۲/۸	۰/۴۹۷۴	۰/۴۹۷۵	۰/۴۹۷۶	۰/۴۹۷۷	۰/۴۹۷۷	۰/۴۹۷۸	۰/۴۹۷۹	۰/۴۹۸۰	۰/۴۹۸۰	۰/۴۹۸۱
۲/۹	۰/۴۹۸۱	۰/۴۹۸۲	۰/۴۹۸۳	۰/۴۹۸۳	۰/۴۹۸۴	۰/۴۹۸۴	۰/۴۹۸۵	۰/۴۹۸۵	۰/۴۹۸۶	۰/۴۹۸۶
۳/۰	۰/۴۹۸۷	۰/۴۹۸۷	۰/۴۹۸۷	۰/۴۹۸۸	۰/۴۹۸۸	۰/۴۹۸۹	۰/۴۹۸۹	۰/۴۹۸۹	۰/۴۹۹۰	۰/۴۹۹۰
۳/۱	۰/۴۹۹۰	۰/۴۹۹۱	۰/۴۹۹۱	۰/۴۹۹۱	۰/۴۹۹۲	۰/۴۹۹۲	۰/۴۹۹۲	۰/۴۹۹۲	۰/۴۹۹۳	۰/۴۹۹۳
۳/۲	۰/۴۹۹۳	۰/۴۹۹۳	۰/۴۹۹۴	۰/۴۹۹۴	۰/۴۹۹۴	۰/۴۹۹۴	۰/۴۹۹۵	۰/۴۹۹۵	۰/۴۹۹۵	۰/۴۹۹۵
۳/۳	۰/۴۹۹۵	۰/۴۹۹۵	۰/۴۹۹۶	۰/۴۹۹۶	۰/۴۹۹۶	۰/۴۹۹۶	۰/۴۹۹۶	۰/۴۹۹۶	۰/۴۹۹۶	۰/۴۹۹۷
۳/۴	۰/۴۹۹۷	۰/۴۹۹۷	۰/۴۹۹۷	۰/۴۹۹۷	۰/۴۹۹۷	۰/۴۹۹۷	۰/۴۹۹۷	۰/۴۹۹۷	۰/۴۹۹۸	۰/۴۹۹۸
۴/۰	۰/۴۹۹۹۶۸									

مثال ۷-۱۵: دبی میانگین سالانهٔ رودخانه ای به مدت ۲۹ سال مطابق جدول ۷-۱۲ به مقدار ۱۷.۱۴ برآورد می شود. با فرض فراوانی نسبی ویبول $m/(N+1)$، که در آن m شماره ردیف سری داده های مرتب شده به صورت صعودی و N مجموع کل داده ها است، مطلوبست برازش توزیع نرمال و تخمین پارامترهای آن به صورت نموداری. این برازش همان تحلیل فراوانی تشریح شده در بخش بعد است.

حل: تعداد دبی های سالانه N=29 بوده و فراوانی نسبی داده های مرتب شده به صورت صعودی در جدول ۷-۱۲ محاسبه گردیده است. با ترسیم داده های این جدول بر روی کاغذ احتمال نرمال، مطابق نمودار ۷-۱۰ یک خط مستقیم بین این داده ها برازش می شود. لذا مقادیر پارامترهای توزیع نرمال مطابق نمودار ۷-۱۰ برابر است با:

$$\overline{Q}=17.14\,(\frac{m^3}{s}),\ Q_{\%84/13}=20.4\,(\frac{m^3}{s}),\ Q_{15.87}=13.94\,(\frac{m^3}{s}),\quad s=\frac{(20.4-13.94)}{2}=3.23\,(\frac{m^3}{s})$$

لذا توزیع فراوانی تجربی با فرض میانگین ۱۷/۱۴ m3/s و انحراف معیار ۳/۲۳ m3/s به صورت توزیع نرمال با تابع زیر برازش داده شده است.

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times 3.23}\exp\left[-(x-17.14)^2/2\times(3.23)^2\right]$$

جدول ۷-۱۲ دبی میانگین سالانه برای مدت ۲۹ سال

سال	دبی میانگین (m^3/s)	مقادیر دبی مرتب شده به صورت صعودی (m^3/s)	رتبه، m	فراوانی نسبی $m/(N+1)$
۱۳۵۱	۱۹/۷۵	۹/۵۲	۱	۰/۰۳۳
۱۳۵۲	۱۸/۸۹	۹/۹۵	۲	۰/۰۶۷
۱۳۵۳	۲۰/۴	۱۰/۰۰	۳	۰/۱
۱۳۵۴	۱۴/۱۱	۱۳/۶۶	۴	۰/۱۳۳
۱۳۵۵	۱۷/۶۳	۱۴/۱۱	۵	۰/۱۶۷
۱۳۵۶	۱۹/۱۹	۱۴/۴۵	۶	۰/۲۰
۱۳۵۷	۱۹/۱۰	۱۵/۱۰	۷	۰/۲۳۳
۱۳۵۸	۱۹/۱۳	۱۵/۴۴	۸	۰/۲۶۷
۱۳۵۹	۱۶/۹۲	۱۵/۷۰	۹	۰/۳۰
۱۳۶۰	۹/۵۲	۱۵/۷۳	۱۰	۰/۳۲۳
	۱۵/۱۰	۱۵/۹۸	۱۱	۰/۳۶۷
	۱۳/۶۶	۱۶/۱۲	۱۲	۰/۴۰
	۱۰/۰۰	۱۶/۲۷	۱۳	۰/۴۲۳
	۱۵/۹۸	۱۶/۲۹	۱۴	۰/۴۶۷
	۲۰/۹۷	۱۶/۹۲	۱۵	۰/۵۰
	۱۴/۴۵	۱۷/۶۳	۱۶	۰/۵۳۳
	۱۸/۱۱	۱۷/۹۱	۱۷	۰/۵۶۷

	۱۶/۱۲	۱۸/۰۲	۱۸	۰/۶۰
	۹/۹۵	۱۸/۱۱	۱۹	۰/۶۲۳
	۱۵/۷۰	۱۹/۱۰	۲۰	۰/۶۶۷
	۱۷/۹۱	۱۹/۱۳	۲۱	۰/۷۰
	۲۰/۳۸	۱۹/۱۹	۲۲	۰/۷۲۳
	۱۶/۲۷	۱۹/۷۵	۲۳	۰/۷۶۷
	۱۵/۴۴	۱۹/۸۹	۲۴	۰/۸۰
	۱۶/۲۹	۲۰/۳۸	۲۵	۰/۸۲۳
	۱۸/۰۲	۲۰/۴۰	۲۶	۰/۸۶۷
	۲۰/۶۳	۲۰/۶۳	۲۷	۰/۹۰
۱۳۷۸	۲۱/۶۵	۲۰/۹۷	۲۸	۰/۹۳۳
۱۳۷۹	۱۵/۷۳	۲۱/۶۵	۲۹	۰/۹۶۷

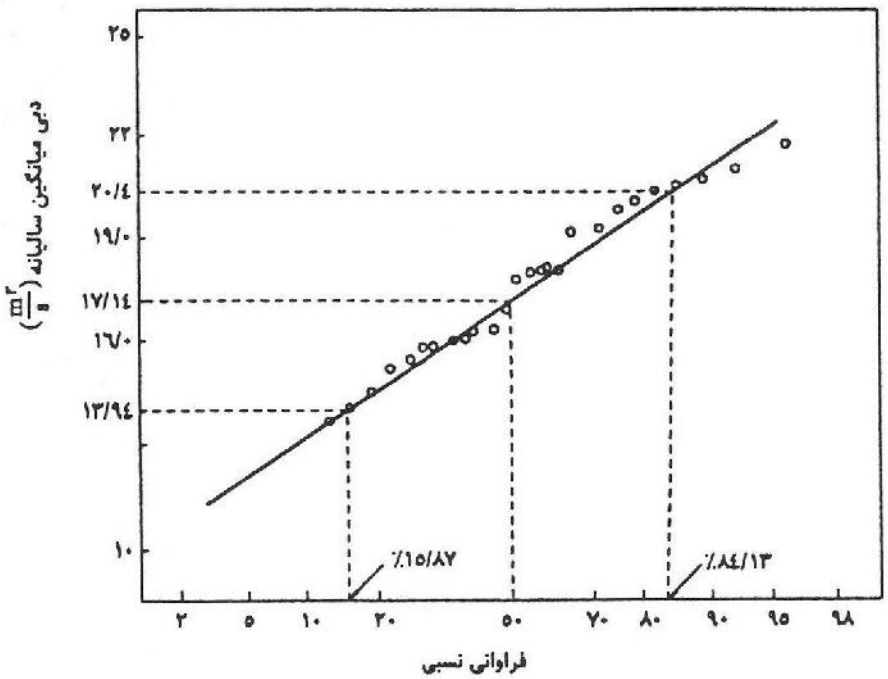
مثال ۷-۱۶: با فرض اینکه حجم روا ناب سالانه حوضه ابریزی از توزیع نرمال با میانگین (mm) ۲۳۹۰ و انحراف معیار (mm) ۵۶۷ تبعیت می کند مطلوب است احتمال اینکه رواناب سالانه بیشتراز (ha.m) ۳۰۰۰ باشد همچنین احتمال اینکه حجم رواناب سالانه بین ۱۸۰۰ تا (ha.m) ۲۸۰۰ باشد چقدر است؟

حل: برای استفاده از جدول ۷-۱۱ نیاز به استاندارد کردن متغیر بر اساس مقادیر میانگین و انحراف معیار است. لذا:

$$P(X \geq 3000) = P(t \geq \frac{3000-2390}{567}) = P(t \geq 1.076) = 0.5 - P(t \leq 1.076) = 0.5 - 0.359 = 0.141$$

برای قسمت دوم مثال داریم:

$$P(1800 \leq X \leq 2800) = P(\frac{1800-2390}{567} \leq t \leq \frac{2800-2390}{567}) = P(-1.0406 \leq t \leq 0.7231) = 0.26493 + 0.35074 = 0.6157$$



نمودار ۷-۱۰ دبی میانگین سالانه بر اساس فراوانی نسبی روی کاغذ احتمال نرمال

مثال ۷-۱۷: بارش سالانه منطقه ای با احتمال ۴۰٪ بیش از ۷۲۰ mm و با احتمال ۳۲/۵٪ بیش از ۷۸۰ mm برآورد شده است. با فرض تبعیت بارش سالانه از توزیع نرمال، مطلوب است احتمال تجاوز بارش سالانه از ۹۰۰ mm در این منطقه.

حل: با فرض مقادیر میانگین و انحراف معیار بارش سالانه به ترتیب برابر μ و σ، می توان نوشت:

$$t_1 = \frac{720-\mu}{\sigma} \quad , \quad t_2 = \frac{780-\mu}{\sigma}$$

$$P(X \ge t_1) = 0.4, \quad P(X \ge t_2) = 0.325, \quad P(X \le t_1) = 0.5 - 0.4 = 0.1, \quad P(X \le t_2) = 0.5 - 0.325 = 0.175$$

براساس جدول ۷-۱۱ می توان نوشت: $t_1 = 0.25 \quad \Rightarrow \quad 0.25 = \frac{720.0-\mu}{\sigma}, \quad t_2 = 0.45 \quad \Rightarrow \quad 0.45 = \frac{780.0-\mu}{\sigma}$

از این رو: $\mu = 645\,(\text{mm}) \quad , \quad \sigma = 300\,(\text{mm})$

حال: $t_3 = \frac{900-\mu}{\sigma} = \frac{900-645}{300} = 0.85 \qquad P(X \ge 0.85) = 0.5 - P(X \le 0.85) = 0.5 - 0.3023 = 0.1977$

<u>توزیع لوگ نرمال</u>

برخی متغیرهای هیدرولوژیکی دارای توزیعی با چولگی به سمت راست هستند، که عمدتا ناشی از نامنفی بودن متغیر و نیز محدود نبودن حد بالایی تغییرات متغیر است. از اینرو اینگونه متغیر ها از توزیع نرمال تبعیت نمی کنند و لذا لگاریتم متغیر با توزیع نرمال تطابق بهتری نشان می دهد. تابع PDF توزیع لاگ نرمال به صورت:

$$f(y) = \frac{1}{x\sigma_y\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(y-\mu_y)^2 / 2\sigma_y^2\right] \qquad (۴۹-۷)$$

که در آن $y = \text{Ln}x$ با میانگین μ_y و انحراف معیار σ_y برای مقادیر y است.

روابط بین مشخصات آماری متغیر x با متغیر y عبارتست از:

$$\mu = \exp(\mu_y + \frac{\mu_y^2}{2}) \qquad (۵۰-۷)$$

$$\sigma = \mu^2\left[\exp(\sigma_y^2) - 1\right] \qquad (۵۱-۷)$$

$$C_v = \left[\exp(\sigma_y^2) - 1\right]^{0.5} \qquad (۵۲-۷)$$

$$C_s = 3C_v + C_v^3 \qquad (۵۳-۷)$$

بایستی توجه نمود که μ_y در حقیقت میانگین لگاریتم های x یا همان میانگین yها است و نبایستی با لگاریتم میانگین xها اشتباه نمود و همین طور σ_y انحراف معیار لگاریتم های x یا انحراف معیار y هاست و نه لگاریتم انحراف معیار x ها، که رابطه بین میانگین μ و انحراف معیار σ مقادیر xها با میانگین μ_y و انحراف معیار σ_y مقادیر yها بر اساس روابط (۷-۵۰) و (۷-۵۱) ارائه شده است.

مثال ۷-۱۸: مطلوب است برازش دبی میانگین اردیبهشت ماه رودخانه ای به مدت ۲۹ سال مطابق جدول ۷-۱۳ وتعیین پارمترهای میانگین و انحراف معیار توزیع لاگ نرمال به صورت نموداری.

حل: با ترسیم مقادیر دبی های مرتب شده به صورت صعودی روی کاغذ لگاریتمی احتمال نرمال که محور عمودی آن دبی های میانگین و محور افقی ان فراوانی نسبی دبی هاست و برازش خط بین این نقاط (نمودار ۷-۱۱) ترسیم گردیده داریم:

$$\mu = \text{Log}\,6.29 = 0.799 \quad , \quad \sigma_y = \frac{(\text{Log}\,7.25 - \text{L}\log 5.44)}{2} = 0.063$$

بدیهی است رابطه بین $\text{Log}_{10}x$ با $\text{Ln}x$ (لگاریتم در مبنای نپرین) به صورت $\text{Ln}x = 2.3\text{Log}_{10}x$ است.

جدول ۷-۱۳ دبی میانگین اردیبهشت ماه برای مدت ۲۹ سال

دبی میانگین (m^3/s)	مقادیر دبی میانگین مرتب شده به صورت صعودی (m^3/s)	رتبه، m	فراوانی نسبی $m/(N+1)$
۷/۷۴	۵/۰۷	۱	۰/۰۳۳
۹/۵۲	۵/۳۰	۲	۰/۰۶۷
۷/۴۲	۵/۳۰	۳	۰/۱۰
۶/۷۴	۵/۶۴	۴	۰/۱۳۳
۵/۹۲	۵/۷۲	۵	۰/۱۶۷
۶/۷۲	۵/۷۵	۶	۰/۲۰
۷/۹۱	۵/۸۱	۷	۰/۲۳۳
۶/۱۲	۵/۸۱	۸	۰/۲۶۷
۶/۵۷	۵/۸۴	۹	۰/۳۰
۵/۳۰	۵/۹۲	۱۰	۰/۳۳۳
۵/۳۰	۶/۱۲	۱۱	۰/۳۶۷
۵/۰۷	۶/۲۶	۱۲	۰/۴۰
۵/۷۵	۶/۲۶	۱۳	۰/۴۳۳
۵/۸۴	۶/۲۷	۱۴	۰/۴۶۷
۶/۲۹	۶/۲۹	۱۵	۰/۵۰
۶/۳۰	۶/۳۰	۱۶	۰/۵۳۳
۶/۲۶	۶/۳۵	۱۷	۰/۵۶۷
۶/۸۰	۶/۵۵	۱۸	۰/۶۰
۵/۷۲	۶/۶۹	۱۹	۰/۶۳۳
۵/۸۱	۶/۷۲	۲۰	۰/۶۶۷
۷/۴۲	۶/۷۲	۲۱	۰/۷۰
۶/۹۴	۶/۷۴	۲۲	۰/۷۳۳
۶/۹۴	۶/۷۴	۲۳	۰/۷۶۷
۶/۲۶	۶/۸۰	۲۴	۰/۸۰
۵/۸۱	۶/۹۴	۲۵	۰/۸۳۳
۶/۲۶	۷/۴۲	۲۶	۰/۸۶۷
۵/۶۴	۷/۴۲	۲۷	۰/۹۰
۶/۷۲	۷/۷۴	۲۸	۰/۹۳۳
۶/۵۵	۷/۹۱	۲۹	۰/۹۶۷

۷-۵ روش های دیگر تحلیل فراوانی

در تحلیل فراوانی داده های هیدرولوژیکی و برازش توابع احتمالاتی با این گونه داده ها، دو روش عمده مطرح است، یکی استفاده از روش ترسیمی برای توزیع تجمعی داده ها و دیگری روش استفاده از ضرایب فراوانی جهت برازش تابع توزیع احتمالاتی. روش اول که همان ترسیم توزیع تجمعی است، به ویژه برای تعیین احتمال یک واقعه با مقدار مشخص کاربرد دارد. به عنوان یک قاعدهٔ کلی، بایستی در نظر داشت که از تحلیل فراوانی با داده های کمتر از ۱۰ عدد و نیز پیش بینی وقایع با طول بیش از دو برابر طول دوره آماری موجود، بایسیتی اجتناب نمود.

۷-۵-۱ روش ترسیمی

در این روش، برای هر مقدار متغیر هیدرولوژیکی، یک فراوانی نسبی محاسبه و سپس روی کاغذ احتمالاتی مربوطه، مقادیر متغیر در مقابل فراونی نسبی آن ترسیم می شود. برای وقایع حداکثر هیدرولوژیکی، نظیر دبی سیلاب، بارش حداکثر، جهت بدست آوردن فراوانی نسبی لازم است داده های هیدرولوژی را به ترتیب نزولی مرتب کرده و شماره ی ردیف هر مقدار را تعیین و فراوانی نسبی آن از رابطه ی ویبول (Weibull) به صورت $(\frac{m}{N+1})$ که N تعداد کل سال های آماری است، به دست می آید. لازم به ذکر است که براساس محاسبه ی فراوانی نسبی وقایع حداقل، نظیر دبی کم ابی و بارش حداقل، نیاز است این داده ها را به ترتیب صعودی مرتب و فراوانی نسبی آن ها را محاسبه کنیم. برای محاسبه ی فراوانی نسبی در هیدرولوژی، به جز رابطه ی ویبول، روابط تجربی دیگری مطابق جدول ۷-۱۴رائه گردیده است که هر رابطه در شرایط خاص خود کاربرد دارد، ولی در اغلب تحلیل های فراوانی توصیه گردیده که از رابطه ی ویبول استفاده شود.

جدول ۷-۱۴ روابط مختلف جهت تعیین مقدار فراوانی نسبی

نام فرمول	فراوانی نسبی
کالیفرنیا (California)	$\frac{m}{N}$
ویبول (Weibul)	$\frac{m}{N+1}$
هیزن (Hazen)	$\frac{(2m-1)}{N}$
بیرد (Beard)	$1-(0.5)^{\frac{1}{N}}$
چگودیف (Chegadayev)	$(\frac{m-0.3}{N+0.4})$
بلوم (Blom)	$(\frac{m-\frac{3}{8}}{N+0.25})$
توکی(Tukey)	$(\frac{3m-1}{3N+1})$
گرینگورتن(Gringorten)	$(\frac{m-0.44}{N+0.12})$

در هیدرولوژی غالبا به جای کاربرد فراوانی نسبی از احتمال یا دوره ی بازگشت (T_r) استفاده می شود. دوره برگشت عبارت است از تعداد سال هایی است که به طور میانگین بین وقوع دو حادثه مشابه وجود دارد. بر حسب تعریف:

$$T_r = \frac{1}{p} \qquad (۵۴-۷)$$

لذا وقوع یک متغیر هیدرولوژیکی با دوره ی بازگشت ۲۰ سال به مفهوم احتمال وقوع $p = ۰/۰۵$ است و به طور مشابه احتمال وقوع $p = ۰/۵$ معادل دوره ی بازگشت ۲ سال است.

مثال های (۷-۱۵) و (۷-۱۸) مواردی از کاربرد روش ترسیمی برای تحلیل فراوانی است که البته برای احتمال $P(X \le x)$ یا آنالیز حداقل ها به کار رفته و لذا احتمال برابری یا کمتر بودن محاسبه گردیده است.از این رو مرتب کردن دبی ها در هر دو مثال به صورت صعودی صورت گرفته است و فراوانی نسبی یا رابطه ویبول محاسبه گردیده است.

۷-۵-۲ روش ضریب فراوانی

روش دوم تحلیل فراوانی،با استفاده از ضریب فراوانی توسط V.T.Chow پیشنهاد گردید. معادله ی عمومی برای تحلیل فراوانی به صورت زیر است:

$$x = \overline{X} + Ks \qquad (۵۵-۷)$$

که در آن K ضریب فراوانی (Frequency factor) و s انحراف معیار است. در توزیع های دو پارامتری، مقدار K فقط با احتمال متناظر با آن، دوره ی بازگشت تغییر می کند. ولی در توزیع های دارای چولگی، ضریب K با ضریب چولگی تغییر کرده و به تعداد سال های آماری نیز بستگی زیادی دارد. اینجا به تعیین مقدار K در توزیع های مختلف می پردازیم.

لوگ پیرسون نوع سوم: مقادیر ضریب فراوانی برای توزیع های پیرسون نوع سوم (حسابی و لگاریتمی) در جدول ۷-۱۵ بر اساس مقادیر مختلف احتمال یا دوره بازگشت و ضریب چولگی درج گردیده است. برای برازش توزیع، ابتدا از مقادیر سیلاب سالانه لگاریتم گرفته می شود $(y = \log x)$ و سپس مقادیر میانگین، انحراف معیار و ضریب چولگی لگاریتم ها محاسبه و از روی آن مقدار K برای هر احتمال یا دوره بازگشت از جدول ۷-۱۵ استخراج شود. حال مقدار Q برای هر دوره بازگشت یا احتمال مورد نظر از رابطه:

$$LogQ = \overline{Y} + Ks_y \qquad (۵۶-۷)$$

محاسبه می شود. بایستی توجه نمود که $K = f(T_r, C_s)$، تابع هر دو مقدار احتمال یا دوره بازگشت و ضریب چولگی است. از آن جا که ضریب چولگی دارای تغییرات بیشتری نسبت به میانگین است، بیرد (Beard) پیشنهاد نمود که از

ضرایب منطقه ای چولگی برای تحلیل سیلاب استفاده شود، مگر اینکه تعداد سال های آماری در ایستگاه مورد نظر از ۱۰۰ سال بیشتر باشد. لذا در عمل توصیه می شود که به جای تحلیل های نقطه ای از تحلیل های منطقه ای برای سیلاب استفاده شود. استفاده از لگاریتم اعداد در جهت کاهش چولگی بسیار موثر است. برای رفع مشکل تعداد کم نمونه ها، هیزن (Hazen) پیشنهاد نمود که ضریب چولگی اصلاحی $\overline{C}_s$ برای روش پیرسون نوع سوم به صورت زیر به کار رود:

$$\overline{C}_s = (1+\frac{8.5}{N})C_s \qquad (۵۷-۷)$$

که در آن C_s چولگی نمونه ها و N تعداد نمونه ها یا سال های آماری است.

جدول ۷-۱۵ ضریب فراوانی K در توزیع پیرسون نوع سوم

چولگی	دورهٔ بازگشت (سال)										
	۱/۰۱۰۱	۱/۰۵۲۶	۱/۱۱۱۱	۱/۲۵۰۰	۲	۵	۱۰	۲۵	۵۰	۱۰۰	۲۰۰
	درصد احتمال										
C_s	۹۹	۹۵	۹۰	۸۰	۵۰	۲۰	۱۰	۴	۲	۱	۰/۵
(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	(۷)	(۸)	(۹)	(۱۰)	(۱۱)	(۱۲)
	چولگی مثبت										
۳/۰	-۰/۶۶۷	-۰/۶۶۵	-۰/۶۶۰	-۰/۶۳۶	-۰/۳۹۶	۰/۴۲۰	۱/۱۸۰	۲/۲۷۸	۳/۱۵۲	۴/۰۵۱	۴/۹۷۰
۲/۹	-۰/۶۹۰	-۰/۶۸۸	-۰/۶۸۱	-۰/۶۵۱	-۰/۳۹۰	۰/۴۴۰	۱/۱۹۵	۲/۲۷۷	۳/۱۳۴	۴/۰۱۳	۴/۹۰۹
۲/۸	-۰/۷۱۴	-۰/۷۱۱	-۰/۷۰۲	-۰/۶۶۶	-۰/۳۸۴	۰/۴۶۰	۱/۲۱۰	۲/۲۷۵	۳/۱۱۴	۳/۹۷۳	۴/۸۴۷
۲/۷	-۰/۷۴۰	-۰/۷۳۶	-۰/۷۲۴	-۰/۶۸۱	-۰/۳۷۶	۰/۴۷۹	۱/۲۲۴	۲/۲۷۲	۳/۰۹۳	۳/۹۳۲	۴/۷۸۳
۲/۶	-۰/۷۶۹	-۰/۷۶۲	-۰/۷۴۷	-۰/۶۹۶	-۰/۳۶۸	۰/۴۹۹	۱/۲۳۸	۲/۲۶۷	۳/۰۷۱	۳/۸۸۹	۴/۷۱۸
۲/۵	-۰/۷۹۶	-۰/۷۹۰	-۰/۷۷۱	-۰/۷۱۱	-۰/۳۶۰	۰/۵۱۸	۱/۲۵۰	۲/۲۶۲	۳/۰۴۸	۳/۸۴۵	۴/۶۵۲
۲/۴	-۰/۸۳۲	-۰/۸۱۹	-۰/۷۹۵	-۰/۷۲۵	-۰/۳۵۱	۰/۵۳۷	۱/۲۶۲	۲/۲۵۶	۳/۰۲۳	۳/۸۰۰	۴/۵۸۴
۲/۳	-۰/۸۶۷	-۰/۸۵۰	-۰/۸۱۹	-۰/۷۳۹	-۰/۳۴۱	۰/۵۵۵	۱/۲۷۴	۲/۲۴۸	۲/۹۹۷	۳/۷۵۳	۴/۵۱۵
۲/۲	-۰/۹۰۵	-۰/۸۸۲	-۰/۸۴۴	-۰/۷۵۲	-۰/۳۳۰	۰/۵۷۴	۱/۲۸۴	۲/۲۴۰	۲/۹۷۰	۳/۷۰۵	۴/۴۴۴
۲/۱	-۰/۹۴۶	-۰/۹۱۴	-۰/۸۶۹	-۰/۷۶۵	-۰/۳۱۹	۰/۵۹۲	۱/۲۹۴	۲/۲۳۰	۲/۹۴۲	۳/۶۵۶	۴/۳۷۲
۲/۰	-۰/۹۹۰	-۰/۹۴۹	-۰/۸۹۵	-۰/۷۷۷	-۰/۳۰۷	۰/۶۰۹	۱/۳۰۲	۲/۲۱۹	۲/۹۱۲	۳/۶۰۵	۴/۳۹۸
۱/۹	-۱/۰۳۷	-۰/۹۸۴	-۰/۹۲۰	-۰/۷۸۸	-۰/۲۹۴	۰/۶۲۷	۱/۳۱۰	۲/۲۰۷	۲/۸۸۱	۳/۵۵۳	۴/۲۳۳
۱/۸	-۱/۰۸۷	-۱/۲۰۲	-۰/۹۴۵	-۰/۷۹۹	-۰/۲۸۲	۰/۶۴۳	۱/۳۱۸	۲/۱۹۳	۲/۸۴۸	۳/۴۹۹	۴/۱۴۷
۱/۷	-۱/۱۴۰	-۱/۰۵۶	-۰/۹۷۰	-۰/۸۰۸	-۰/۲۶۸	۰/۶۶۰	۱/۳۲۴	۲/۱۷۹	۲/۸۱۵	۳/۴۴۴	۴/۰۶۹
۱/۶	-۱/۱۹۷	-۱/۰۹۳	-۰/۹۹۴	-۰/۸۱۷	-۰/۲۵۴	۰/۶۷۵	۱/۳۲۹	۲/۱۶۳	۲/۷۸۰	۳/۳۸۸	۳/۹۹۰
۱/۵	-۱/۲۵۶	-۱/۱۳۱	-۱/۰۱۸	-۰/۸۲۵	-۰/۲۴۰	۰/۶۹۰	۱/۳۳۳	۲/۱۴۶	۲/۷۴۳	۳/۳۳۰	۳/۹۱۰
۱/۴	-۱/۳۱۸	-۱/۱۶۸	-۱/۰۴۱	-۰/۸۳۲	-۰/۲۲۵	۰/۷۰۵	۱/۳۳۷	۲/۱۲۸	۲/۷۰۶	۳/۲۷۱	۳/۸۲۸
۱/۳	-۱/۳۸۳	-۱/۲۰۶	-۱/۰۶۴	-۰/۸۳۸	-۰/۲۱۰	۰/۷۱۹	۱/۳۳۹	۲/۱۰۸	۲/۶۶۶	۳/۲۱۱	۳/۷۴۵
۱/۲	-۱/۴۴۹	-۱/۲۴۳	-۱/۰۸۶	-۰/۸۴۴	-۰/۱۹۵	۰/۷۳۲	۱/۳۴۰	۲/۰۸۷	۲/۲۶۲	۳/۱۴۹	۳/۶۶۱
۱/۱	-۱/۵۱۸	-۱/۲۸۰	-۱/۱۰۷	-۰/۸۴۸	-۰/۱۸۰	۰/۷۴۵	۱/۳۴۱	۲/۰۶۶	۲/۵۸۵	۳/۰۸۷	۳/۵۷۵
۱/۰	-۱/۵۸۸	-۱/۳۱۷	-۱/۱۲۸	-۰/۸۵۲	-۰/۱۶۴	۰/۷۵۸	۱/۳۴۰	۲/۰۴۳	۲/۵۴۲	۳/۰۲۲	۳/۴۸۹
۰/۹	-۱/۶۶۰	-۱/۳۵۳	-۱/۱۴۷	-۰/۸۵۴	-۰/۱۴۸	۰/۷۶۹	۱/۳۳۹	۲/۰۱۸	۲/۴۹۸	۲/۹۵۷	۳/۴۰۱
۰/۸	-۱/۷۳۳	-۱/۳۸۸	-۱/۱۶۶	-۰/۸۵۶	-۰/۱۳۲	۰/۷۸۰	۱/۳۳۶	۱/۹۹۳	۲/۴۵۳	۲/۸۹۱	۳/۳۱۲
۰/۷	-۱/۸۰۶	-۱/۴۲۳	-۱/۱۸۳	-۰/۸۵۷	-۰/۱۱۶	۰/۷۹۰	۱/۳۳۳	۱/۹۶۷	۲/۴۰۷	۲/۸۲۴	۳/۲۲۳
۰/۶	-۱/۸۸۰	-۱/۴۵۸	-۱/۲۰۰	-۰/۸۵۷	-۰/۰۹۹	۰/۸۰۰	۱/۳۲۸	۱/۹۳۹	۲/۳۵۹	۲/۷۵۵	۳/۱۳۲
۰/۵	-۱/۹۵۵	-۱/۴۹۱	-۱/۲۱۶	-۰/۸۵۶	-۰/۰۸۳	۰/۸۰۸	۱/۳۲۳	۱/۹۱۰	۲/۳۱۱	۲/۶۸۶	۳/۰۴۱

۰/۴	-۲/۰۲۹	-۱/۵۲۴	-۱/۲۳۱	-۰/۸۵۵	-۰/۰۶۶	۰/۸۱۶	۱/۳۱۷	۱/۸۸۰	۲/۲۶۱	۲/۶۱۵	۲/۹۴۹
۰/۳	-۲/۱۰۴	-۱/۵۵۱	-۱/۲۴۵	-۰/۸۵۳	-۰/۰۵۰	۰/۸۲۴	۱/۳۰۹	۱/۸۴۹	۲/۲۱۱	۲/۵۴۴	۲/۸۵۶
۰/۲	-۲/۱۷۸	-۱/۵۸۶	-۱/۲۵۸	-۰/۸۵۰	-۰/۰۳۳	۰/۸۳۰	۱/۳۰۱	۱/۸۱۸	۲/۱۵۹	۲/۴۷۲	۲/۷۶۳
۰/۱	-۲/۲۵۲	-۱/۶۱۶	-۱/۲۷۰	-۰/۸۴۶	-۰/۰۱۷	۰/۸۳۶	۱/۲۹۲	۱/۷۸۵	۲/۱۰۷	۲/۴۰۰	۲/۶۷۰
۰/۰	-۲/۳۲۶	-۱/۶۴۵	-۱/۲۸۲	-۰/۸۴۲	۰	۰/۸۴۲	۱/۲۸۲	۱/۷۵۱	۲/۰۵۴	۲/۳۲۶	۲/۵۷۶
-۰/۱	-۲/۱۰۰	-۱/۶۷۳	-۱/۲۹۲	-۰/۸۳۶	۰/۰۱۷	۰/۸۴۶	۱/۲۷۰	۱/۷۱۶	۲/۰۰۰	۲/۲۵۲	۲/۴۸۲
-۰/۲	-۲/۴۷۲	-۱/۷۰۰	-۱/۳۰۱	-۰/۸۳۰	۰/۰۳۳	۰/۸۵۰	۱/۲۵۸	۱/۶۸۰	۱/۹۴۵	۲/۱۷۸	۲/۳۸۸
-۰/۳	-۲/۵۴۴	-۱/۷۲۶	-۱/۳۰۹	-۰/۸۲۴	۰/۰۵۰	۰/۸۵۳	۱/۲۴۵	۱/۶۴۳	۱/۸۹۰	۲/۱۰۴	۲/۲۹۴
-۰/۴	-۲/۶۱۵	-۱/۷۵۰	-۱/۳۱۷	-۰/۸۱۶	۰/۰۶۶	۰/۸۵۵	۱/۲۳۱	۱/۶۰۶	۱/۸۳۴	۲/۰۲۹	۲/۲۰۱
-۰/۵	-۲/۶۸۶	-۱/۷۷۴	-۱/۳۲۳	-۰/۸۰۸	۰/۰۸۳	۰/۸۵۶	۱/۲۱۶	۱/۵۶۷	۱/۷۷۷	۱/۹۵۵	۲/۱۰۸
-۰/۶	-۲/۷۵۵	-۱/۷۹۷	-۱/۳۲۸	-۰/۸۰۰	۰/۰۹۹	۰/۸۵۷	۱/۲۰۰	۱/۵۲۸	۱/۷۲۰	۱/۸۸۰	۲/۰۱۶
-۰/۷	-۲/۸۲۴	-۱/۸۱۹	-۱/۳۳۳	-۰/۷۹۰	۰/۱۱۶	۰/۸۵۷	۱/۱۸۳	۱/۴۸۸	۱/۶۶۳	۱/۸۰۶	۱/۹۲۶
-۰/۸	-۲/۸۹۱	-۱/۸۳۹	-۱/۳۳۶	-۰/۷۸۰	۰/۱۳۲	۰/۸۵۶	۱/۱۶۶	۱/۴۴۸	۱/۶۰۶	۱/۷۳۳	۱/۸۳۷
-۰/۹	-۲/۹۵۷	-۱/۸۵۸	-۱/۳۳۹	-۰/۷۶۹	۰/۱۴۸	۰/۸۵۴	۱/۱۴۷	۱/۴۰۷	۱/۵۴۹	۱/۶۶۰	۱/۷۴۹
-۱/۰	-۳/۰۲۲	-۱/۸۷۷	-۱/۳۴۰	-۰/۷۵۸	۰/۱۶۴	۰/۸۵۲	۱/۱۲۸	۱/۳۶۶	۱/۴۹۲	۱/۵۸۸	۱/۶۶۴
-۱/۱	-۳/۰۸۷	-۱/۸۹۴	-۱/۳۴۱	-۰/۷۴۶	/۱۸۰	۰/۸۴۸	۱/۱۰۷	۱/۳۲۴	۱/۴۳۵	۱/۵۱۸	۱/۵۸۱
-۱/۲	-۳/۱۴۹	-۱/۹۱۰	-۱/۳۴۰	-۰/۷۳۲	۰/۱۹۵	۰/۸۴۱	۱/۰۸۶	۱/۲۸۲	۱/۳۷۹	۱/۴۴۹	۱/۵۰۱
-۱/۳	-۳/۲۱۱	-۱/۹۲۵	-۱/۳۳۹	-۰/۷۱۹	۰/۲۱۰	۰/۸۳۸	۱/۰۶۴	۱/۲۴۰	۱/۳۲۴	۱/۳۸۳	۱/۴۲۴
-۱/۴	-۳/۲۷۱	-۱/۹۳۸	-۱/۳۳۷	-۰/۷۰۵	۰/۲۲۵	۰/۸۳۲	۱/۰۴۱	۱/۱۹۸	۱/۲۷۰	۱/۳۱۸	۱/۳۵۱
-۱/۵	-۳/۳۳۰	-۱/۹۵۱	-۱/۳۳۳	-۰/۶۹۰	۰/۲۴۰	۰/۸۲۵	۱/۰۱۸	۱/۱۵۷	۱/۲۱۷	۱/۲۵۶	۱/۲۸۲
-۱/۶	-۳/۳۸۸	-۱/۹۶۲	-۱/۳۲۹	-۰/۶۷۵	۰/۲۵۴	۰/۸۱۷	۰/۹۹۴	۱/۱۱۶	۱/۱۶۶	۱/۱۹۷	۱/۲۱۶
-۱/۷	-۳/۴۴۴	-۱/۹۷۲	-۱/۳۲۴	-۰/۶۶۰	۰/۲۶۸	۰/۸۰۸	۰/۹۷۰	۱/۰۷۵	۱/۱۱۶	۱/۱۴۰	۱/۱۵۵
-۱/۸	-۳/۴۹۹	-۱/۹۸۱	-۱/۳۱۸	-۰/۶۴۳	۰/۲۸۲	۰/۷۹۹	۰/۹۴۵	۱/۰۳۵	۱/۰۶۹	۱/۰۸۷	۱/۰۹۷
-۱/۹	-۳/۵۵۳	-۱/۹۸۹	-۱/۳۱۰	-۰/۶۲۷	۰/۲۹۴	۰/۷۸۸	۰/۹۲۰	۰/۹۹۶	۱/۰۲۳	۱/۰۳۷	۱/۰۴۴
-۲/۰	-۳/۶۰۵	-۱/۹۹۶	-۱/۳۰۲	-۰/۶۰۹	۰/۳۰۷	۰/۷۷۷	۰/۸۹۵	۰/۹۵۹	۰/۹۸۰	۰/۹۹۰	۰/۹۹۵
-۲/۱	-۳/۶۵۶	-۲/۰۰۱	-۱/۲۹۴	-۰/۵۹۲	۰/۳۱۹	۰/۷۶۵	۰/۸۶۹	۰/۹۲۳	۰/۹۳۹	۰/۹۴۶	۰/۹۴۹
-۲/۲	-۳/۷۰۵	-۲/۰۰۶	-۱/۲۸۴	-۰/۵۷۵	۰/۳۳۰	۰/۷۵۲	۰/۸۴۴	۰/۸۸۸	۰/۹۰۰	۰/۹۰۵	۰/۹۰۷
-۲/۳	-۳/۷۵۳	-۲/۰۰۹	-۱/۲۷۴	-۰/۵۵۵	۰/۳۴۱	۰/۷۳۹	۰/۸۱۹	۰/۸۵۵	۰/۸۶۴	۰/۸۶۷	۰/۸۶۹
-۲/۴	-۳/۸۰۰	-۲/۰۱۱	-۱/۲۶۲	-۰/۵۳۷	۰/۳۵۱	۰/۷۲۵	۰/۷۹۵	۰/۸۲۳	۰/۸۳۰	۰/۸۳۲	۰/۸۳۳
-۲/۵	-۳/۸۴۵	-۲/۰۱۲	-۱/۲۵۰	-۰/۵۱۸	۰/۳۶۰	۰/۷۱۱	۰/۷۷۱	۰/۷۹۳	۰/۷۹۸	۰/۷۹۹	۰/۸۰۰
-۲/۶	-۳/۸۸۹	-۲/۰۱۳	-۱/۲۳۸	-۰/۴۹۹	۰/۳۶۸	۰/۶۹۶	۰/۷۴۷	۰/۷۶۴	۰/۷۶۸	۰/۷۶۹	۰/۷۶۹
-۲/۷	-۳/۹۳۲	-۲/۰۱۲	-۱/۲۲۴	-۰/۴۷۹	۰/۳۷۶	۰/۶۸۱	۰/۷۲۴	۰/۷۳۸	۰/۷۴۰	۰/۷۴۰	۰/۷۴۱
-۲/۸	-۳/۹۷۳	-۲/۰۱۰	-۱/۲۱۰	-۰/۴۶۰	۰/۳۸۴	۰/۶۶۶	۰/۷۰۲	۰/۷۱۲	۰/۷۱۴	۰/۷۱۴	۰/۷۱۴
-۲/۹	-۴/۰۱۳	-۲/۰۰۷	-۱/۱۹۵	-۰/۴۴۰	۰/۳۹۰	۰/۶۵۱	۰/۶۸۱	۰/۶۸۳	۰/۶۸۹	/۶۹۰	۰/۶۹۰
-۳/۰	-۳/۰۵۱	-۲/۰۰۳	-۱/۱۸۰	-۰/۴۲۰	۰/۳۹۶	۰/۶۳۶	۰/۶۶۰	۰/۶۶۶	۰/۶۶۶	۰/۶۶۷	۰/۶۶۷

مثال ۷-۱۹: مطلوب است برازش تابع پیرسون نوع سوم با داده های بارش ۲۳ ساله ایستگاه باران سنجی مطـابق جـدول ۷-۱۶ وبر اساس آن پیش بینی بارش برای دوره بازگشت های ۵،۱۰،۲۵، ۵۰،۱۰۰، ۲۰۰ سال.

حل: پارا مترهای میانگین، انحراف معیار و ضریب چولگی مقادیر بارش مطابق جدول ۷-۱۶ محاسبه می شود:

$$\overline{X} = \frac{343}{23} = 14.91 \quad , \quad \mu_2 = \frac{771.97}{23} = 33.56 \quad , \quad \mu_3 = \frac{-627.82}{23} = -27.3$$

و از انجا که تعدا د نمونه ها ۲۳ =n یعنی کمتر از ۳۰ است، لذا نیاز به اصلاح است:

$$s = (\frac{N}{N-1} \times \mu_2)^{\frac{1}{2}} = (\frac{23}{22} \times 33.56)^{\frac{1}{2}} = 5.92$$

$$\gamma_1 = \frac{N^2}{(N-1)(N-2)} \frac{\mu_3}{\mu_2^{\frac{3}{2}}} = \frac{23^2}{22 \times 21} \times \frac{(-27.3)}{(33.56)^{\frac{3}{2}}} = -0.16$$

از طرفی چون تعداد سالهای آمار کم است، ضریب چولگی نیز اصلاح می شود: $\overline{C}_s = (1 + \frac{8.5}{23}) \times (-0.16) = -0.22$

جدول ۷-۱۶ مقادیر بارش سالانه

بارش سالانه، x برحسب (cm)	$(x - \overline{X})^2$ برحسب (cm^2)	$(x - \overline{X})^3$ برحسب (cm^3)
۹	۳۴/۹۳	-۲۰۶/۴۳
۱۹	۱۶/۷۳	۶۸/۴۲
۱۹	۱۶/۷۳	۶۸/۴۲
۹	۳۴/۹۳	-۲۰۶/۴۳
۸	۴۷/۷۵	-۳۲۹/۹۴
۶	۷۹/۳۹	-۷۰۷/۳۵
۱۵	۰/۰۱	۰/۰۰۰۷
۲۰	۲۵/۹۱	۱۳۱/۸۷
۱۱	۱۵/۲۹	-۵۹/۷۸
۹	۳۴/۹۳	-۲۰۶/۴۳
۱۸	۹/۵۵	۲۹/۵۰
۸	۴۷/۷۵	-۳۲۹/۹۴
۲۳	۶۵/۴۵	۵۲۹/۴۸
۱۷	۴/۳۷	۹/۱۳
۲۳	۶۵/۴۵	۵۲۹/۴۸
۱۷	۴/۳۷	۹/۱۳
۱۰	۲۴/۱۱	-۱۱۸/۳۷
۱۸	۹/۵۵	۲۹/۵
۵	۹۸/۲۱	-۹۷۳/۲۳
۲۴	۸۲/۶۳	۷۵۱/۰۹
۱۹	۱۶/۷۳	۶۸/۴۲
۱۵	۰/۰۱	۰/۰۰۰۷
۲۱	۷/۰۹	۲۲۵/۸۷
$\sum x = ۳۴۳$	$\sum = ۷۷۱/۹۷$	$\sum = -۶۲۷/۸۲$

حال با استفاده از جدول ۷-۱۵ که ضرایب فراوانی را برای چولگی ودوره بازگشت های مختلف به دست می دهد، برای دوره بازگشت های ۲ تا ۲۰۰ سال مطابق جدول ۷-۱۷، مقادیربارش سالانه مطابق رابطه (۷-۵۵) محاسبه می شود.

جدول ۷-۱۷ مقادیر بارش سالانه با دوره بازگشت های مختلف

دوره بازگشت (سال)	۵	۱۰	۲۵	۵۰	۱۰۰	۲۰۰
ضریب فراوانی K	۰/۸۵۰۶	۱/۲۵۵۴	۱/۶۷۲۶	۱/۹۳۴	۱/۱۶۳۲	۲/۳۱۹۱
بارش (cm)	۱۹/۹۵	۲۲/۳۴	۲۴/۸۱	۲۶/۳۶	۲۷/۷۲	۲۸/۶۴