$$\sum Fy = 0 \Rightarrow F_B = W \Rightarrow \gamma_f \times V_d = \gamma_s \times V \Rightarrow 1000 \times V_d = 6000 \times (2/5 \times 1/5 \times 6)$$
$$\Rightarrow V_d = 13/5 m^3$$
$$V_d = 6 \times 2/5 \times h \Rightarrow h = 0/9m \Rightarrow y = \frac{h}{2} = \frac{0/9}{2} = 0/45m$$

مثال :(14)

وزن یک جسم غوطه ور در آب ، 3 نیوتن و در روغن (S=0/8) ، 4 نیوتن است . حجم جسم و جرم مخصوص آن را تعیین کنید .

حل : با کمی دقت متوجه می شویم که منظور از وزن جسم در این مسئله ، وزن ظاهری آن است که تفاوت وزن حقیقی و نیروی شناوری می باشد . بنابراین خواهیم داشت :

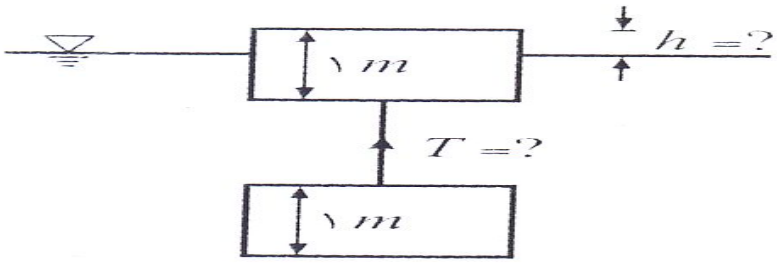
$$\begin{cases} W - F_{B(1)} = W_{(1')} \\ W - F_{B(2)} = W_{(2')} \end{cases} \Rightarrow F_{B(1)} - F_{B(2)} = \Delta W' \Rightarrow 10 \times 10^3 \times V = 4 - 3 \Rightarrow V = 0/0005 m^3$$
$$W - F_{B(1)} = W_{(1)} \Rightarrow \rho_s \times g \times V - \rho_W \times g \times V = 3$$
$$\rho_s \times 10 \times 0/0005 - 1000 \times 10 \times 0/0005 \Rightarrow \rho_s = 1/6 \times 10^3 Kg/m^3$$

مثال(16)

دو مکعب با حجم یکسان $1m^3$ ، یکی با چگالی 0/8 و دیگری با چگالی 1/1 با سیم کوتاهی به یکدیگر متصل شده و در آب قرار داده شده اند . مطلوب است ، تعیین ارتفاعی از مکعب سبک تر که بالای سطح آب قرار گرفته است . در این حالت نیروی کشش سیم چقدر خواهد بود ؟

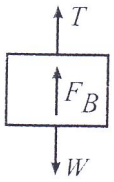
حل: اگر فرض کنیم که نحوه قرار گیری مجموعه مورد نظر در آب ، به شرح شکل مقابل باشد ، در آن صورت می توان نوشت :

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow W = F_B$$
$$1/1 \times \gamma_w \times 1 + 0/8 \times \gamma_w \times 1 = \gamma_w \times (1-h)$$
$$\Rightarrow h = 0/1m = 10cm$$

با رسم دیاگرام آزاد مکعب پایینی و نوشتن معادله تعادل در راستای قائم ، خواهیم داشت :

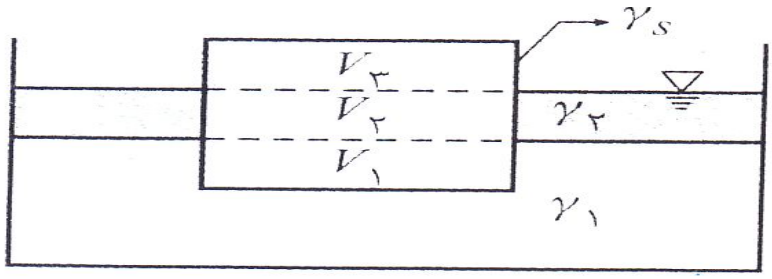


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T = W - F_B = 1/1 \times 10 \times 1 - 10 \times 1 = 1kN$$

نکته :

اگر جسمی مطابق شکل مقابل ، درون دو سیال غیر محلول قرار گرفته باشد ، در این حالت نیروی شناوری را می توان به صورت زیر به دست آورد :

(37-3)

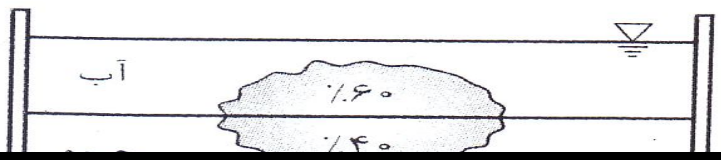


11-3)

مثال(17)

40 درصدحجم یک قطعه فلزی در داخل جیوه و مابقی آن درون آب مستغرق است . وزن مخصوص این قطعه فلزی را به دست اورید .(S_{Hg}=13/5).

حل : با توجه به این که وزن مخصوص جیوه از



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

وزن مخصوص آب بیشتر است ، بنابراین نحوه قرارگیری قطعه فلزی ، در داخل این دوسیال نامحلول ، به صورت زیر خواهد بود : در این حالت خواهیم داشت :

$$W = F_B = \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2 \Leftarrow \gamma_s \times V = 10 \times 0/6V + 13/5 \times 10 \times 0/4V \Rightarrow \gamma_s = 60KN/m^3$$

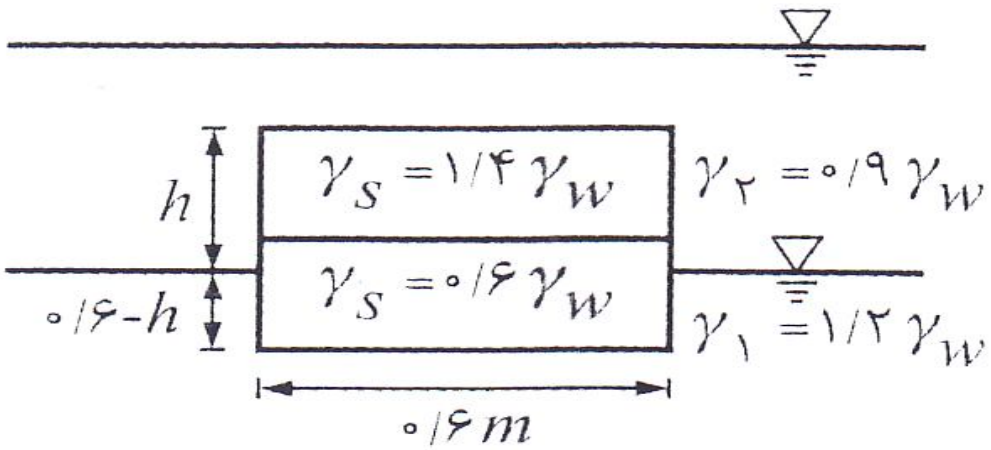
مثال(18)

طول ضلع یک مکعب 60cm است . چگالی نیمه بالایی مکعب 1/4 و چگالی نیمه پایینی آن 0/6 است . مکعب در مایعی به چگالی نسبی 0/9 قرار می گیرد . در زیر این مایع مایع دیگری به چگالی نسبی 1/2 وجود دارد . چه ارتفاعی از مکعب ، بالتر از سطح مشترک دو مایع خواهد بود ؟

حل : جسم مورد نظر در مایع بالایی ته نشین شده و در مایع زیرین ، غوطه ور می شود زیرا:

$$\gamma_{se} = \frac{(1/4\gamma_W)(\frac{V}{2}) + (0/6\gamma_W)(\frac{V}{2})}{V} = \gamma_W \Rightarrow 0/9\gamma_W < \gamma_{Se} < 1/2\gamma_W$$

حل با توجه به توضیحات مسئله ، نحوه قرارگیری مکعب در این دو سیال نامحلول را ترسیم می کنیم :



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

در ادامه با توجه به شکل ترسیم شده خواهیم داشت :

$$W = F_B = \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2 \Rightarrow (1/4\gamma_W)(0/6\times 0/6\times 0/3) + (0/6\gamma_W)(0/6\times 0/6\times 0/3) =$$
$$(1/2\gamma_W)\left[0/6\times 0/6\times (0/6-h)\right] + (0/9\times\gamma_W)[0/6\times 0/6\times h] \Rightarrow h = 0/4m$$

فصل چهارم

دینامیک سیالات

پس از بررسی سیستم ، حجم کنترل و سطح کنترل در فصل قبل حال به کاربردهای آنها مانند معادله پیوستگی ، معادله اندازه حرکت ، معادله حرکت اولر ، معادله برنولی ، معادله انرژی و ... می پردازیم .

4-1)معادلات پیوستگی

در فصل قبل به معادلات پیوستگی سه بعدی ، دو بعدی ، و یک بعدی اشاره گردید ولی با توجه به اهمیت ایمبحث در دینامیک سیال یک بار دیگر این معادلات را بررسی می یک حجم کنترل به صورت زیر را در نظر می گیریم .افزایش حجم جرم سیال حجمکنترل + جرم سیال خروجی از حجم کنترل =جرم سیال ورودی به حجم کنترل



شکل ۱-۴ حجم کنترل

با توجه به شکل (۱-۴) داریم:

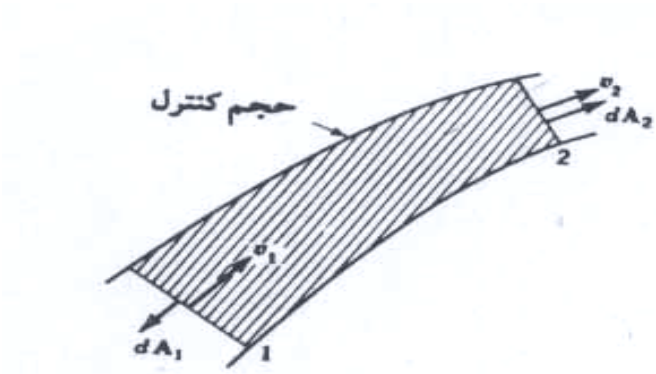
برای جریان دائمی با توجه به تعریف آن (ثابت ماندن جرم سیال داخل حجم کنترل) داریم :

جرم سیال خروجی ازحجم کنترل =جرم سیال ورودی به حجم کنترل

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

برای بررسی این موضوع حجم کنترلی را شامل لوله دارای سیالی با جریان یکنواخت در نظر می گیریم که از دیواره های آن هیچ جریانی به داخل یا خارج وجود نداشته باشد .

بر اساس قانون پیوستگی (که بر مبنای اصل بقای جرم است یعنی $\frac{dm}{dt}=0$) میزان افزایش جرم در حجم کنترل دقیقاً برابر با میزان ورود جرم خالص به داخل حجم کنترل است:



شکل ۲-۴ جریان یکنواخت در یک لوله جریان

$$\int_{C.s}\rho V.dA+\frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V}\rho d\forall=0\Rightarrow\int_{C.S}\rho V.dA=-\frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V}\rho d\forall$$

اگر سرعت متوسط در هر مقطع از سطح کنترل ، نمایانگر سرعت در آن مقطع باشد ، بنابراین می توان نوشت :

$$\sum_{i=1}^{n}\rho_i V_i A_i=-\frac{d}{dt}\int_{C.V}\rho d\forall$$

n: تعداد مقاطع ورودی و خروجی

در صورتی که جریا نیکنواخت باشد $\frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V}\rho d\forall$ برابر صفر خواهد بود بنا براین معادله پیوستگی در صورتی این حالت عبارتست از :

$$\int_{C.S}\rho V.dA=0$$

این رابطه نشان دهنده این است که جرم خالص خروجی از حجم کنترل برابر صفر است .در مقطع 1(با توجه به جهت بردارهای dA_1 و V_1) داریم : $\rho_1 V_1.dA_1=-\rho_1 V_1 dA_1$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

و در مقطع 2 داریم : $\rho_2 V_2 .dA_2 = -\rho_2 V_2 dA_2$ بنابراین : $\rho_1 V_1 dA_1 = \rho_2 V_2 dA_2$

در لوله های با سطح مقطع متغییر و استفاده از سرعت متوسط در این مقطع ها ، اگر ρ_1 چگالی متوسط در مقطع 1 و ρ_2 چگالی متوسط در مقطع 2 باشد ، بنا براین رابطه پیوستگی عبارتست از :

$m = \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 A_2 V_2 =$ ثابت مقداري

m : دبی جرمی

A_1, A_2 : سطح مقطع های لوله

V_1, V_2 : سرعت متوسط در مقاطع لوله

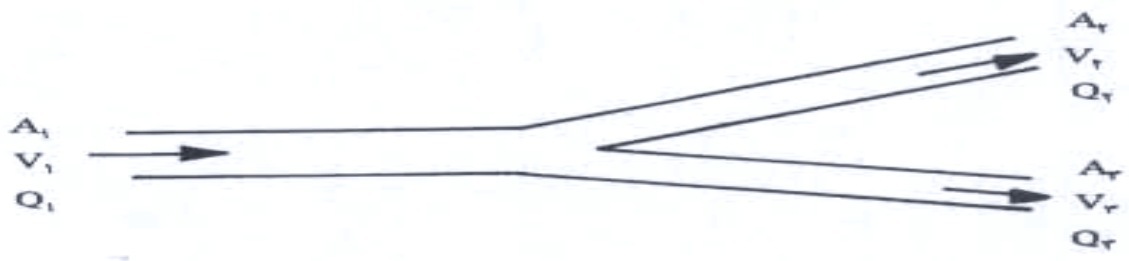
با توجه به اینکه $Q=AV$ است بنابراین :

$m = \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2$

و رابطه پیوستگی برای سیالات تراکم نا پذیر (ρ ثابت است) عبارتست از :

$Q = Q_1 = Q_2$ یا $A_1 V_1 = A_2 V_2$

از معادله پیوستگی برای تعیین دبی و سرعت در مقاطع مختلف یک سیستم و همچنین تعیین سرعت و دبی در اتصالات استفاده می شود .



شکل ۳ـ۴ معادله پیوستگی

و در این حالت :کل جریان خروجی از اتصال = کل جریان ورودی به اتصال

و به عبارت دیگر : $\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 + \rho_3 Q_3$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

و برای سیاللات تراکم ناپذیر (ثابت $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 =$) :

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \qquad \text{یا} \qquad A_1V_1 = A_2V_2 + A_3V_3$$

و در حالت کلی بایستی در هر اتصال $\sum_{i=1}^{n} \rho_i Q_i = 0$ باشد . جریان ورودی به اتصال را مثبت و جریان خروجی از اتصال را منفی در نظر می گیریم.

4-2) اندازه حرکت (ممنتم)

با توجه به اهمیت محاسبع نیروی وارده بر اجسام سخت را در اثر جریان سیال به بررسی اندازه حرکت (ممنتم) سیال می پردازیم.

بر طبق قانون دوم حرکت نیوتن ، برای یک سیستم نیروی وارده بر حجم کنترل برابر با مجموع افزایش ادازه خطی در حجم کنترل و مقدار خالص اندازه حرکت خروجی از حجم کنترل است بنابراین :

$$\sum F = \frac{d}{dt}(mV) = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho V d\forall + \int_{C.S} \rho V.V.dA$$

m : جرم ثابت درون سیستم

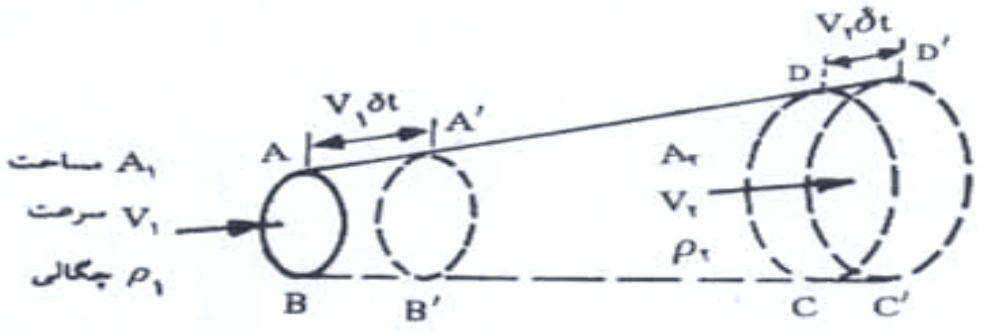
$\sum F$: مجموع نیروهای خارجی وارده بر سیستم (که شامل نیروهای درونی مثل وزن یز می باشد)

V : سرعت مرکز جرم سیستم

مقدار اندازه حرکت در مکانیک به صورت زیر تعریف می شود :

mV=اندازه حرکت (ممنتم)

برای



شکل ۴-۴ نسبت تغییرات ممنتم در حجم کنترل یک سیال

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)