(۲) رواناب حاصله از بارش ۱۴ mm است، لذا با تقسیم ارقام ستون ۴ را بر ۱.۴، دبی هیدروگراف واحد یک ساعته برآورد می شود. ارقام بدست آمده در ستون ۵ نوشته شده است. حال برای تبدیل آن به هیدروگراف واحد دو ساعته فرض می-کنیم پس از خاتمه این بارش یک ساعته، بارش مشابه جدیدی با همان خصوصیات و به مدت یک ساعت دیگر شروع شود، لذا هیدروگراف واحد آن مشابه هیدروگراف واحد بارش یک ساعته قبلی ولی با یک ساعت تاخیر خواهد بود. ابعاد این هیدروگراف در ستون ۶ جدول با یک ساعت تاخیر نسبت به هیدروگراف اولی نوشته شده است. حال اگر ارقام ستون ۵و۶ را جمع کنیم و در ستون ۷ بنویسیم هیدروگراف دو ساعته‌ای به دست می‌آید که از جمع دو هیدروگراف یک ساعته حاصل شده است. ارتفاع رواناب در این هیدروگراف جدید، حاصل جمع ارتفاع دو هیدروگراف واحد قبل است.

این دو هیدروگراف جمعا ۲۰ mm رواناب دارند که یک واحد (۱۰ mm) آن از هیدروگراف اول و یک واحد دیگر از هیدروگراف دوم تامین شده است. پس با تقسیم بر ۲ ارقام این هیدروگراف، هیدروگراف واحد دو ساعته‌ای به دست می‌آید که رواناب حاصل از آن یک واحد (۱۰ mm) است. ارقام ستون ۸ جدول زیر هیدروگراف واحد دو ساعته‌ای حاصل از هیدروگراف واحد یک ساعته است. نمودار ۶-۳ روش استخراج هیدروگراف بلند مدت (۲ ساعته) از هیدروگراف کوتاه مدت (یک ساعته) را به صورت نموداری نشان می دهد. با انجام ترکیبات مختلف می‌توان انواع هیدروگراف‌های واحد را ساخت. مثلا با داشتن هیدروگراف واحد یک ساعته می‌توان سه تای آن ها را که هر کدام نسبت به قبلی یک ساعت تاخیر داشته باشد، نوشته و سپس مجموع آن ها را بر سه تقسیم کرده تا هیدروگراف واحد سه ساعته حوضه به دست آید.

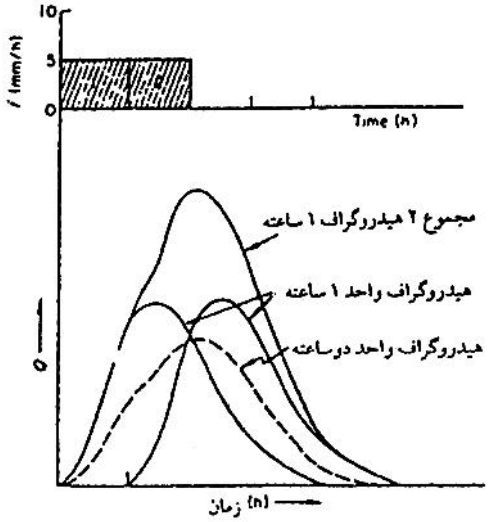
جدول ۶-۶ طریقه استخراج هیدروگراف واحد دوساعته از هیدروگراف یک ساعته

1	2	3	4	5	6	7	8
زمان ساعت	رواناب کل متر مکعب در ثانیه	دبی پایه متر مکعب در ثانیه	رواناب مستقیم یا بارش مازاد مترمکعب درثانیه	عرض هیدروگراف واحد ۱/۴:(۴)	هیدروگراف واحد با یک ساعت تاخیر	جمع ستونهای ۵و۶ (۶)+ (۵)	عرض هیدروگراف واحد دو ساعته ۲:(۷)
1	110	110	0	0		0	0
2	122	122	0	0	0	0	0
3	230	120	110	78.7	0	78.7	39.3
4	578	118	460	328	78.7	406.7	203.3
5	645	115	530	379	328	707	353.5
6	434	114	320	229	379	608	304
7	293	113	180	129	229	358	179
8	202	112	90	64.2	129	193.2	96.6
9	160	110	50	35.7	64.2	99.9	49.9
10	117	105	12	8.6	35.7	44.3	22.1
11	90	90	0	0	8.6	8.6	4.3
12	80	80	0	0	0	0	0
					0	0	0

ب- استخراج هیدروگراف واحد کوتاه مدت از یک هیدروگراف واحد بلند مدت: در تبدیل یک هیدروگراف واحد بلند مدت به کوتاه مدت از روش منحنی S استفاده می‌شود. یعنی ابتدا هیدروگراف منحنی S را ساخته سپس به مدت

مورد نظر تبدیل می شود. اگر هیدروگراف واحد t ساعته‌ای را داشته باشیم و فرض شود که پس از پایان t ساعت، بارش مشابه دیگری به همان مدت t ساعت ببارد و باز پس از تمام شدن آن، بارش مشابه دیگری آغاز شود هیدروگراف‌های واحد این بارش ها نیز با تاخیر، بطورمشابه تکرار خواهند شد که اگر با همدیگر جمع شوند سرانجام دبی ثابت خواهد شد. در واقع مثل این است که بارشی با شدت یکسان بطور دائم روی دهد. برای مثال، جدول ۶-۷ هیدروگراف واحد بارش ۴ ساعته‌ای و دبی آن در زمان های مختلف در ستون دوم نوشته شده است (m^3/s). بارش مشابهی که پس از پایان این بارش شروع شود هیدروگراف مشابهی با ۴ ساعت تاخیر ایجاد خواهد کرد که در ستون ۳ مقادیر مربوط به آن با ۴ ساعت تاخیر نوشته شده است. به همین ترتیب بارش های دیگری که هر کدام با ۴ ساعت تاخیر می‌بارند، دبی‌های آن ها نیز با ۴ ساعت تاخیر نسبت به هم تکرار می‌شود. مجموع این هیدروگراف‌ها، هیدروگراف مجموع یا S را تشکیل داده که در ستون ۸ جدول آمده است. دیده می‌شود در این ستون دبی در حد ۲۰۷ m^3/s باقی مانده است.

اگر زمان پایه هیدروگراف واحد t ساعته T ساعت باشد، در برآورد هیدروگراف S باید حداقل تعداد T/t بار (اینجا $21/4 = 5$) هیدروگراف واحد با هم جمع تا هیدروگراف مجموع بدست آید. یعنی، با داشتن هیدروگراف واحد t ساعته (با زمان T)، باید حداقل تعداد T/t هیدروگراف واحد با زمان تاخیر t ساعت با هم جمع شود تا دبی ثابت شود (نمودار ۴).



نمودار ۶-۳ طرز تهیه هیدروگراف واحد ۲ ساعته از هیدروگراف واحد ۱ ساعته

اگر هدف ساختن مثلا هیدروگراف واحد ۳ ساعته از یک هیدروگراف واحد ۴ ساعته باشد (که منحنی مجموع آن آماده است)، هیدروگراف S یا ستون ۸ جدول ۶-۷ با سه ساعت تاخیر تکرار می‌شود (ستون ۹). پس از آن ستون ۹ از ستون ۸ کسر می‌شود تا ارقام ستون ۱۰ که تفاضل آن هاست حاصل شود. ارقام ستون ۱۰ رواناب حاصل از سه ساعت بارش است. ولی چون ستون ۱۰ حاصل تفاضل دو ستون ۹ و ۸ است (هر کدام در مدت ۴ ساعت یک cm رواناب تولید می‌کردند) اگر

هدف تولید همان ۱۰ میلی متر رواناب باشد، باید ارقام هیدروگراف ستون ۱۰ در مدت ۳ ساعت در 4/3 ضرب شود. ستون ۱۱ حاصل ضرب ارقام ستون ۱۰ در 4/3 است که هیدروگراف واحد ۳ ساعته حوضه بشمار می رود. این هیدروگراف واحد ۳ ساعته در واقع از هیدروگراف واحد ۴ ساعته حاصل شده است. طرز استخراج هیدروگراف واحد کوتاه مدت از هیدروگراف واحد بلند مدت در نمودار ۶-۴ به صورت ترسیمی نیز آمده است. حال اگر ارقام ستون ۹ بجای این که با ۳ ساعت تاخیر تکرار شود با ۵ ساعت تاخیر تکرار شود و ارقام ستون ۱۰ که تفاضل هیدروگراف مجموع با ۵ ساعت تاخیر است در 4/5 ضرب می‌شد هیدروگراف واحد ۵ ساعته بدست می‌آمد. در واقع از هیدروگراف مجموع می‌توان هم هیدروگراف بلند مدت‌تر و هم هیدروگراف کوتاه مدت تر ساخت. زیرا به هر تعداد ساعت می‌توان ستون ۹ را تشکیل داد.

جدول ۶-۷ تهیه هیدروگراف واحد کوتاه مدت از هیدروگراف واحد بلند

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
زمان از شروع هیدروگراف h	دبی هیدروگراف m^3/sec	دبی هیدروگراف با ۳ ساعت تاخیر	دبی هیدروگراف با ۲×۲ ساعت تاخیر	دبی هیدروگراف با ۳×۲ ساعت تاخیر	دبی هیدروگراف با ۴×۲ ساعت تاخیر	دبی هیدروگراف با ۵×۲ ساعت تاخیر	هیدروگراف مجموع ستونهای ۲ تا ۷	هیدروگراف مجموع با ۵ ساعت تاخیر	تفاضل در هیدروگراف مجموع: تفاضل ستون ۸ و ۹	هیدروگراف واحد به ساعت ۳×۲ ستون ۱۰
0	0	-	-				0	-	0	0
1	6	-	-				6	-	6	8
2	36	-					36	-	36	48
3	66	-					66	0	66	88
4	91	0	-				91	6	85	112
5	106	6	-				112	36	76	101
6	93	36	-				129	66	63	84
7	79	66	-				145	91	54	72
8	68	91	0	-			159	112	47	63
9	58	106	6	-			170	129	41	55
10	49	93	36	-			178	145	22	44
11	41	79	66	-			186	159	27	26
12	34	68	91	0	-		192	170	23	31
13	27	58	106	6	-		197	178	19	25
14	23	49	93	36	-		201	186	15	20
15	17	41	79	66	-		203	193	10	13.5
16	13	34	68	91	0	-	206	197	9	12.5
17	9	27	58	106	6	-	206	201	5	6.5
18	6	23	49	93	36	-	207	203	4	5.5
19	3	17	41	79	66	-	206	206	0	0
20	1.5	13	34	68	91	0	207	206	0	
21	0	9	27	58	106	6	206	207	0	
		6	23	49	93	36	207	206	0	
		3	17	41	79	66	206	207		
		1.5	13	34	68	91	207	206		
		0	9	27	58	106	206	207		

ستون ۱- زمان بر حسب ساعت از شروع هیدروگراف واحد ۴ ساعته.

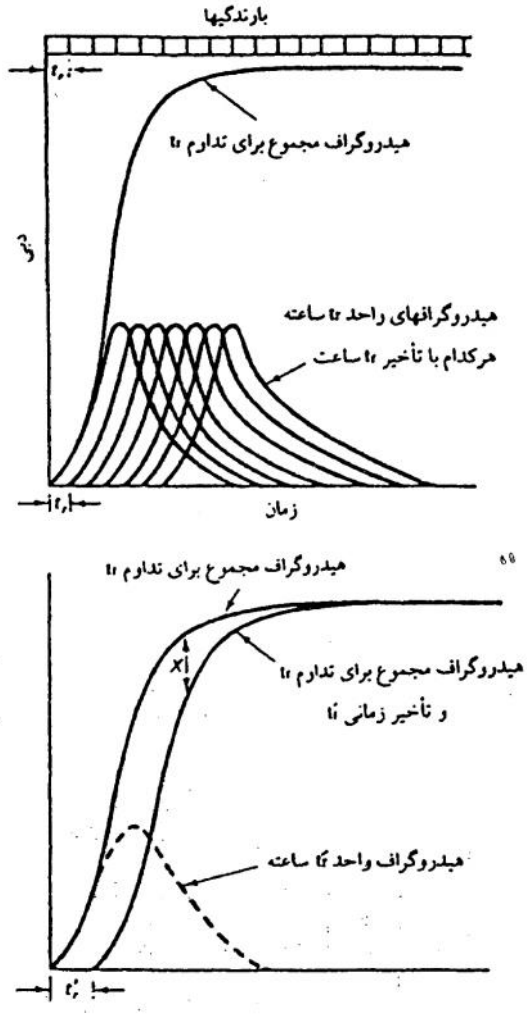
ستون ۲- دبی بر حسب متر مکعب در ثانیه در هیدروگراف واحد ۴ ساعته.

ستون ۳- تکرار دبی‌های هیدروگراف واحد ۴ ساعته با ۴ ساعت تاخیر نسبت به ستون ماقبل.

ستون ۴- تکرار دبی‌های هیدروگراف واحد ۴ ساعته با ۴ ساعت تاخیر نسبت به ستون ماقبل.

ستون ۵- تکرار دبی‌های هیدروگراف واحد ۴ ساعته با ۴ ساعت تاخیر نسبت به ستون ماقبل.

ستون ۶- تکرار دبی‌های هیدروگراف واحد ۴ ساعته با ۴ ساعت تاخیر نسبت به ستون ماقبل.
ستون ۷- تکرار دبی‌های هیدروگراف واحد ۴ ساعته با ۴ ساعت تاخیر نسبت به ستون ماقبل.
ستون ۸- هیدروگراف مجموع یا S، حاصل جمع هیدروگراف ستونهای ۲ تا ۷.
ستون ۹- هیدروگراف مجموع با سه ساعت تاخیر نسبت به ستون قبل.
ستون ۱۰- اختلاف ستون ۸و۹.
ستون ۱۱- حاصل ضرب ستون ۱۰ در $4/3$ که دبی هیدروگراف واحد سه ساعته است.



نمودار ۶-۴ هیدروگراف مجموع (S-curve)

بطور خلاصه برای ساختن هیدروگراف واحد t'_r ساعته از یک هیدروگراف واحد t_r ساعته به روش منحنی S، ابتدا چند هیدروگراف t_r ساعته را با زمان تاخیر t_r با یکدیگر جمع می‌کنیم تا پس از ثابت شدن دبی، منحنی S بدست آید. سپس منحنی S را با زمان تاخیر t'_r ترسم تا دو منحنی جداگانه مطابق نمودار ۶-۴ بدست آید. اگر اختلاف این دو منحنی را در هر یک از زمان های مربوطه در t_r / t'_r ضرب تا هیدروگراف حاصله هیدروگراف واحد t'_r ساعته باشد.

مثال ۶-۹: با هیدروگراف واحد ۲ ساعته حوضه ای جدول زیر، مطلوب است هیدروگراف واحد ۶ ساعته آن با منحنی S.

t (hr)	0	1	2	3	4	5	6
UH(m^3/s)	0	1.42	8.50	11.30	5.66	1.45	0

حل: با داشتن $t_r = 2\,hr$، هدف استخراج هیدروگراف واحد ۶ ساعته است $\left(t_r' = 6\,hr\right)$. برای ساخت هیدروگراف منحنی S لازم است ۳ هیدروگراف واحد ۲ ساعته با زمان تاخیر ۲ ساعت با هم جمع شود. زیرا $n = \frac{6\ hrs}{2\ hrs} = 3$.

ستونهای ۳ و ۴ جدول ۸ دو هیدروگراف مشابه ۲ ساعته هستند که هر کدام با زمان تاخیر ۲ ساعت نسبت به هیدروگراف اول (ستون ۲) رسم شده‌اند. مجموع هیدروگراف‌های ستونهای ۲، ۳و۴ در ستون ۵ نوشته شده است. دبی تقریبا در ۱۴.۱۶ متر مکعب در ثانیه ثابت می‌شود. اگر جمع کردن این هیدروگراف‌ها را ادامه می‌دادیم این رقم ثابت باقی می‌ماند. که در این ستون رقم ۱۴.۱۶ تکرار و نشان دهنده مجموع ثابت هیدروگراف‌ها است. حال ارقام ستون ۵ را با ۶ ساعت تاخیر تکرار می‌کنیم که نتیجه در ستون ۶ نوشته شده است. چنانچه ارقام ستون ۶ را از ستون ۵ کسر کنیم (ارقام ستون ۷) آنچه به دست می‌آید ابعاد هیدروگرافی است که از اختلاف دو هیدروگراف که هر کدام در مدت ۲ ساعت، یک واحد رواناب ایجاد کرده‌اند بدست آمده است و اگر بخواهیم این هیدروگراف در مدت ۶ ساعت یک واحد رواناب تولید کند باید ابعاد آن در عدد $2/6 = 0.333$ (دو ششم) ضرب شود $(t_r / t_r' = 2/6)$ (ارقام ستون ۸).

جدول ۸-۸ هیدروگراف مجموع و تبدیل هیدروگراف واحد ۲ ساعته به هیدروگراف واحد ۶ ساعته

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
(hr) t	2UH (m^3/s)	2UH (2hrs lag)	2UH (4hrs lag)	∑(2+3+4)	∑(2+3+4) (6hrs lag)	∑(5+6)	6UH
0	0			0		0	0
1	1.42			1.42		1.42	0.47
2	8.50	0		8.50		8.50	2.83
3	11.30	1.42		12.72		12.72	4.24
4	5.66	8.50	0	14.16		14.16	4.72
5	1.45	11.30	1.42	14.17		14.17	4.72
6	0	5.66	8.50	14.16	0	14.16	3.77
7		1.45	11.3	14.16	1.42	11.3	1.89
8		0	5.66	14.16	8.50	5.66	0.48
9			1.42	14.16	12.72	1.45	0
10			0	14.16	14.16	0	0
11					14.17	0	
12					14.16		
13					14.16		

ستون ۶: هیدروگراف مجموع که از جمع تعداد زیادی هیدروگراف با ۲ ساعت تاخیر بدست آمده است.

ستون ۷: هیدروگراف مجموع با ۶ ساعت تاخیر

فصل هفتم: کاربرد آمار و احتمالات در هیدرولوژی مهندسی

۷-۱ مقدمه

متغیرهای هیدرولوژیکی، تحت عنوان داده های هواشناسی (بارش، درجه حرارت، و...) و داده های جریان سطحی (دبی جریان رودخانه، اعم از دبی های کم یا زیاد یا سیلابی، رسوب و ...)، در گام های زمانی مختلف (لحظه ای، ساعتی، روزانه، ماهانه و ...) جمع آوری و ثبت می شوند. این کار در ایستگاه های هواشناسی (محل جمع آوری داده های هواشناسی) و هیدرومتری (محل جمع آوری داده های جریان سطحی)، شامل صدها و هزارها عدد مربوط به هر متغیر، انجام می گیرد. از این داده ها در طراحی سازه های آب استفاده می شود. همانگونه که در فصل های قبل بیان گردید، بسیاری از فرآیندهای هیدرولوژیکی، به دلیل پیچیدگی و نیز تعدد عوامل مؤثر بر آنان، دارای قوانین فیزیکی کاملاً شناخته شده ای نبوده و لذا تابع متغیرهای تصادفی (Random variable) یا شانسی (Chance) توصیف می شوند. به عبارت دیگر، متغیرهای تصادفی در هیدرولوژی معمولا متغیرهایی هستند که وقوع و مقدار آنها بستگی به بسیاری از عوامل دیگر دارد، که دارای فیزیک شناخته شده و کاملاً معینی (Determined) نیستند. لذا وقوع و مقدار آنان قابل پیش بینی دقیق نبوده و برای پیش بینی حدودی آن ها نیز، نیاز به آمار گذشتهٔ تاریخی آن ها و هم چنین شناخت عوامل مؤثر در وقوع آنان دارد. به عنوان مثال، دبی یک رودخانه در محل مشخصی از آن، که تحت شرایط کنترلی بالا دست نظیر سد نیست، ممکن است از روزی به روز دیگر و از یک ماه به ماه دیگر تغییر کند و در روزهای مشابه در سال های مختلف نیز یکسان نباشد. از این رو نمی توان دبی رودخانه مذکور را در دو سال آینده (مثلاً در ۲۰ خرداد ماه) حتی با داشتن آمار تاریخی قابل توجه پیش بینی نمود. هر چند از داده های تاریخی مربوط به دبی رودخانه (در یک محل معین) همراه با مشخصات حوضهٔ آبریز و نیز مقادیر داده های تاریخی بارش های گذشته می توان جهت پیش بینی مقدار دبی آن محل استفاده کرد، ولی مفهوم قطعی بودن نخواهد داشت. بدین ترتیب، از قوانین احتمالات و قوانین حاکم بر فرآیندها و متغیر های هیدرولوژی کمک گرفته می شود تا با دقت بیشتر یا اصطلاحاً احتمال بالاتر بتوان به میزان دبی که رخ خواهد داد، نزدیک شد.

از بین داده های تاریخی، که در برخی موارد ممکن است به هزاران داده اندازه گیری شده برسد، می توان ویژگی هایی را تجمیع و استخراج نمود (مانند ویژگی های آماری میانگین و انحراف معیار) که نشانگر تقریبی خواص کلیهٔ داده های اندازه گیری شده باشد. علم آمار و احتمالات کمک می کند تا هیدرولوژیست تمایل های مرکزی این اعداد و نیز میزان انحراف اعداد از این مقادیر مرکزی را به دست آورده و به جای کار با صدها و هزاران عدد، با چند عدد بیشتر سر و کار نداشته که

به نحوی کلیهٔ مشخصه های آن اعداد را در خود جای داده باشد. لذا علم آمار و احتمالات، کاربرد زیادی در هیدرولوژی مهندسی مربوط به فرآیندهای طراحی و بهره برداری از سیستم های منابع آب، نظیر مخازن سدها، سیستم های آبیاری، سیستم های آبرسانی شهری و مدیریت رودخانه ها دارد. هم چنین، پیش بینی وقوع شرایط حدی نظیر شرایط سیلابی و خشک سالی ها و تداوم آن ها تحت عنوان تحلیل فراوانی (Frequency analysis) متغیرهای تصادفی (Random variable) در هیدرولوژی مطرح می شود.

به طور کلی اعم کاربردهای آمار و احتمالات در هیدرولوژی مهندسی عبارت است از:

-تفسیر داده های مشاهداتی.

-مشخص نمودن توابع احتمالاتی برای فرآیندهای هیدرولوژیکی.

-استخراج مقادیر حدی، حداقل ها و حداکثرها، بر اساس داده های هیدرولوژیکی موجود.

-بیان و نمایش فشرده داده های هیدرولوژیکی به صورت عدد، جدول، نمودار و یا توابع ریاضی برای تصمیم گیری در طراحی و بهره برداری از سیستم های منابع آب.

بطورخلاصه، می توان گفت که هدف از کاربرد علم آمار و احتمالات در هیدرولوژی این است که با استفاده از داده های تاریخی یا اندازه گیری شده قبلی، بتوان وضعیت آینده را پیش بینی کرد.

در این فصل ابتدا ضمن بیان مفاهیم اولیهٔ احتمال، انواع متغیرهای تصادفی و مشخصه های آماری آن ها مطرح و سپس انواع توابع احتمالاتی معرفی می شود. در ادامه به بحث قابلیت اعتماد تحلیل های آماری، روش های تحلیل نکویی برازش توابع احتمالاتی، بر اساس داده های تاریخی، پرداخته می شود. لازم به توضیح است که این فصل و فصل بعدی مقدمه ای بر شاخهٔ خاصی از هیدرولوژی به نام هیدرولوژی استوکستیک (Stochastic hydrology) است که در آن به تحلیل سری های زمانی، بر اساس دو مؤلفهٔ آماری و احتمالی، پرداخته می شود. در این رابطه می توان به کتب تخصصی مربوطه با عنوان "تحلیل سری های زمانی" مراجعه شود. توجه شود در این دو فصل نیز بیشتر از کلمه "مشاهدات" بجای "داده های تاریخی، ثبت شده و یا اندازه گیری شده" استفاده می شود. هم چنین بیشتر از کلمه "پیش بینی" به عنوان نتایج حاصل از مدل سازی ها ، استخراج معادلات، و بطورکلی اعداد محاسبه شده از فرمول های ریاضی استفاده می شود.

۲-۷ مفاهیم مقدماتی احتمال

نتیجهٔ پرتاب یک سکه روی زمین دو حالت شیر یا خط است، این دو حالت را که نتیجهٔ یک مشاهده یا واقعه است را پیشامد (Outcome) یا نقاط (Sample Points) نمونه ای گویند، لذا در پرتاب یک سکه دو پیشامد شیر یا خط وجود دارد.

یک واقعه (Event) به عنوان مجموعه ای از پیشامدها تعریف می شود. به عنوان مثال اگر پرتاب هم زمان دو سکه را در نظر بگیریم، می تواند ترکیبی از حالت های شیر (H) یا خط (T) به صورت (H,T)، (H,H)، (T,H)، (T,T) اتفاق بیافتد، که به عنوان واقعه ای که دارای مجموعه ای از پیشامدهاست مطرح می شود.

اگر فرض شود A و B دو واقعه باشند، آن گاه $A \cup B$ نشانگر این است که حداقل یکی از وقایع A یا B اتفاق افتاده باشد، یعنی این که یا A اتفاق افتاده و B اتفاق نیفتاده، یا B اتفاق افتاده و A اتفاق نیافتاده و یا این که هر دو A و B اتفاق افتاده اند. هم چنین $A \cap B$ نشانگر این است که هم واقعهٔ Aو هم واقعه B رویداده افتاده باشد.

احتمال (Probability) به مفهوم وقوع یک رخ داد در میان مجموعه ای از حالت های مختلف است و برابر با نسبت تعداد حالت های مورد نظر واقعه به کل تعداد حالت های ممکن است، که همهٔ این حالت ها دارای شرایط وقوع یکسانند. به عنوان مثال در پرتاب سکه، احتمال این که شیر بیاید $\frac{۱}{۲}$ و نیز احتمال این که خط $\frac{۱}{۲}$ بیاید است.

قوانین احتمال در واقع پایه ای برای مطالعات آماری است. تخمین احتمال از داده های مشاهداتی به عنوان فراوانی نسبی (Relative frequency) مطرح می شود. لذا اگر یک واقعه $n_۱$ بار در طول N بار تکرار اتفاق بیافتد، لذا مقدار n_1 به عنوان فراوانی مطلق (Absolute frequency) و نسبت $\frac{n_1}{N}$ فراوانی نسبی است، لذا:

احتمال = (فراوانی نسبی) $\lim_{N\to\infty}$

یعنی اگر بخشی از جامعه به عنوان حالت های مشاهداتی در نظر گرفته شود به آن فراوانی نسبی گویند، ولی اگر کل جامعه در نظر گرفته شود، آن گاه مفهوم احتمال به کار می رود.

به طور خلاصه قوانین احتمال که به راحتی می توان از آزمایش پرتاب سکه آن ها را درک نمود، عبارتند از:

احتمال وقوع یک حادثه، نا منفی و همواره کمتر از یک است. لذا اگر $X_۱$ یک رخداد باشد، آنگاه:

$$0 \le P(X_1) \le 1 \qquad (۱-۷)$$

۱- مجموع احتمالات کلیهٔ حالت های ممکن یک پیشامد همواره یک است.

$$\sum_{i=1}^{N} P(X_i)=1 \qquad (۲-۷)$$

۲- احتمال وقوع یکی از دو پیشامد مستقل (Independent events)، برابر با مجموع احتمالات آنهاست:

$$P(X_1 U X_2)=P(X_1)+P(X_2) \qquad (۳-۷)$$

پیشامدهای مستقل، رخدادهایی است که وقوع یکی به دیگری بستگی نداشته باشد. به عنوان مثال وقوع شیر در پرتاب بار دوم سکه بستگی به پیشامد پرتاب در حالت اول آن ندارد.

۳- احتمال این که دو پیشامد مستقل به طور هم زمان یا پشت سر هم اتفاق بیافتد، برابر با حاصل ضرب احتمال مجزای هر یک است:

$$P(X_1 \cap X_2)=P(X_1)\times P(X_2) \qquad (۴-۷)$$

۴- قانون کلی احتمالات برای انواع پیشامدها عبارت است از:

$$P(X_1 \cup X_2)=P(X_1)+P(X_2)-P(X_1 \cap X_2) \qquad (۵-۷)$$

۵- احتمال شرطی یعنی احتمال وقوع X_1 اگر X_2 اتفاق افتاده باشد، برابر است با:

$$P(X_1/X_2)=\frac{P(X_1 \cap X_2)}{P(X_2)} \qquad (۶-۷)$$

و لذا اگر پیشامدها مستقل باشند، آنگاه بر اساس رابطهٔ (۷-۴) داریم.

$$P(X_1 / X_2) = P(X_1) \qquad (۷-۷)$$

مثال ۷-۱: وقوع سیلاب در رودخانه ای، دارای فراوانی نسبی ۰/۲ و از کار افتادن نیروگاه برقابی بر روی این رودخانه، دارای فراوانی نسبی ۰/۳ است. به تجربه مشاهده شده که احتمال این که در مواقع سیلابی، نیروگاه نیز از کار افتد ۰/۵ است. مطلوب است محاسبهٔ فراوانی های نسبی در حالتی که الف) به طور هم زمان سیلاب و از کار افتادن نیروگاه برقابی روی دهد و ب) فراوانی نسبی این که یا رودخانه سیلابی شود و یا نیروگاه از کار افتد.

حل:

$P(F)$ = فراوانی نسبی سیلابی شدن رودخانه $=0.2$

$P(P)$ = فراوانی نسبی از کار افتادن نیروگاه $=0.3$

$P(P/F) = 0.5$

لذا بر اساس رابطهٔ (۷-۶) داریم: $P(F \cap P) = P(F)\times P(P / F) = 0.2\times 0.5 = 0.1$

یعنی فراوانی نسبی این که به طور هم زمان هم رودخانه در شرایط سیلابی قرار گیرد و هم نیروگاه از کار بیافتد ۱۰ درصد است. هم چنین بر اساس رابطهٔ (۷-۵) داریم:

$P(FUP)=P(F)+P(P)-P(F \cap P)=0.2+0.3-0.1=0.4$

یعنی فراوانی نسبی این که یا رودخانه سیلابی شود و یا نیروگاه از کار افتد ۴۰ درصد است.