

اصل انرژی در کانالهای باز

مقدمه

از جمله مسایل مهمی که در بررسی و تحلیل کانالهای باز مورد مطالعه قرار می گیرد عبارت است از انرژی یا پتانسیلی که در روی یک خط جریان از سطح مقطع بر اساس میزان سرعت، عمق جریان و ارتفاع تا سطح مبنا وجود دارد.

کاربرد وسیع معادله انرژی در تحلیل مسایل کانالهای باز و از طرفی ضرورت تفسیر معادله در بسیاری از مواقع، استفاده از یک مفهوم قراردادی تحت عنوان «انرژی مخصوص» را ایجاب نموده که بدین طریق می توان با حذف یکی از عوامل موثر در انرژی کل، تحلیل مسایل مربوطه را آسان تر نمود. از مسایل خاص مورد بررسی در کانالها عبارتند از تغییر ارتفاع کف یا تغییر عرض مقطع کانال که در این فصل به مواردی از آنها اشاره می شود که خود می توانند در تحلیل جریان در تأسیسات اندازه گیری دبی در کانالهای باز، طراحی بدیلهای و در بررسی جریان در اطراف پلها و سرریزها مورد استفاده قرار گیرند.

با توجه به طبیعت مسایل مورد بررسی در این فصل، از افت انرژی صرفنظر شده ولی هرگاه مقدار افت انرژی به روشهای تجربی یا نیمه تجربی قابل تعیین باشد از

اعتبار مفاهیم ارائه شده کاسته نخواهد شد. همچنین از آن جا که تشخیص مقطع بحرانی در مسیر جریان، تحلیل بسیاری از مسایل را میسر می سازد، محاسبات عمق بحرانی در کانالهای باز با هر سطح مقطع دلخواه نیز در این فصل آمده است.

۱-۲ معادله انرژی (Energy Equation)

مقدار انرژی موجود در هر مقطع جریان از یک کانال باز را می توان به شکل زیر بیان نمود:

$$H = d \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} + Z$$

$$H = y \cos^2 \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} + Z$$

و چنانچه جریان در کانال با شیب کم ($\theta < 6^\circ$) برقرار باشد و $\alpha = 1$ فرض گردد، معادله به شکل ساده تر زیر تبدیل می گردد:

$$H = y + \frac{V^2}{2g} + Z$$

با استفاده از این روابط، معادله انرژی بین دو مقطع به صورت:

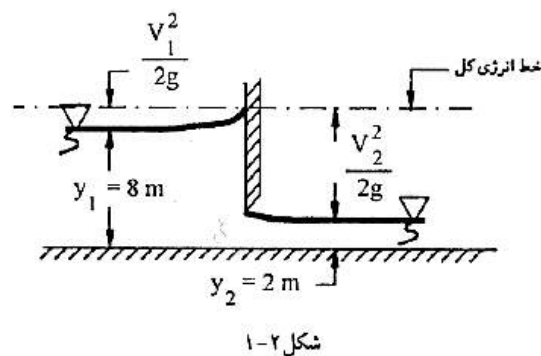
$$d_1 \cos \theta + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = d_2 \cos \theta + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_f$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_f$$

نوشته می شود که در صورت عدم وجود افت انرژی ($h_f = 0$) خط انرژی کل، موازی سطح مبنا خواهد بود.

مثال ۱-۲

در یک کانال افقی مطابق شکل زیر، اعماق آب بفاصله کمی از دو طرف دریاچه برابر 8m و 2m می باشند. چنانچه کانال مستطیلی با عرض 10m فرض گردد، مقدار جریانی را که از زیر دریاچه عبور می کند، محاسبه کنید. ($h_f=0$ و $g=10\text{m/s}^2$).



حل:

سطح مبنا را منطبق بر کف کانال فرض می کنیم، در این صورت:

$$Z_1 = Z_2 = 0$$

با فرض $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ و با استفاده از معادله ۲-۲ داریم:

$$8 + \frac{V_1^2}{2g} = 2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

از طرفی داریم:

$$8 \times 10 \times V_1 = 2 \times 10 \times V_2$$

$$V_2 = 4V_1$$

با اعمال این رابطه در معادله

$$8 + \frac{V_1^2}{2g} = 2 + \frac{16V_1^2}{2g}$$

$$V_1 = 2.83 \text{ m/s}$$

انرژی خواهیم داشت:

$$Q = V_1 A_1 = 2.83 \times 80 = 226.4 \text{ m}^3/\text{s}$$

۲-۲ کاربردهایی از معادله انرژی

از جمله موارد کاربرد معادله انرژی تحلیل جریان در اثر تغییر ارتفاع کف کانال می

باشد. چنانچه در کانالی با مقطع مستطیلی و عرض b جریان یکنواختی با دبی Q

برقرار باشد و در مسیر کانال یک برآمدگی هموار با طول کوتاه و ارتفاع ثابت ΔZ

در سرتاسر عرض ایجاد می گردد، در تحلیل جریان این سؤال مطرح خواهد شد که

تغییرات سطح آب و یا عمق جریان در حین رسیدن به این مانع چگونه خواهد بود

(شکل ۲-۲). با توجه به این که افت انرژی در مسیر کوتاه بین دو مقطع ۱ و ۲ وجود

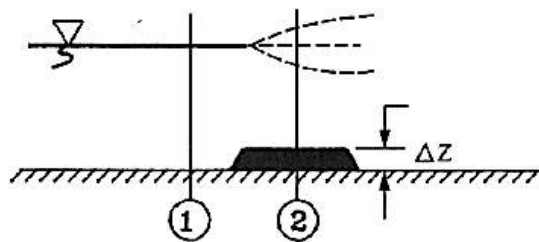
ندارد، معادله انرژی بین این دو مقطع با فرض شیب کم کانال و $\alpha = 1$ به صورت زیر

نوشته می شود:

$$y_1 + \frac{V_1^x}{v_g} = y_r + \frac{V_r^x}{v_g} + \Delta Z$$

$$V_1 y_1 = V_r y_r = q$$

شکل ۲-۲ برآمدگی در کف کانال



دو معادله ۲-۳ و ۲-۴ رابطه زیر حاصل می گردد:

$$y_1 + \frac{q^Y}{Y g y_1} = y_Y + \frac{q^Y}{Y g y_Y} + \Delta Z$$

به عنوان دومین کاربرد از معادله انرژی، می توان بررسی جریان در حالت تغییر عرض کانال را نام برد. چنانچه عرض یک کانال مستطیلی را که دبی ثابت Q در آن

جریان دارد. بتدریج تنگ تر کرده و از b_1 به b_2 تقلیل دهیم (شکل ۲-۳). برای تعیین عمق جریان در محل تنگنای موضعی می توان از معادله انرژی به شکل زیر استفاده نمود.

$$H_1 = H_2$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

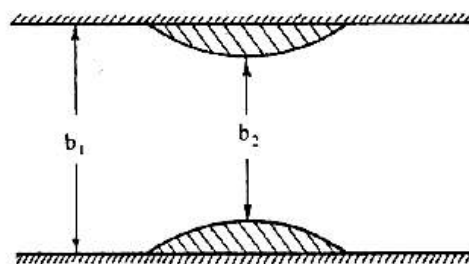
از طرفی:

$$q_1 = V_1 y_1 = \frac{Q}{b_1}$$

$$q_2 = V_2 y_2 = \frac{Q}{b_2}$$

$$y_1 + \frac{q_1^2}{2gy_1^3} = y_2 + \frac{q_2^2}{2gy_2^3}$$

در این حالت نیز با معلوم بودن q_1 ، q_2 و y_1 تعیین مقدار y_2 موکول به حل یک معادله درجه سوم خواهد شد و بحث در این که از نظر فیزیکی کدام جواب قابل قبول است و با این که اصولاً معادله مذکور جوابی دارد یا خیر، احتیاج به تفسیر بیشتری دارد.



شکل ۲-۳ پلان کانال مستطیلی با تنگ شدن در عرض

انرژی مخصوص (Specific Energy)

در تفسیر فیزیکی مسایلی نظیر موارد فوق و به طور کلی برای ساده تر نمودن موضوع، Bakhmateff در سال ۱۹۱۲ مفهوم انرژی مخصوص را بیان نمود که راهنما و کلید مناسبی برای حل بسیاری از پدیده های هیدرولیکی می باشد. طبق تعریف، انرژی مخصوص (E) عبارت است از انرژی در هر سطح مقطع در واحد وزن، زمانی که نسبت به کف کانال (به عنوان سطح مبنا) در نظر گرفته شود، یعنی:

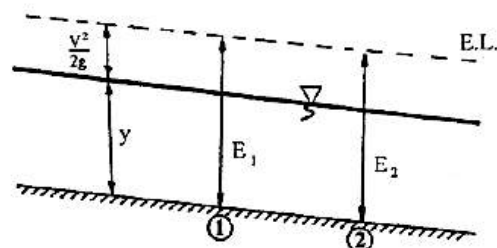
$$E = d \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

$$E = y \cos^2 \theta + \frac{\alpha V^2}{2g} = y \cos^2 \theta + \frac{\alpha Q^2}{2gA^3}$$

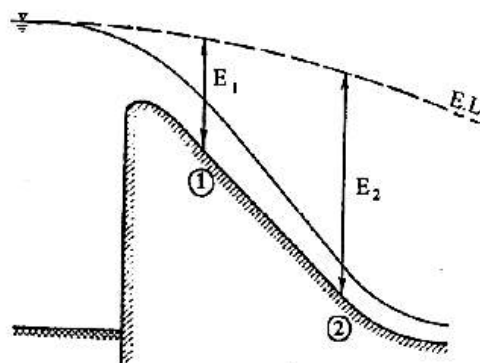
به عبارت دیگر، انرژی مخصوص بیانگر فاصله خط انرژی تا کف کانال می باشد. همان گونه که ملاحظه می شود و با توجه به شکل ۲-۱۴ این تعریف قراردادی با مفهوم انرژی کاملاً متفاوت می باشد.

به عنوان مثال در شکل ۲-۴ الف که جریان یکنواخت در یک کانال با شیب کم را نشان می دهد، خط تراز انرژی موازی کف کانال و سطح آزاد آب می باشد و لذا می توان گفت که در این نوع جریانها $E_1 = E_2$ می باشد در حالی که با توجه به افت انرژی به صورت طبیعی در مسیر جریان $H_1 > H_2$ می باشد. همچنین در جریان متغیر شکل ۲-۴ ب نیز می توان نوشت $H_1 > H_2$ ولی مقدار انرژی مخصوص در این گونه جریانهای متغیر تدریجی می تواند در مسیر حرکت کم و یا زیاد گردد و چنانچه در شکل ۲-۴ ب دیده می شود، از آنجا که انرژی مخصوص فاصله خط تراز انرژی تا

کف کانال را نمایش می دهد، $E_2 > E_1$ می باشد. این که چگونه تعریف قراردادی انرژی مخصوص می تواند پاسخگوی دو سؤال مطرح شده در قبل باشد، نیاز به بررسی بیشتر دارد که پس از معرفی منحنی انرژی مخصوص نسبت به عمق ($E-y$) در بخش ۲-۳-۱ به این سؤالات پاسخ تشریحی لازم داده خواهد شد.



الف) جریان یکنواخت در کانال با شیب کم



ب) جریان از روی سرریز

شکل ۲-۴ مقایسه مفهوم انرژی و انرژی مخصوص

انرژی مخصوص در کانالهای مستطیلی با شیب کم، معرفی عمق بحرانی و اعماق متناوب (Alternate Depths)

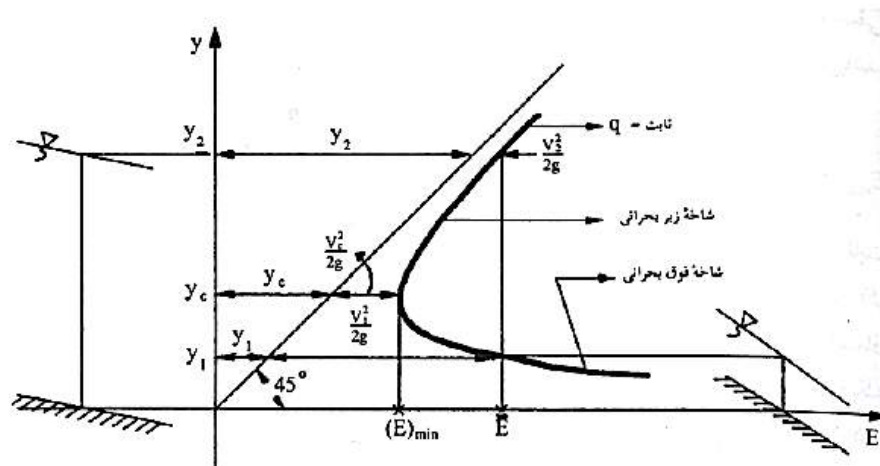
چنانچه جریانی با شدت ثابت Q در یک کانال مستطیلی به عرض ثابت b و شیب کم برقرار باشد، با توجه به تعریف انرژی مخصوص می توان نوشت:

$$E = y + \frac{aq^2}{y^3}$$

$$(E - y)y^3 = \frac{q^2}{g} = \text{ثابت}$$

با استفاده از رابطه فوق، می توان مقدار E را نسبت به y برای یک مقدار q ثابت و

$y > 0$ رسم نمود. شکل (۵-۲)



شکل ۵-۲ منحنی انرژی مخصوص بر حسب عمق جریان

این معادله دارای دو مجانب $E = y$ (مجانب مایل با شیب ۴۵) و $y = 0$ (مجانب افقی)

می باشد. از نظر فیزیکی می توان گفت که با افزایش y از ارتفاع معادل سرعت کاسته

شده و با کاهش y، به ارتفاع معادل سرعت افزوده می شود یعنی:

$$y \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{V^2}{2g} \rightarrow \infty$$

اگر

$$y \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{V^2}{2g} \rightarrow 0$$

و اگر

دو نکته اساسی در برخورد با این منحنی وجود دارد، اول آن که مینیمم مقدار E چیست و چه خصوصیاتی را منعکس می کند؟ در پاسخ به این سؤال به گونه زیر عمل می کنیم:

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dy} &= 1 + \frac{q^3}{g} \left(\frac{-1}{y^2} \right) = 1 - \frac{q^3}{gy^2} \\ \frac{dE}{dy} = 0 &\Rightarrow 1 - \frac{q^3}{gy^2} = 0 \Rightarrow \frac{q^3}{gy^2} = 1 \\ y^2 &= \frac{q^3}{g} \Rightarrow y = \left(\frac{q^3}{g} \right)^{1/3}\end{aligned}$$

رابطه ۲-۱۲ نشان می دهد که در عمق $y = \left(\frac{q^3}{g} \right)^{1/3}$ مقدار انرژی مخصوص مینیمم خواهد شد. حال چنانچه در این رابطه به جای q مقدار مساوی Vy را قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$y = \left[\frac{V^3 y^3}{g} \right]^{1/3} \Rightarrow \frac{V^3}{gy} = 1 \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{gy}} = Fr = 1$$

و لذا می توان نتیجه گرفت که مینیمم مقدار انرژی مخصوص به ازاء یک دبی در واحد عرض ثابت در عمقی معادل عمق بحرانی $(y_c = \left(\frac{q^3}{g} \right)^{1/3})$ پیش می آید که در این عمق عدد فرود جریان برابر واحد می باشد. حداقل مقدار انرژی مخصوص را نیز می توان با قرار دادن y_c در رابطه ۲-۱۰ به دست آورد یعنی:

$$E_{min} = y_c + \frac{V_c^3}{g} = y_c + \frac{V_c^3 y_c}{gy_c} \Rightarrow E_{min} = \frac{3}{2} y_c$$

نکته دوم در استفاده از منحنی انرژی مخصوص - عمق، این است که به ازاء هر انرژی مخصوص ثابت (E) امکان شکل گیری دو عمق جریان وجود دارد که یک عمق بزرگتر از عمق بحرانی ($Fr < 1$, $y_2 > y_c$) و عمق دیگر کوچکتر از عمق بحرانی ($Fr > 1$, $y_1 < y_c$) می باشد. این دو عمق بنابر تعریف اعماق متناوب نامیده می شوند. با این تعبیر، یک شاخه منحنی E-y وضعیت جریان فوق بحرانی و شاخه دیگر منحنی وضعیت جریان زیر بحرانی به ازاء دبی عبوری در واحد عرض ثابت را نشان می دهد (شکل ۲-۵).

مثال ۲-۲

آب با دبی $20 \text{ m}^3/\text{s}$ در یک کانال مستطیلی به عرض 10 m جاری است. منحنی E-y را ترسیم کرده و در صورتی که عمق جریان در مقطعی برابر 0.6 m باشد وضعیت جریان را در این مقطع مشخص نمایید. عمق متناوب این عمق را تعیین کنید.

حل:

با توجه به اینکه $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ و عرض کانال مستطیلی $b = 10 \text{ m}$ می باشد می توان نوشت:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{20}{10} = 2 \frac{\text{m}^3}{\text{s.m}}$$

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{q^2}{2gy^3} = y + \frac{4}{2gy^3} = y + \frac{2}{gy^3}$$

$$E = y + \frac{2}{gy^3}$$

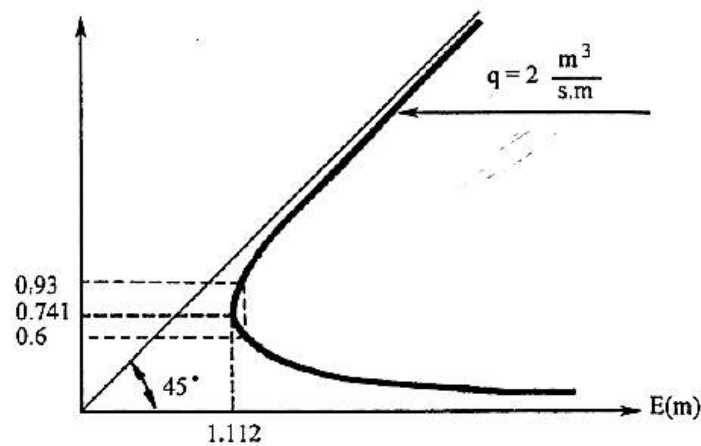
این معادله به سادگی قابل ترسیم است که به صورت شماتیک در شکل ۶-۲ ترسیم گردیده است. نقطه مهم، نقطه مینیمم منحنی است که با استفاده از روابط زیر به دست می آید:

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \left(\frac{4}{9.81} \right)^{1/3} = 0.741 \text{ m}$$

$$E_c = E_{min} = \frac{3}{2} y_c = \frac{3}{2} \times 0.741 = 1.112 \text{ m}$$

در محلی که عمق جریان معادل 0.6m باشد:

$$y_1 = 0.6 \text{ m} < y_c = 0.741 \text{ m}$$



شکل ۶-۲

در نتیجه جیران فوق بحرانی بوده و مقدار انرژی مخصوص در این عمق برابر است با:

$$\bar{E} = 0.6 + \frac{4}{2 \times 9.81 (0.6)^3} = 1.166 \text{ m}$$

به منظور به دست آوردن عمق متناوب عمق y_1 ، بایستی معادله زیر با استفاده از روش آزمون و خطا حل شود و جواب صحیح انتخاب گردد:

$$1.166 = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^3} \xrightarrow{\text{آزمون و خطا}} y_2 = 0.93 \text{ m}$$

بدیهی است که y_2 بایستی بیش از عمق بحرانی انتخاب گردد. ترسیم دقیق منحنی E-y می تواند در تعیین سریعتر جواب کمک نماید.

تحلیل جریان ناشی از یک برآمدگی موضعی در کانال مستطیلی

در قسمت ۲-۲، در معرفی معادله انرژی و کاربرد آن دو سؤال اساسی ذکر گردید. در این قسمت در پاسخ به سؤال اول تحلیل جریان ناشی از یک برآمدگی موضعی با استفاده از منحنی E-y صورت می گیرد. برای این منظور، رابطه ۲-۵ که معادله انرژی در ترکیب با معادله پیوستگی می باشد به صورت زیر نوشته می شود:

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^3} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^3} + \Delta Z$$

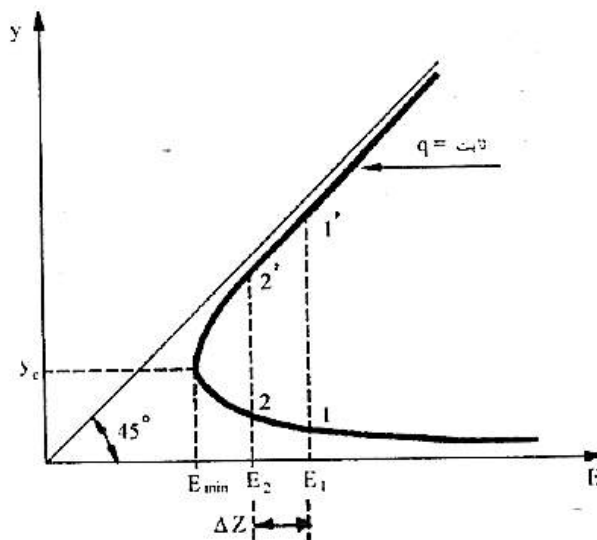
یا:

$$E_1 = E_2 + \Delta Z \Rightarrow E_2 = E_1 - \Delta Z$$

یعنی ضمن حرکت از مقطع ۱ به مقطع ۲، انرژی مخصوص به مقدار ΔZ (ارتفاع ثابت برآمدگی در شکل ۲-۲) کاهش پیدا کرده است. این کاهش انرژی مخصوص در شکل ۲-۷ بر روی منحنی E-y (به ازاء q ثابت) نشان داده شده است.

چنانچه در شکل ۲-۷ دیده می شود، عمق y_1 قبل از برآمدگی مشخص کننده آن است که جریان در این منطقه (با انرژی مخصوص E_1) در وضعیت فوق بحرانی (عمق ۱) و

یا در وضعیت زیر بحرانی (عمق ۱) می باشد و در نتیجه با کاهش E_1 به میزان ΔZ یکی از اعماق ۲ یا ۲' جواب خواهد بود.



شکل ۲-۷ منحنی $E-y$

حال در تحلیل این جریان باید به نکات ذیل توجه نمود:

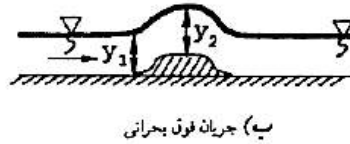
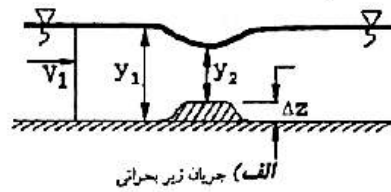
- ۱- در صورتی که وضعیت جریان قبل از برآمدگی زیر بحرانی باشد (عمق ۱') این عمق به عمق ۲' تبدیل گشته، کاهش عمق پیش خواهد آمد ($y_2 < y_1$) و با توجه به این که شیب منحنی در شاخه زیر بحرانی بیش از 45° می باشد از نظر هندسی میتوان استدلال نمود که در این حالت $y_2 + \Delta Z$ نیز کوچکتر از y_1 بوده و چگونگی جریان مطابق شکل ۲-۸ الف خواهد بود. اثبات این امر به گونه دیگر نیز میسر است و آن این که چون q ثابت و $y_2 < y_1$ می باشد لذا سرعت در مقطع شماره ۲ افزایش یافته و ارتفاع معادل سرعت ($V_2^2 / 2g$) نیز افزایش می یابد و در نتیجه فاصله سطح آب در

این مقطع تا خط انرژی از فاصله سطح آب در مقطع شماره ۱ تا خط انرژی بیشتر بوده و سطح آب مقداری پایین می افتد.

۲- اگر وضعیت جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی باشد عمق ۱ به عمق ۲ تبدیل شده و افزایش عمق رخ خواهد داد (شکل ۲-۸ ب).

۳- جهش از یک شاخه منحنی به شاخه دیگر منحنی $E-y$ امکان فیزیکی ندارد چون با فرض عدم تغییر Q این امر مستلزم این است که تغییر در عمق یا به صورت دفعی صورت پذیرد که با فیزیک مسأله هماهنگ نمی باشد و یا این که این جهش به صورت تدریجی انجام شود که لازمه این امر نیز کاهش انرژی مخصوص (عبور از عمق بحرانی) و افزایش مجدد انرژی مخصوص در انتخاب عمق متناوب دیگر است در حالی که ایجاد برآمدگی فقط شامل فرآیند کاهش انرژی مخصوص می باشد. توجه به این مطلب در انتخاب جواب صحیح اهمیت خاص دارد.

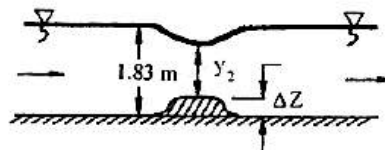
۴- در صورتی که ارتفاع برآمدگی (ΔZ) به گونه ای باشد که E_2 از E_{min} کمتر شود در این صورت هیچ نقطه از منحنی جواب مسأله نخواهد بود و در چنین حالتی جریان مجبور به تغییر شرایط خود قبل از محل برآمدگی می باشد و رفتار دو جریان فوق بحرانی و زیر بحرانی در برابر چنین مانعی متفاوت خواهد بود (پاسخ این دو جریان در مقابل اعتشاش قابل انعکاس به بالادست متفاوت می باشد). شرح بیشتر این موضوع با استفاده از مثال عددی ۲-۳ صورت می گیرد.



شکل ۸-۲ تغییر سطح آب در بالای برآمدگی موجود در کف کانال

مثال ۳-۲

آب به صورت یکنواخت با دبی $Q=9/91 \text{ m}^3/\text{s}$ و عمق $1/83 \text{ m}$ در یک کانال مستطیلی به عرض $2/05 \text{ m}$ جاری است.



شکل ۹-۲

الف) حداقل ارتفاع برآمدگی چقدر باشد تا عمق y_2 برابر عمق بحرانی شود.

ب) میزان افت در سطح آب را هنگامی که ارتفاع برآمدگی نصف حالت الف باشد محاسبه نمایید.

ج) مقدار y_1 را در صورتی که ارتفاع برآمدگی دو برابر حالت الف باشد تعیین نمایید.

شکل کلی تغییرات y_1 و y_2 را به ازاء (ΔZ) های مختلف نمایش دهید.

حل:

الف: در جهت حل مسأله ابتدا وضعیت جریان قبل از برآمدگی و مقدار انرژی

مخصوص را در این حالت محاسبه می کنیم:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{9.91}{3.05} = 3.25 \frac{\text{m}^3}{\text{s.m}}$$

$$y_c = \left(\frac{q^3}{g} \right)^{1/3} = \left(\frac{3.25^3}{9.81} \right)^{1/3} = 1.025 \text{ m}$$

با توجه به این که $y_1 > y_c$ است، وضعیت جریان قبل از برآمدگی زیر بحرانی می باشد

و مقدار انرژی مخصوص در مقطع ۱ به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$E_1 = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = 1.83 + \frac{3.25^2}{2 \times 9.81 \times 1.83^2} \approx 1.99 \text{ m}$$

برای بحرانی شدن جریان در مقطع ۲، می بایست انرژی مخصوص در این مقطع

برابر E_{min} باشد.

$$E_{min} = \frac{3}{2} y_c = \frac{3}{2} \times 1.025 = 1.54 \text{ m}$$

در نتیجه با به کار بردن معادله انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲ از جریان، مقدار ΔZ_c به

دست خواهد آمد:

$$E_1 = E_2 + \Delta Z$$

$$E_1 = E_{min} + \Delta Z_c$$

$$\Delta Z_c = 1.99 - 1.54 = 0.45 \text{ m}$$

لذا چنانچه ارتفاع برآمدگی برابر $0/45m$ باشد عمق y_1 برابر $1/83m$ و عمق y_2 برابر y_c یعنی $1/025$ تثبیت خواهد شد و مقدار افت سطح آب در این حالت خاص برابر است با:

$$\text{افت در سطح آب} = y_1 - (y_2 + \Delta Z_c) = 1/83 - (1/025 + 0/45) = 0/35M$$

ب: اگر $\Delta Z = \frac{0/45}{2} = 0/225m$ متر انتخاب شود، در این صورت عمق y_2 به جای رسیدن به عمق بحرانی مقداری بیش از y_c پیدا خواهد نمود (مطابق شکل ۲-۷ عمق $1'$ به عمق $2'$ تبدیل خواهد شد). با به کار بردن معادله انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲ در این حالت نیز می توان عمق y_2 را تعیین کرد:

$$E_1 = E_2 + \Delta Z$$

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^3} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^3} = 1/99 - 0/225$$

$$y_2 + \frac{3/25^2}{2 \times 9/81 \times y_2^3} = 1/765 \rightarrow y_2 \approx 1/53 m$$

در انتخاب مقدار y_2 در شروع آزمون و خطا باید به این نکته توجه نمود که $y_c < y_2 < y_1$ می باشد.

$$\text{میزان افت سطح آب} = y_1 - (y_2 + \Delta Z) = 1/83 - (1/53 + 0/225) = 0/075 M$$

ج: در صورتی که ارتفاع برآمدگی دو برابر حالت الف انتخاب گردد یعنی:

$$\Delta Z = 2\Delta Z_c = 2 \times 0/45 = 0/9 m$$

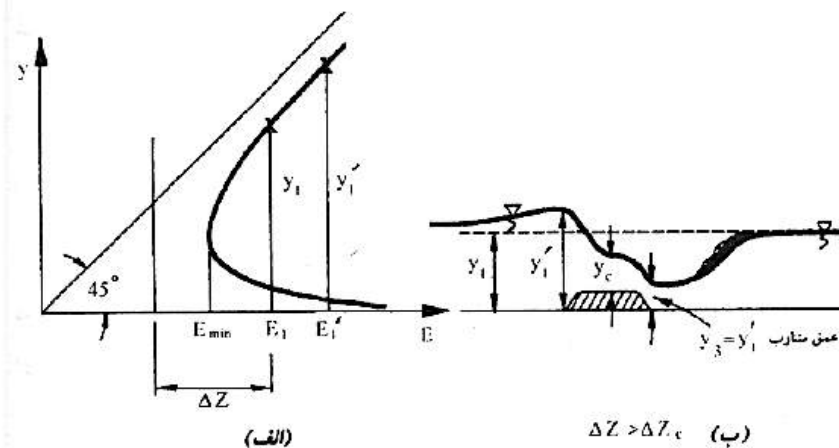
چنانچه به منحنی $E-y$ در شکل ۲-۱۰ الف توجه نماییم و با توجه به معادله انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲، انرژی مخصوص به اندازه ΔZ تغییر یافته و در این حالت خاص مقدار انرژی مخصوص در مقطع ۲ از مقدار E_{min} کمتر خواهد شد و شکل گیری جریان با مقدار کمتر از E_{min} ممکن نخواهد بود. لذا در چنین حالتی در صورتی که وضعیت جریان قبل از مانع زیر بحرانی باشد انعکاس اثر مانع به بالادست امکان پذیر خواهد بود و جریان بالادست، خود را با وجود مانع هماهنگ خواهد ساخت، به عبارت دیگر انرژی مخصوص در قبل از برآمدگی به مقداری افزایش پیدا خواهد کرد (با افزایش عمق y_1) که عبور جریان از مقطع ۲ با حداقل انرژی مخصوص E_{min} ممکن گردد، لذا در این حالت جریان بر روی برآمدگی یعنی مقطع ۲ در وضعیت بحرانی (y_c) قرار خواهد گرفت و بر طبق معادله انرژی، مقدار انرژی مخصوص در مقطع ۱ به مقدار E_1 که قابل محاسبه است تبدیل خواهد شد.

پس در چنین وضعیت که اصطلاحاً وضعیت انسداد نامیده می شود $y_2 = y_c = 1/025m$ بوده مقدار عمق y_1' را نیز بابه کار بردن معادله انرژی به صورت زیر می توان یافت:

$$E_1' = E_2 + \Delta Z$$

$$E_1' = E_{min} + \Delta Z$$

$$E_1' = ۱.۵۴ + ۰.۹ = ۲.۴۴ \text{ m}$$



شکل ۱۰-۲

$$y_1' + \frac{q^2}{2g(y_1')^3} = 2.44 \Rightarrow y_1' + \frac{3.25^2}{2 \times 9.81 \times (y_1')^3} = 2.44$$

با توجه به این که در این حالت مقدار $y_1' > y_1$ می باشد جواب معادله فوق با استفاده

از آزمون خطا برابر $2/35 \text{ m}$ به دست خواهد آمد:

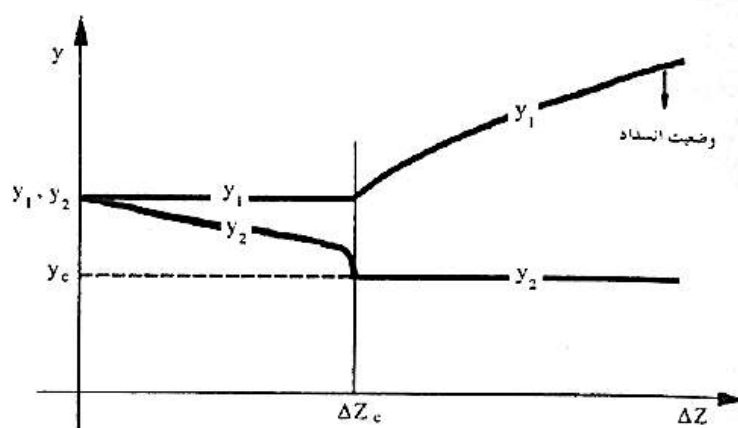
$$y_1' = 2/35 \text{ M}$$

شکل ۱۰-۲ ب تصویر جریان را در وضعیت انسداد (در جریان زیر بحرانی) نشان

می دهد.

با توجه به موارد بحث شده فوق حالت کلی منحنی تغییرات y_1 و y_2 در برابر ΔZ

برای جریان زیر بحرانی در شکل ۱۱-۲ ترسیم گردیده است.



شکل ۱۱-۲ (بدون مقیاس)

از نکات اساسی دیگری که می تواند مدنظر باشد تعیین مقدار عمق جریان پس از برآمدگی (y_3) است که در این صورت با نوشتن معادله انرژی بین مقاطع ۲ و ۳ و در نظر گرفتن این مطلب که انرژی مخصوص در مقطع ۳ به میزان ΔZ نسبت به مقطع ۲ افزایش داشته و به مقدار E_1 خواهد رسید (با توجه به معادله انرژی، کاهش در ارتفاع کف کانال معادل با افزایش انرژی مخصوص در مقطع دوم نسبت به مقطع اول است) داریم:

$$y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta = y_3 + \frac{q^2}{2gy_3^2}$$

$$E_2 + \Delta Z = E_3$$

$$E_3 = E_1 = E_2 + \Delta Z$$

لذا در صورتی که جریان در وضعیت انسداد نباشد، ضمن عبور از برآمدگی به عمق y_2 و سپس به عمق اولیه یعنی y_1 خواهد رسید ($y_3 = y_1$) و در صورتی که ارتفاع برآمدگی به گونه ای باشد که وضعیت انسداد در جریان پیش آید در این صورت

$y_1=y_1'$ و $y_2=y_c$ بوده و y_3 می تواند براساس رابطه $E_3=E_{min}+\Delta Z$ تعیین گردد.

بدین منظور باید از نقطه مینیمم منحنی E-y انرژی مخصوص را به اندازه ΔZ افزایش داد تا y_3 روی منحنی E-y مشخص گردد و در این صورت دو عمق، یکی y_1' و دیگری عمق متناوب آن که بر روی شاخه فوق بحرانی منحنی E-y قرار دارد می تواند جواب مناسب y_3 باشد.

ولی از نظر فیزیکی می توان احساس نمود که هر گرفتگی و انسداد در جریان و سپس رها شدن آن پس از مانع، حالت دارای سرعت بیشتر و عمق کمتر یعنی جریان فوق بحرانی (عمق متناوب y_1') را انتخاب نماید و در این صورت عمق متناوب y_1' بر روی شاخه فوق بحرانی به عنوان جواب y_3 انتخاب خواهد شد. این وضعیت از جریان در شکل ۲-۱۰ ب ترسیم گردیده است و با توجه به این که وضعیت جریان بعد از برآمدگی در حالت فوق بحرانی می باشد، می توان انتظار داشت که جریان در جهت رسیدن به وضعیت اولیه خود (جریان یکنواخت زیر بحرانی) با پرش هیدرولیکی روبرو شود. در حقیقت وجود پرش هیدرولیکی بعد از برآمدگی دلالت بر وجود وضعیت انسداد و نیز شکل گیری عمق بحرانی بر روی برآمدگی دارد.

مقطعی از جریان که در آن ارتباط مشخص بین عمق و دبی جریان وجود داشته باشد، مقطع کنترل نامیده می شود و با توجه به مطالب کوتاه ذکر شده در بالا می توان این استنباط را داشت که در صورتی که ارتفاع برآمدگی به ازاء دبی خاص از

حد معینی بیشتر انتخاب شود عمق بحرانی بر روی برآمدگی تثبیت خواهد شد و این مقطع یک مقطع کنترل می باشد زیرا که با اندازه گیری عمق در این مقطع می توان پی به دبی جریان برد $(Y_c = (\frac{q}{g})^{1/3})$. براساس این موضوع که پایه یکی از روشهای اندازه گیری دبی جریان در کانالهای باز می باشد، سرریزی موسوم به سرریز لبه پهن در کانالها نصب میگردد که با ایجاد عمق بحرانی بر روی سرریز می توان پی به دبی جریان برد. در فصل هفتم به این مطلب پرداخت خواهد شد. علاوه بر این، مقطع کنترل وضعیت جریان را در حوالی خود نیز در اختیار دارد و جریان در عبور از این مقطع مجبور به پذیرش انحنائی متناسب با شکل گیری عمق بحرانی بر روی برآمدگی می باشد. این نکته می تواند در تحلیل جریان در حوالی بندها و سرریزها مورد استفاده قرار گیرد.

در مثال جامع ۲-۳ رفتار جریان زیر بحرانی در برخورد با یک مانع با ارتفاع ثابت ΔZ مورد بررسی قرارگرفت ولی در صورتی که جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی باشد می توان گفت که اگر تحت تأثیر برآمدگی مقدار انرژی مخصوص بر روی برآمدگی از E_{min} کمتر نشود با به کار بردن معادله انرژی و استفاده از مفهوم انرژی مخصوص می توان افزایش عمق بر روی برآمدگی را شبیه قسمت «ب» این مثال به دست آورد ولی هرگاه مقدار انرژی مخصوص بر روی برآمدگی از E_{min} کمتر شود، تغییر اجباری وضعیت جریان در بالادست توأم با پرش هیدرولیکی بوده و از آن جا

که موقعیت دقیق پرش قبل از مانع و افت انرژی حاصل بدون مطالعه و مشاهده عینی جریان شخص نمی باشد نمی توان این وضعیت را از طریق معادله انرژی مورد بررسی قرار داد.

جریان ناشی از یک تنگنای موضعی در کانال مستطیلی

در پاسخ به سؤال دوم مطرح شده در قسمت ۲-۳، که ایجاد یک تنگنای موضعی در مسیر یک کانال مستطیلی می باشد (شکل ۲-۳) در این قسمت تحلیل مسأله از طریق منحنی E-y انجام می پذیرد. رابطه ۲-۵ که معادله انرژی در ترکیب با معادله پیوستگی می باشد، به صورت زیر نوشته می شود:

$$y_1 + \frac{q_1^2}{2gy_1^3} = y_2 + \frac{q_2^2}{2gy_2^3}$$

با توجه به این رابطه می توان گفت که اگر چه انرژی مخصوص بین دو مقطع ۱ و ۲ ثابت باقی مانده است اما مقدار دبی عبوری در واحد عرض بین دو مقطع تغییر کرده است یعنی:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \\ q_2 &> q_1 \end{aligned}$$

به منظور تعبیر فیزیکی مسأله، دو منحنی انرژی مخصوص در برابر عمق یکی با مشخصه q_1 و دیگری با مشخصه q_2 لازم به ترسیم می باشند (شکل ۲-۱۲) با توجه به این که $q_2 > q_1$ می باشد می توان گفت که:

$$q_2 > q_1 \Rightarrow (y_c)_2 > (y_c)_1 \rightarrow E_{min2} > E_{min1}$$

چنانچه مشخص است، منحنی های $E-y$ با افزایش q به سمت راست متمایل خواهند

شد و نقاط مینیمم منحنی ها بر روی خطی به معادله $E = \frac{3}{2}y$ قرار خواهند گرفت.

در صورتی که قبل از تنگنای موضعی، مقدار انرژی مخصوص برابر E_1 باشد، هنگام

رسیدن به تنگنا مقدار انرژی مخصوص ثابت مانده ولی اعماق، از روی منحنی $E-y$ با

مشخصه q_1 به منحنی $E-y$ با مشخصه q_2 منتقل خواهند شد (شکل ۲-۱۲) و لذا با

توجه به موارد زیر در تحلیل جریان ضرورت دارد:

۱- چنانچه وضعیت جریان قبل از تنگنا زیر بحرانی باشد جریان کاهش عمق داشته،

عمق $1'$ به عمق $2'$ تبدیل خواهد شد.

۲- در صورتی که وضعیت جریان قبل از تنگنا فوق بحرانی باشد، عمق 1 به 2 تبدیل

شده، افزایش عمق رخ خواهد داد.

۳- جهش از یک شاخه منحنی به شاخه دیگر منحنی از نظر فیزیکی امکان پذیر نمی

باشد (چرا؟)

۴- هرگاه کاهش عرض به گونه ای باشد که منحنی $E-y$ با مشخصه q_2 در سمت

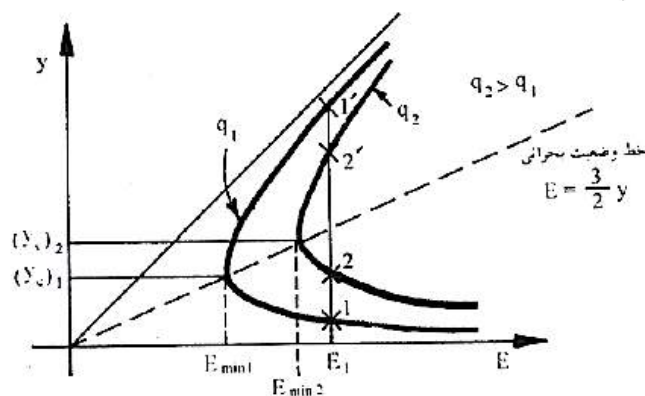
راست خط قائم به معادله $E=E_1$ قرار گیرد ($E_1 < E_{min2}$) در این صورت هیچ نقطه از

منحنی $E-y$ با مشخصه q_2 جواب مسأله نخواهد بود (شکل ۲-۱۳ الف). با توجه به این

مطلب، در صورتی که وضعیت جریان قبل از تنگنا زیر بحرانی باشد، وضعیت انسداد

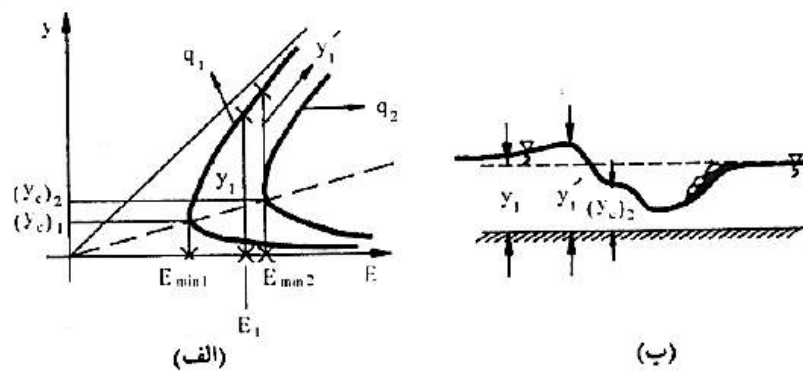
پیش آمده و انرژی مخصوص در ابتدای تنگنا به اندازه ای افزایش پیدا خواهد کرد که

عبور جریان از مقطع ۲ با حداقل انرژی مخصوص E_{min2} ممکن گردد و این کار با افزایش عمق y_1 انجام می شود. در این حالت عمق در مقطع ۲ به مقدار $(y_c)_2$ تثبیت خواهد شد و لذا می توان گفت که مقطع ۲ به عنوان یک مقطع کنترل عمل می نماید. این موضوع اساس اندازه گیری دبی جریان در کانالهای روباز با استفاده از ایجاد تأسیساتی به نام ناودانهای عمق بحرانی می باشد. تصویر قائم جریان می تواند مشابه شکل ۱۲-۲ ب باشد.



شکل ۱۲-۲ منحنی های $E - y$ در عبور آب از یک تنگنا

چنانچه وضعیت جریان قبل از تنگنا فوق بحرانی باشد، انعکاس اثر تنگنا به بالادست ممکن نخواهد بود و قبل از تنگنا پرش هیدرولیکی اتفاق خواهد افتاد. تفسیر و بررسی این وضعیت از جریان از طریق معادله انرژی به تنهایی انجام نمی شود.



شکل ۲-۱۳

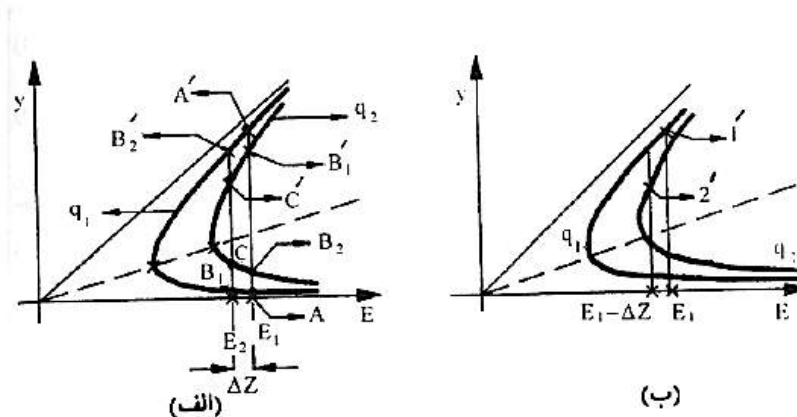
مثال:

جریان آبی با دبی $16 \text{ m}^3/\text{s}$ و عمق $2/0 \text{ m}$ در یک کانال مستطیلی به عرض $4/0 \text{ m}$ برقرار است. در مقطع پایین دست، عرض مقطع به $2/5 \text{ m}$ کاهش داده و نیز کف کانال در همین محل به مقدار ΔZ بالا برده می شود. تغییرات سطح آب را در محل این تبدیل در دو حالت الف) $\Delta Z = 0/2 \text{ m}$ و ب) $\Delta Z = 0/35 \text{ m}$ بررسی نمایید. از اکت انرژی در محل تبدیل صرفنظر می گردد.

حل:

این مثال تغییر موضعی جریان ناشی از یک تبدیل را در حالت کلی نشان می دهد. در این تبدیل فرآیند تغییر در عمق جریان تحت دو اثر کاهش در عرض و نیز تغییر در ارتفاع کف کانال به صورت همزمان انجام می شود. مطابق شکل ۲-۱۶ الف در صورتی که جریان فوق بحرانی باشد، تغییر عمق جریان از A به C در مسیر AB_1C و یا AB_2C صورت می گیرد و در صورتی که جریان زیر بحرانی باشد تغییر عمق

جریان از A' به C' در مسیر $A'B_1C'$ و یا $A'B_2C'$ صورت خواهد گرفت. در این پدیده چنانکه مشاهده می شود امکان رسیدن به عمق بحرانی نیز با سرعت بیشتری انجام خواهد شد.



شکل ۲-۱۶

در جهت حل این مثال ابتدا مشخصات جریان در مقطع بالادست (قبل از تبدیل) را به دست می آوریم:

$$q_1 = \frac{16}{4} = 4 \frac{\text{m}^3}{\text{s.m}}$$

$$V_1 = \frac{q_1}{y_1} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/s}$$

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{2}{\sqrt{9.81 \times 2}} = 0.45 < 1$$

$$(y_c)_1 = \left(\frac{q_1^2}{g} \right)^{1/3} = \left(\frac{4^2}{9.81} \right)^{1/3} = 1.178 \text{ m}$$

جریان زیر بحرانی:

$$E_{min1} = \frac{y_1}{3} \times 1.178 = 1.766 \text{ m}$$

$$E_1 = y_1 + \frac{q_1^2}{2gy_1^3} = 2 + \frac{16}{2 \times 9.81 \times 4} = 2.704 \text{ m}$$

مشخصات در مقطع پایین دست (محل تبدیل):

$$q_2 = \frac{16}{3.5} = 4.57 \frac{\text{m}^3}{\text{s.m}}$$

$$(y_c)_2 = \left(\frac{4.57^2}{9.81} \right)^{1/3} = 1.287 \text{ m}$$

$$E_{min2} = 1.5 (y_c)_2 = 1.5 \times 1.287 = 1.93 \text{ m}$$

با این مشخصات، منحنی های انرژی مخصوص به صورت شکل ۲-۱۶ ب ترسیم می شوند که موقعیت E_1 نیز بر روی این نمودار مشخص گردیده است.

حالت الف ($\Delta Z = 0.2 \text{ m}$): با کاهش انرژی خصوص در مقطع تبدیل خواهیم داشت:

$$E_1 - \Delta Z = 2.204 - 0.2 = 2.004$$

با توجه به این که مقدار 2.004 بیشتر از E_{min2} می باشد، می توان گفت که عمق از موقعیت ۱' به موقعیت ۲' منتقل خواهد شد. عمق y_2 را می توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$E_2 = y_2 + \frac{q_2^2}{2gy_2^3} = 2.004$$

$$y_2 + \frac{4.57^2}{2 \times 9.81 \times y_2^3} = 2.004 \xrightarrow{\text{آزمون و خطا}} y_2 = 1.575 \text{ m}$$

در تخمین y_2 باید در نظر داشت که y_2 بیشتر از $(y_c)_2$ و کمتر از y_1 انتخاب گردد.

حالت ب ($\Delta Z = 0.35 \text{ m}$):

$$E_2 = E_1 - \Delta Z = 2.204 - 0.35 = 1.854 < E_{min2}$$

با توجه به این که $E_2 < E_{min}$ می باشد لذا وضعیت انسداد در جریان پیش خواهد آمد

و در نتیجه عمق y_2 در حد $(y_c)_2$ تثبیت شده و عمق y_1 به مقداری افزایش پیدا خواهد

کرد که عبور جریان با E_{min} از مقطع تبدیل ممکن گردد:

$$y_2 = (y_c)_2 = 1.287 \text{ m}$$

$$E_2 = E_1' - \Delta Z$$

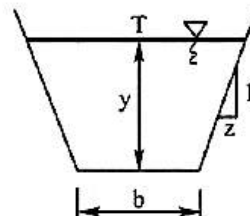
$$E_{min2} = E_1' - \Delta Z$$

$$1.287 = y_1' + \frac{q_1^2}{2g(y_1')^3} = y_1' + \frac{4^2}{2 \times 9.81 \times (y_1')^3} \longrightarrow y_1' = 1.094$$

در انتخاب y_1' باید در نظر داشت که مقدار y_1' بیشتر از y_1 انتخاب شود.

مقطع دوزنقه ای: با استفاده از شکل ۲-۲۲ ج در این مقطع نیز می توان نوشت:

$$A = (b + zy)y \quad T = b + 2zy \quad D = \frac{(b + zy)y}{b + zy}$$



(ج)

با توجه به مشخصات هندسی این کانال، حل رابطه ۲-۱۹ نمی تواند به صورت

صریح صورت گیرد و لذا می توان در حالت کلی روش عددی آزمون و خطا را در

حل معادله مذکور به کار برد. روش زیر که یک روش ترسیمی است نیز می تواند در

حل معادله مورد استفاده قرار گیرد. برای این منظور پارامتر هندسی دیگری که