rightarrow Q = 2021 \text{ m}^3/\text{s}$$

فرمول هورتن - اینستین

$$n_e = 0,0369 \Rightarrow Q = 2010 \text{ m}^3/\text{s}$$

فرمول پاولوفسکی

$$n_e = 0,0241 \Rightarrow Q = 3077 \text{ m}^3/\text{s}$$

فرمول لوتر

چنانکه دیده می شود این تصور که در مقاطع مرکب، هر سه رابطه در تعیین زبری

معادل، مقادیر نسبتاً یکسانی می دهند فرض باطلی است.

با توجه به این که به محض جاری شدن جریان به دشتهای سیلابی با عمق کم،

پیرامون مرطوب جریان سریعاً زیاد می شود ولی تغییر در مساحت ناچیز می باشد،

لذا استفاده از روابط هورتن - اینستین و یا پاولوفسکی با توجه به فرضیات آنها به

مفهوم دخالت دادن پیرامون مرطوب کل در سرعت متوسط جریان، نمی توانند

صحیح باشند ولی فرض های انجام شده توسط لوتر و یا رابطه ۴-۴۰ در تجزیه

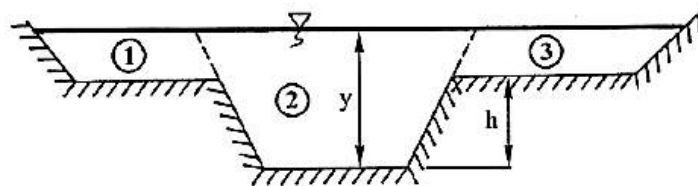
مقطع و نسبت دادن یک پیرامون مرطوب به هر یک از مقاطع، محاسبه دبی در هر یک

از آنها و جمع دبی ها در به دست آوردن دبی کل قابل قبول تر می باشد.

باید در نظر داشت در صورتی که در استفاده از رابطه ۴-۴۰ طول های AB و CD در محاسبه پیرامون مقطع ۲ در نظر گرفته نشود، جواب رابطه ۴-۴۰ با جواب حاصل از رابطه لوتر در تعیین زبری معادل و تعیین دبی مساوی خواهند بود.

جالب این جاست که در صورتی که عمق آب در دشتهای سیلابی قابل توجه باشد، در این صورت جواب حاصل از روابط لوتر، هورتن - اینستین و پاولوفسکی به یکدیگر نزدیک تر می شوند. علاقمندان می توانند با تغییر عمق جریان در دشتهای سیلابی در مثال ۴-۹ این موضوع را کنترل نمایند.

با ذکر نکته فوق مشخص تر می شود که نسبت عمق آب در دشتهای سیلابی به عمق آب در کانال اصلی در رفتار هیدرولیکی مقاطع مرکب نقش دارد. برای روشن تر شدن این مطلب می توان یک کانال مرکب مشابه شکل ۴-۱۰ را که دارای زبری یکنواخت است در نظر گرفت.

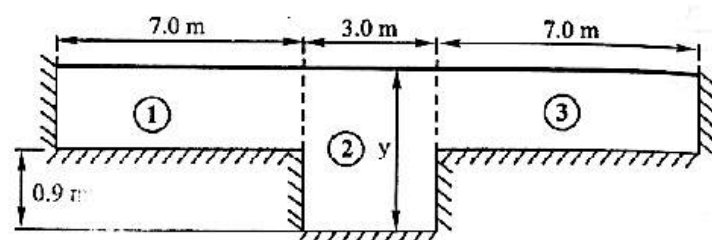


مطالعات بعضی محققین مشخص می سازد که در صورتی که عمق جریان بیش از h و کوچکتر از y_{max} باشد، محاسبه دبی به روش تجزیه مقطع نسبت به حالتی که کل مقطع با پیرامون مرطوب کل به عنوان یک مقطع واحد در نظر گرفته شود مقدار

بیشتری نشان می دهد و در این صورت مقدار دبی به روش تجزیه مقطع، جواب صحیح می باشد و در صورتی که $y > y_{max}$ باشد محاسبه دبی به روش مقطع واحد مقدار صحیح تری را ارائه خواهد نمود که y_{max} تابعی از شکل هندسی مقطع می باشد. مثال ۴-۱۰ تعیین مقدار دبی را با توجه به آنچه گفته شد مشخص می نماید.

مثال:

برای مقطع مرکب نشان داده شده در شکل ۴-۱۱ با زیری یکنواخت ۰/۰۲ و شیب طولی ۰/۰۰۰۲ دبی جریان را برای اعماق $1/2m$ و $1/6m$ محاسبه نمایید.



شکل ۴-۱۱

حل:

حالت الف - عمق جریان برابر $1/2m$ می باشد ($y = 1/2m$). نخست مسأله به روش

تجزیه مقطع حل می شود:

$$A_1 = 7 \times 0.3 = 2.1 \text{ m}^2$$

$$P_1 = 0.3 + 7.0 = 7.3 \text{ m}$$

$$R_1 = \frac{A_1}{P_1} = \frac{2.1}{7.3} = 0.288 \text{ m}$$

$$Q_1 = \frac{1}{0.02} (2.1) (0.288)^{2/3} (0.0002)^{1/2} = 0.647 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{و به طور مشابه:}$$

$$Q_T = 0.647 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{مقطع ۲:}$$

$$A_2 = 3 \times 1.2 = 3.6 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 3.0 + 1.2 + 1.2 = 5.4 \text{ m}$$

$$R_2 = \frac{A_2}{P_2} = 0.6667 \text{ m}$$

$$Q_2 = \frac{1}{0.02} (3.6) (0.6667)^{2/3} (0.0002)^{1/2} = 1.943 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{در صورتی که به روش}$$

$$Q_T = 2 \times 0.647 + 1.943 = 3.237 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{مقطع واحد عمل شود:}$$

$$A = 2.1 + 2.1 + 3.6 = 7.8 \text{ m}^2$$

$$P = 0.3 + 7.0 + 0.9 + 3.0 + 0.9 + 7.0 + 0.3 = 19.4 \text{ m}$$

$$R = 0.402 \text{ m}$$

$$Q = \frac{1}{0.02} (7.8) (0.402)^{2/3} (0.0002)^{1/2} = 3.005 \text{ m}^3/\text{s}$$

با توجه به این که $Q < Q_T$ می باشد، در نتیجه دبی جریان یافته در کانال معادل

$3.237 \text{ m}^3/\text{s}$ در نظر گرفته می شود.

حالت ب - اگر عمق جریان $1/6 \text{ m}$ باشد و به روش تجزیه مقطع عمل شود:

$$A_1 = 7 \times 0.7 = 4.9 \text{ m}^2$$

$$P_1 = 0.7 + 7 = 7.7 \text{ m}$$

$$R_1 = \frac{4.9}{7.7} = 0.6364 \text{ m}$$

$$Q_1 = \frac{1}{0.02} (4.9) (0.6364)^{2/3} (0.0002)^{1/2} = 2.563 \text{ m}^3/\text{s}$$

و به طور مشابه:

$$\begin{aligned} Q_r &= 2.563 \text{ m}^3/\text{s} \\ A_r &= 3 \times 1.6 = 4.8 \text{ m} \\ P_r &= 1.6 + 3 + 1.6 = 6.2 \text{ m} \\ R_r &= 0.7742 \text{ m} \\ Q_r &= \frac{1}{0.49} (4.8)(0.7742)^{2/3} (0.0002)^{1/2} = 2.562 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_T &= Q_1 + Q_r + Q_r = 2.563 \times 2 + 2.562 = 7.688 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

اگر به روش مقطع واحد عمل شود:

$$\begin{aligned} A &= 4.8 + 4.8 + 4.8 = 14.4 \text{ m}^2 \\ P &= 0.7 + 7.0 + 0.9 + 3.0 + 0.9 + 7 + 0.7 = 20.2 \text{ m} \\ R &= \frac{14.4}{20.2} = 0.7128 \text{ m} \\ Q &= \frac{1}{0.49} (14.4)(0.7128)^{2/3} (0.0002)^{1/2} = 8.315 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

که در این حالت از آن جا که مقدار $Q > Q_T$ می باشد، دبی جریان برابر $8.315 \text{ m}^3/\text{s}$

انتخاب می شود.

در مقاطع مرکب در صورتی که مقطع تجزیه گردد و سرعت متوسط در هر یک از

مقاطع براساس رابطه مانینگ تعیین شود، می توان ضرایب α و β (ضرایب تصحیح

انرژی جنبشی و اندازه حرکت) را از روابط ۱-۳۶ و ۱-۳۷ به دست آورد. این

محاسبات با توجه به مقدار بالای α و β ، در بخش محاسبه نیمرخهای سطح آب در

کانالهای طبیعی در فصل ششم، مورد استفاده واقع خواهد شد.

بهترین مقطع هیدرولیکی (The Best Hydraulic Section)

گرچه در این مجموعه به طراحی کانالهای باز چندان پرداخته نشده است ولی یکی از سوالات اساسی که در ذهن هر طراحی بروز می کند این است که با توجه به این که پارامترهای هندسی متفاوتی در شکل هندسی یک مقطع نقش دارند چه تناسبی از ابعاد، بهترین می باشد. به این سوال می توان از نظر ریاضی در قالب بهترین مقطع هیدرولیکی پاسخ داد:

اگر به رابطه مانینگ توجه شود:

$$Q = \frac{1}{n} S^{1/2} R^{2/3} A$$

$$Q = \frac{1}{n} S^{1/2} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} = \frac{A^{5/3} S^{1/2}}{nP^{2/3}}$$

از رابطه ۴-۱ نتیجه می شود که به ازاء n و S و A ثابت دبی انتقالی کانال هنگامی ماکزیمم است که پیرامون مطلوب حداقل باشد. از نظر هیدرولیکی می توان چنین مقطعی را بهترین مقطع هیدرولیکی نامید. در بین کلیه مقاطع کانالهای باز نیم دایره بهترین مقطع می باشد. زیرا به ازاء مساحت ثابت دارای کمترین پیرامون مرطوب می باشد ولی باید بتوان برای مقاطع دیگر نیز هندسه بهترین مقطع هیدرولیکی را تعیین نمود.

رابطه ۴-۱ می تواند به صورت رابطه ۴-۲ مرتب شود:

$$A = \frac{Q^{3/5} n^{3/5}}{S^{3/10}} P^{2/5} = K_1 P^{2/5}$$

در رابطه ۴-۲ ماکزیمم کردن K_1 (ماکزیمم نمودن Q) به ازاء A ثابت معادل با مینیمم کردن A به ازاء یک K_1 ثابت می باشد که هر دو تعریف به P حداقل منجر

خواهند شد. لذا مترادف با تعریف قبلی می توان گفت که بهترین مقطع هیدرولیکی مقطعی است که به ازاء S_n, Q مشخص دارای مساحت (خاکبرداری) و پیرامون مرطوب (پوشش) حداقل باشد.

هر دو بیان در استخراج روابط ریاضی مربوط به بهترین مقطع هیدرولیکی استفاده شده اند ولی کلاً استخراج روابط با استفاده از بیان اول ساده تر می باشد.

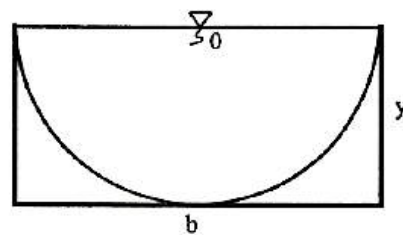
بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی:

شکل (۴-۱۲) مقطع مستطیلی با ابعاد b و y را نشان می دهد.

با توجه به تعریف در استخراج مشخصات بهترین مقطع هیدرولیکی می توان نوشت:

$$A = by \Rightarrow b = \frac{A}{y}$$

$$P = b + 2y \Rightarrow P = \frac{A}{y} + 2y$$



به ازاء A ثابت:

$$\frac{dP}{dy} = 0 \Rightarrow -\frac{A}{y^2} + 2 = 0$$

$$A = 2y^2 \Rightarrow by = 2y^2 \Rightarrow b = 2y$$

پس در بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی عرض کف دو برابر عمق جریان انتخاب می شود و در نتیجه می توان نیم دایره ای مطابق شکل ۴-۱۲ در این مقطع محاط نمود.

می توان با توجه به رابطه ۴-۲۲ به ازاء K_1 ثابت به شرح زیر نیز مشخصات بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی را پیدا نمود:

$$\begin{aligned}
 A &= by \\
 P &= y + b = y + \frac{A}{y} = y + \frac{K_1 P^{2/3}}{y} \\
 \frac{dP}{dy} &= 1 + \frac{K_1}{y} \times \frac{2}{3} P^{-1/3} \frac{dP}{dy} + K_1 P^{2/3} \left(-\frac{1}{y^2} \right) \\
 \frac{dP}{dy} &= 0 \Rightarrow 0 = 1 - K_1 P^{2/3} \left(\frac{1}{y^2} \right) \\
 1 - \frac{A}{y^2} &= 0 \Rightarrow 1 - \frac{b}{y} = 0 \Rightarrow b = y
 \end{aligned}$$

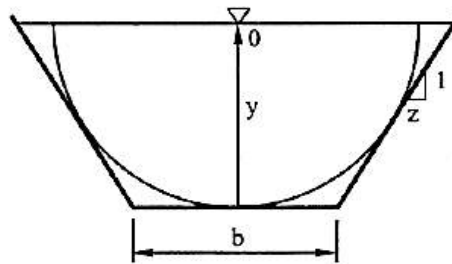
هر دو روش به یک نتیجه منجر می شوند.

بهترین مقطع هیدرولیکی دوزنقه ای:

مطابق شکل ۴-۱۳ فرض می شود که شیب کناره کانال ثابت و براساس پایداری مصالح جداره کانال انتخاب شده باشد.

بهترین مقطع هیدرولیکی با استفاده از روابط زیر به دست می آید:

$$A = (b + zy) y$$



$$P = b + 2\sqrt{1+z^2}y = \frac{A}{y} - zy + 2y\sqrt{1+z^2}$$

$$\frac{dP}{dy} = 0 \Rightarrow -\frac{A}{y^2} + 2\sqrt{1+z^2} - z = 0$$

$$\frac{-(b+zy)}{y} + 2\sqrt{1+z^2} - z = 0$$

$$b = 2y(\sqrt{1+z^2} - z) \rightarrow b + 2zy = 2y\sqrt{1+z^2}$$

رابطه ۴-۴ مشخصات بهترین مقطع به ازاء Z ثابت را نشان می دهد. در صورتی که

Z هم به عنوان متغیر در نظر گرفته شود علاوه بر $\frac{\partial P}{\partial y}$ باید $\frac{\partial P}{\partial z}$ را هم برابر صفر

قرار داد که در این حالت معادله جدید مقدار Z را برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ به دست می دهد و شکل

مقطع نصف یک شش ضلعی منتظم، با شیب کناره ۶۰ نسبت به افق خواهد بود.

بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی:

در مقطع مثلثی تنها پارامتر متغیر شیب کناره (Z) می باشد و در نتیجه:

$$A = zy^2$$

$$P = 2\sqrt{1+z^2}y$$

$$P^2 = 4(1+z^2)y^2 = 4(1+z^2)\frac{A}{z}$$

$$\frac{dP^2}{dz} = 0 \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{z^3}\right) = 0 \Rightarrow z = +1$$

لذا بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی زاویه رأس ۹۰ خواهد داشت.

مثال:

یک کانال با شیب طولی ۱:۲۰۰ در مصالحی از جنس رس ساخته می شود. اگر قرار باشد این کانال دبی $60 \text{ m}^3/\text{s}$ را منتقل نماید، هزینه نسبی دو مقطع زیر را با یکدیگر مقایسه نمایید:

الف - مقطع مستطیلی با پوشش از بتن ($n = 0.014$)

ب - مقطع دوزنقه ای ($Z = 1/5$) و بدون پوشش ($n = 0.025$)

فرض نمایید هزینه پوشش به ازاء هر مترمربع دو برابر هزینه حفاری به ازاء هر مترمکعب باشد.

حل:

اصولاً هر دو مقطع به صورت بهترین مقطع هیدرولیکی انتخاب می شوند.

الف - مقطع مستطیلی

$$\begin{aligned} b &= 2y \Rightarrow A = 2y^2 \\ R &= \frac{2y^2}{2y + 2y} = 0.5y \\ Q &= \frac{1}{n} S^{1/2} R^{2/3} A \\ 60 &= \frac{1}{0.014} \left(\frac{1}{2000} \right)^{1/2} (0.5y)^{2/3} (2y^2) \\ y &= 3.572 \text{ m} \\ b &= 7.144 \text{ m} \end{aligned}$$

در صورتی که هزینه حفاری به ازاء هر مترمکعب X فرض شود و محاسبات هزینه در واحد طول کانال انجام شود:

$$\text{هزینه} = (3572 \times 7.144) x + 14288 (2x)$$

$$\text{هزینه} = 54796 x$$

ب - مقطع دوزنقه ای ($Z = 1/5$)

$$b = 2y(\sqrt{1+z^2} - z) = 2y(\sqrt{1+1/5^2} - 1/5) = 0.606y$$

$$A = (0.606y + 1.5y)y = 2.106y^2$$

می توان نشان داد که در مقاطع مستطیلی، دوزنق ای و دایروی در وضعیت بهترین مقطع، شعاع هیدرولیکی نصف عمق جریان می باشد که این موضوع می تواند توسط مطالعه کنندگان تحقیق شود.

$$R = 0.5y$$

$$60 = \frac{1}{0.025} \left(\frac{1}{2000} \right)^{1/2} (0.5y)^{2/3} 2.106y^2$$

$$y = 4.354 \text{ m}$$

$$A = 39.83 \text{ m}^2$$

هزینه مقطع دوزنقه ای کمتر و نسبت هزینه دو مقطع $1/300$ می باشد. باید در نظر داشت که در یک طرح واقعی مقداری نیز به صورت ارتفاع قائم آزاد (لبه آزاد) به عمق جریان اضافه می شود. این عمق را آیین نامه های طراحی پیشنهاد می نمایند.

در پایان لازم به توضیح است که در عمل ممکن است به دلیل محدودیت های اجرایی، محدودیت در عرض، عدم ارضاء سایر ضوابط هیدرولیکی نظیر سرعت های حداکثر و حداقل مجاز نتوان بهترین مقطع هیدرولیکی را در یک طرح انتخاب نمود و یا ممکن

است که با توجه به توپوگرافی زمین و سایر متغیرهای مؤثر در هزینه بهترین مقطع،
اقتصادی ترین مقطع نباشد.