محاسبه اندازه حرکت جریان یک سیال در حالت دائمی حجم کنترلی به صورت زیر در نظر می گیریم :

مقدار اندازه حرکت با تغییر میزان و جهت سرعت سیال تغییر می کند . از فرض جریان دائمی نتیجه می شود که کلیه شرایط نسبت به زمان ثابت است . همچنین سرعت در تمام نقاط سطح مقطع به صورت یکنواخت وجود خواهد داشت . بعد از زمان δt سیال از وضعیت ABCD به A'B'C'D' تغییر می کند . با استفاده از تعریف سرعت $\left(V=\frac{x}{t}\right)$ داریم :

AA'فاصله $= V_1 \partial t$

CC''فاصله $= V_2 \partial t$

با توجه به اینکه جرم سیال بدون تغییر باقی می ماند بنابراین :جرمی که قبلاً حجم AA'BB' را اشغال کرده است =جرمی که حجم CC'DD' را در حال حاضر اشغال می کند

$$\rho_1 A_2 V_2 \delta t = \rho_1 A_1 V_1 \delta t$$

اندازه حرکت سیال در اثر تغییر وضعیت ABCD به A'B'C'D' تغییر خواهد کرد و این تغییرات در اثر اضافه شدن سیال CC'DD' با سرعت V_2 و کم شدن سیال AA'BB' با سرعت V_1 بوجود می آید . بنابراین کاهش ممنتم (اندازه حرکت) سیال در –افزایش ممنتم (اندازه حرکت) سیال در اثر –تغییرات حرکت سیال ABCD در زمان δt

سرعت xجرم=اندازه حرکت سیال

$CC'DD'$اندازه حرکت سیال $= \rho_2 A_2 V_2 \delta t \times V_2 = \rho_2 A_2 V_2^2 \delta t$

$AA'BB'$سیال حرکت اندازه $= \rho_1 A_1 V_1^2 \delta t$

δtتغییرات اندازه حرکت سیال بین AB و CD در اثر زمان $= \rho_2 A_2 V_1^2 \delta t$

δt تقسیم رابطه بر CD و AB : با نسبت تغییر اندازه حرکت سیال بین $= \rho_2 A_2 V_2^2 \delta t$

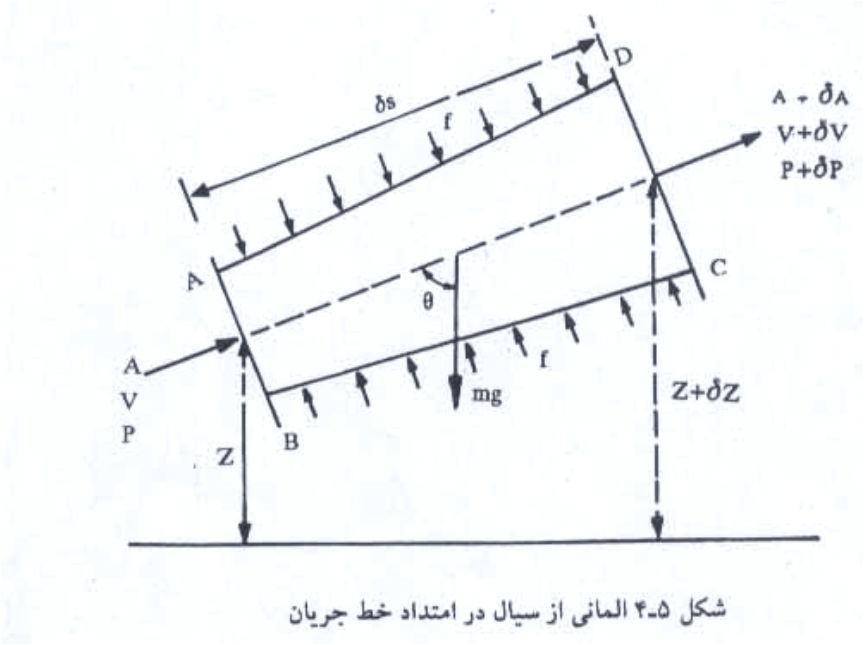
با توجه به رابطه پیوستگی سیال داریم :جرمی که در واحد زمان از CD می گذرد = جرمی که در واحد زمان از AB می گذرد بنابراین :تغییر سرعت x جرم سیالی که در واحد زمان می گذرد=$m\ (V_2-V_1)$ = نسبت تغییر اندازه حرکت سیال بین AB و CDافزایش اندازه حرکت در واحد زمان در امتداد حرکت بوده و بر طبق قانون نیوتن نیروی وارده برابر است با :

$$F = m(V_2 - V_1)$$

4-3) معادله حرکت اولر در امتداد خطوط جریان

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

حجم کنترل را به صورت المان بسیار کوچکی از سیال در امتداد خط جریان S و با سطح مقطع δA و طول δS در نظر می گیریم .



شکل ۵-۴ المانی از سیال در امتداد خط جریان

با فرض اینکه تنش های برشی ناشی از لزجت وجود نداشته باشد ، نیروهای موجود که بر حجم منترل وارد می شود عبارتند از : نیروی وزن و نیروهای فشار در سطح مقطع ها به عبارت دیگر سیال اطراف این المان فشاری برابر f را به طور عمودی بر اضلاع جانبی آن وارد می نماید و وزن المان mg نیز به طور عمودی اثر می کند که با محور مرکزی المان زاویه ای برابر θ ایجاد می کند .

دبي جرمي در واحد زمان : $m = \rho AV$

افزايش ممنتم در طول δS $= \rho AV[(V+\delta V)-V] = \rho AV\delta V$

نیروهایی که باعث این افزایش ممنتم می شوند عبارتند از :

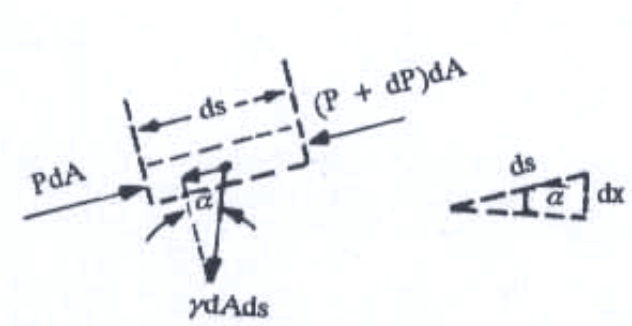
1-نیرو در اثر فشار P در جهت جریان یعنی PA

2-نیرو در اثر فشار $P+\delta P$ در خلاف جریان یعنی $(P+\delta P)(A+\delta A)$

3-نیرو در اثر فشار f در جهت حرکت جریان یعنی $f\delta A$

4-نیرو در اثر وزن المان در جهت خلاف جریان یعنی $mgCos\theta$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



شکل ۶ـ۴ تعیین رابطه برنولی

بنابراین برآیند نیروها در جهت جریان عبارتست از :

$$\sum_S F = PA-(P+\delta P)(A+\delta A)+ f\delta A - mgCos\theta$$

$$\text{وزن المان} = mg = \rho g(A+\frac{1}{2}\delta A)\delta S$$

المان را به صورت ذوزنقه ABCD در نظر می گیریم بنابراین حجم آن برابر است با :

$$\frac{[A+(A+\delta A)]}{2}\times\delta S = (A+\frac{1}{2\delta A})\times\delta S$$

از طرفی $Cos\theta = \frac{\delta z}{\delta s}$ و با توجه به اینکه از حاصلضرب مقادیر بسیار کوچک صرف نظر می کنیم ، داریم :

$$\sum F_S = -A\delta P - \rho g A\delta z$$

از قانون دوم نیوتن و با مساوی وقرار دان اندازه حرکت و برایند نیروها داریم :

$$\rho AV\beta\delta V = -A\delta P - \rho g A\delta z$$

با تقسیم طرفین بر $\rho A\delta s$ داریم :

$$\frac{1}{\rho}\frac{\delta P}{\delta s}+V\frac{\delta V}{\delta s}+g\frac{\delta z}{\delta s}=0$$

و اگر $\delta s \to 0$ و s تنها متغییر مستقل باشد می توان دیفرانسیل جزیی را به دیفرانسیل کلی تبدیل کرد .

بنابراین :

$$\frac{1}{\rho}\frac{dP}{ds}+V\frac{dV}{ds}+g\frac{dz}{ds}=0 \quad \text{و یا} \quad \frac{dp}{\rho}+VdV+gdz=0$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

این معادله ، معادله حرکت اولر بوده ورابطه بین سرعت ، فشار ، ارتفاع و جرم مخصوص را در یک جریان یکنواخت نشان می دهد .

4-4)معادله برنولی

در صورت مشخص بودن رابطه بین P و ρ می توانیم از معادله اولر انتگرال گیری کنیم . فرض اینکه سیال تراکم ناپذیر باشد ، بنابراین :

$$\int(\frac{dp}{\rho}+VdV+gdz)=\frac{P}{\rho}+\frac{V^2}{2}+gZ=\text{ثابت}$$

این مقدار ثابت را ثابت برنولی و این معادله برنولی و این معادله را معادله برنولی گویند . و با تقسیم این معادله بر g داریم :

$$\frac{P}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}+Z=\text{ثابت}$$

اگر بین دو نقطه سیال تراکم نا پذیر بخواهیم معادله برنولی را بنویسیم و (با توجه به $\gamma=\rho g$ و ثابت بودن ρ,γ) داریم :

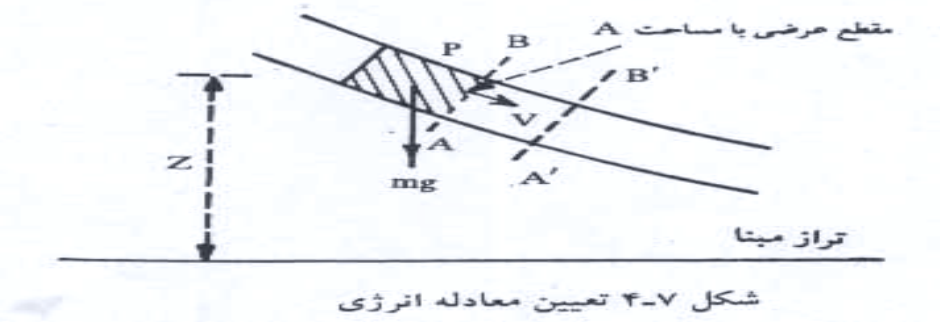
$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2 \quad \text{و یا} \quad \frac{P_1-P_2}{\gamma}+\frac{V_1^2+V_2^2}{2g}+(Z_1-Z_2)=0$$

اگر سیال تراکم پذیر باشد (مثلاً گازها) بایستی رابطه بین P و ρ را داشته باشیم بنابراین :

$$\int(\frac{dp}{\rho})+\frac{V^2}{2}+gz=cte=\text{ثابت}$$

4-5) معادله انرژی:

یک المان سیال را مطابق شکل (7-7) در نظر میگیریم که دارای انرژی پتانسشیل در اثر ارتفاع Z و انرژیجنبشی در اثر سرعت V می باشد .



شکل ۷-۴ تعیین معادله انرژی

باتوجه به معادله برنولی

برای المانی به جرم m داریم :

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

$$\frac{p}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}+gz=\text{ثابت}$$

هر یک از این عبارات معادله نمایانگر یک نوع انرژی است :

انرژی پتانسیل برای واحد جرم=gz(1)=انرژی پتانسیل $\Rightarrow$ mgz

انرژی جنبشی برای واحد جرم=$\frac{V^2}{2}$ (2)=انرژی جنبشی $\Rightarrow \frac{1}{2}mV^2$

جریان یک سیال به علت داشتن فشار کار انجام می دهد به عبارت دیگر نیروی حاصل از فشار در هر مقطع در اثر جریان سیال با مقطع حرکت کرده و در نتیجه کار انجام می دهد یعنی :

نیروی وارده بر مقطع AB=PA

با حرکت المان سیال به جرم m در جهت جریان سطح مقطع از AB به A'B' تبدیل می شود بنابراین حجم المان برابر است با : $\frac{m}{\rho}$ = حجم المان و با توجه به اینکه AL =حجم المان ، بنابراین :

$$L=AA'=\frac{m}{\rho}$$

و طبق تعریف کار (نیرو x جابجایی)داریم :

$$\text{کار انجام یافته} = \text{نیرو} \times \text{فاصله} L(AA') = PA\times\frac{m}{\rho A}=\frac{mP}{\rho}$$

$$\text{یافته برای واحد جرم} = \frac{P}{\rho} \qquad (3)$$

$\frac{P}{\rho}$ انرژی فشار می باشد که معادله کار جریان معروف است .بنابراین با مقایسه مقادیر (1) و (2) و (3) با معادله برنولی نتیجه می شود که عبارات معادله برنولی عبارتند از : انرژی جنبشی برای واحد جرم و انرژی پتانسیل برای واحد جرم که این مقادیر با مقدار ثابت کل انرژی برای واحد جرم برابر می باشد .با توجه به مطالب فوق و معادله برنولی مشخص می شود که برای یک جریان یکنواخت بدون اصطکاک در جهت جریان سیال ، کل انرژی بر واحد جرم از نقطه ای به نقطه دیگر ثابت می ماند .

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

هر یک از عبارات معادله برنولی دارای بعد طول می باشند و معمولاً آنها را به صورت : ارتفاع نظیر فشار یا ارتفاع استاتیکی ($\frac{P}{\gamma}$) ، ارتفاع نظیر سرعت ($\frac{V^2}{2g}$) ، ارتفاع نظیر انرژی پتانسیل Z و ارتفاع کل (H) می نامند .مقدار ($\frac{P}{\gamma}+z$) مجموع انرژی های پتانسیل بوده که به ارتفاع پتزومتریک (h) موسوم می باشد و مقدار آن بوسیله یک مانومتر اندازه گیری می شود .تا کنون در معادله انرژی فرض شده که هیچ انرژی بین نقاط 1 و 2 به سیال وارد و یا از سیال خارج نمی شود . حال با در نظر گرفتن انرژی ورودی یا خروجی سیستم و همچنین در نظر گرفتن افت ، معادله انرژی برای سیال تراکم ناپذیر به صورت زیر در می آید :

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1 \pm W_s=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+z+h_f$$

h_f: افت در مسیر از مقطع 1 تا 2 بر حسب ستون سیال

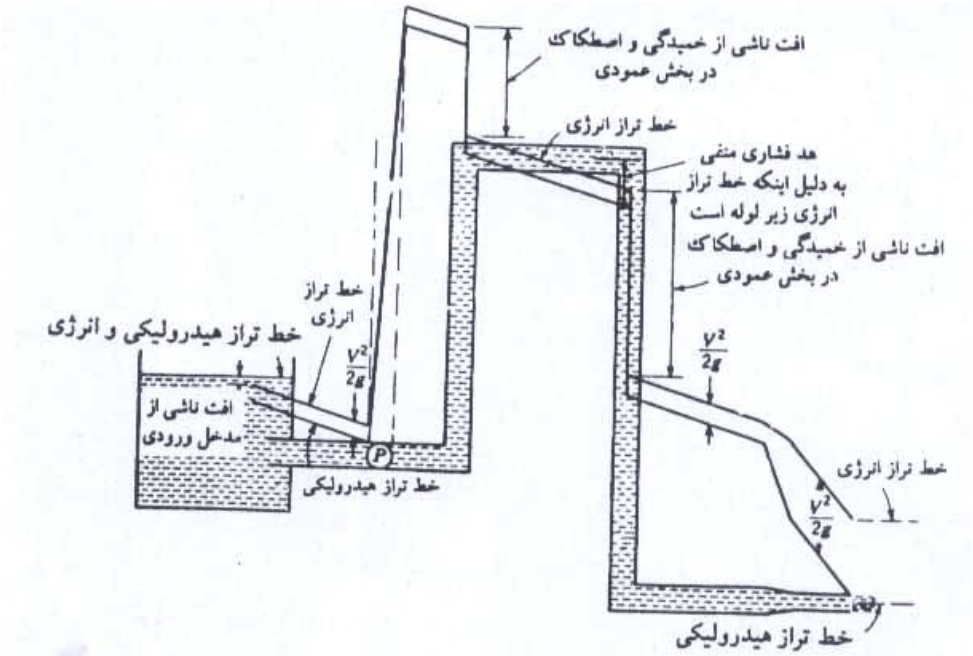
W: کار داده شده به سیال یا گرفته شده از سیال بر حسب ستون سیال

اگر در سر راه جریان از توربین استفاده شود W_s با علامت منفی (-) و اگر از پمپ استفاده شود W_s با علامت مثبت (+) به کار می رود .

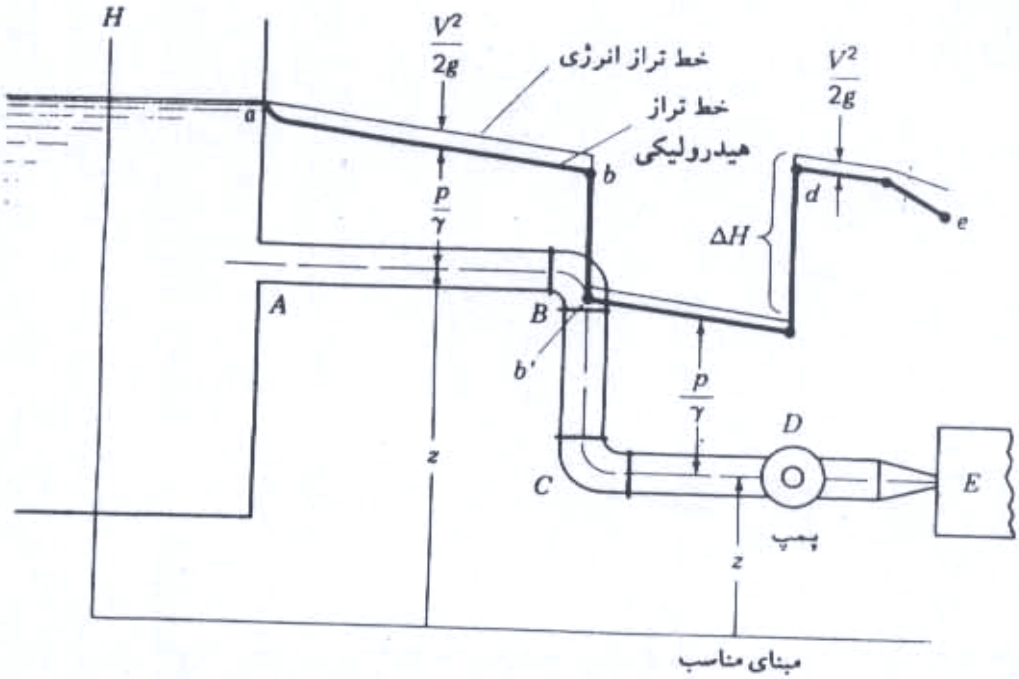
4-6) تغییرات انرژی در یک سیستم سیال (خط تراز و خط تراز هیدرولیکی)

با توجه به وجود اصطکاک (ناشی از اندازه و ناهمواری های مسیر جریان) ، تغییرات سطح (ناشی از شکل) و یا تغییر جهت حرکت ، سرعت و لزجت سیال ، انرژی در جهت حرکت سیال کاهش پیدا می کند . لذا برای اینکه کل انرژی بر واحد وزن ثابت باقی بماند بایستی توسط پمپ به سیستم انرژی داده شود . به طور کلی افت انرژی یا ارتفاع نظیر افت انرژی یک سیال با مجذور سرعت متناسب است که به صورت $h_f=K\frac{V^2}{2g}$ تعریف می شود . برای بررسی تغییرات انرژی و تعاریف خط تراز انرژی و خط تراز هیدرولیکی شکلهای (4-8) و (4-9) را در نظر می گیریم.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



شکل ۸ـ۴ خطوط تراز هیدرولیکی و انرژی



شکل ۹ـ۴ خطوط تراز هیدرولیکی و انرژی

معادله انرژی را در این شکل بررسی و تحلیل می کنیم :

حال در کلي : $\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+Z=$ ثابت

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)