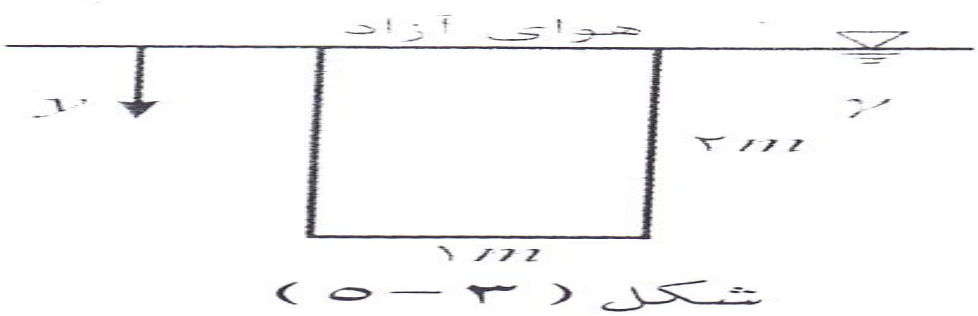
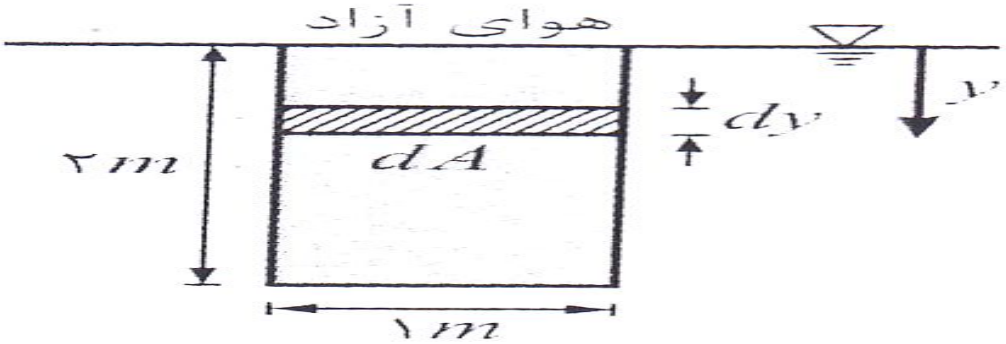


شکل (۳ — ۵)

حل : با در نظر گرفتن المان سطح (dA) مطابق شکل مقابل ،خواهیم داشت :

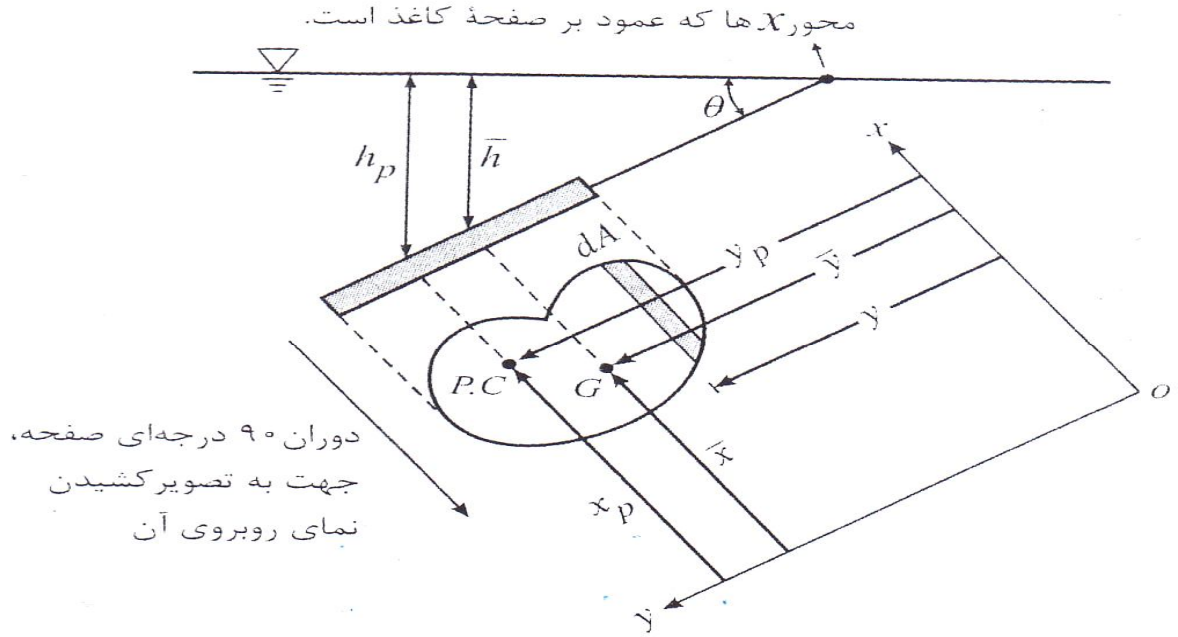


$$F = \int_A PdA = \int_0^2 (8000y + 450y^2) = 4000y^2 + 150y^3 \Big|_0^2 = 172000N$$

روش استفاده از فرمول

مطابق شکل (3-6) یک سطح تخت را که به طور مایل درون سیال ساکن قرار گرفته است ، در نظر می گیریم . اگر محور x ها را بر روی صفحه مستقر نماییم . آنگاه بافرض قرارگیری مبدأ مختصات بر روی سطح آزاد مایع ، می توان برآیند نیروهای هیدرواستاتیک وارد بر سطح فوقانی این صفحه را به صورت زیر به دست اورد .

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



شکل (۳-۶)

$$F = \int_A PdA = \int_A (\gamma y \sin\theta) dA = \gamma \sin\theta \int_A ydA$$

می دانیم $\bar{y} = \frac{\int ydA}{A}$ است ، بنابراین می توان نوشت :

$$F = \gamma \sin\theta \bar{y} A$$

و چون $\bar{h} = \bar{y}\sin\theta$ می باشد ، لذا به دست می آید :

$$F = \gamma \bar{h} A = P_G A \qquad (4\text{-}3)$$

در رابطه فوق ، $\bar{h}$ فاصله قائم مرکز سطح صفحه تا سطح آزاد مایع است و P_G فشار در مرکز سطح صفحه میباشد .

تذکر (1):

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

اگر در بالای صفحه تخت ، سطح آزاد مشخصی از یک نوع مایع وجود داشته باشد ، در آن صورت برای محاسبه F می توانیم از هر دو فرمول ذکر شده در رابطه (3-4) استفاده کنیم . اما چنانچه سطح آزاد مشخصی از یک نوع مایع نداشته باشیم ، در آن صورت بهتر است جهت محاسبه F ، از رابطه $F=P_GA$ استفاده نماییم .

تذکر (2):

برای محاسبه مرکز فشار ، می توان از روابط زیر استفاده کرد :

$$x_P = \bar{x} + \frac{\overline{I_{xy}}}{\bar{A}\bar{y}}, yp = \bar{y} + \frac{IG}{\bar{A}\bar{y}} \qquad (5\text{-}3)$$

در روابط فوق I_G گشتاور اینرسی سطح حول محور افقی (موازی محور x ها و سطح آزاد مایع) گذرنده از مرکز سطح صفحه است و همواره مثبت می باشد . $\bar{I}_{xy}$ حاصل ضرب اینرسی حول محورهای گذرنده از مرکز سطح (به موازات محور xها و y ها) است و می تواند مثبت ، منفی یا صفر باشد . A مساحت صفحه است و $\bar{x}$ و $\bar{y}$ نیز مختصات مرکز سطح اند .

تذکر (3):

اگر صفحه تحت حداقل نسبت به یکی از محورهای مذکور یعنی محور $x = \bar{x}$ با محور $y = \bar{y}$ متقارن باشد ، در آن صورت $\bar{I}_{xy}$ برابر صفر خواهد شد . در این حالت مرکز فشار روی محور $x = \bar{x}$ قرار می گیرد و $x_p = \bar{x}$ خواهد بود . در حالت کلی نیز چون $\bar{I}_{xy}$ هم می تواند مثبت باشد و هم منفی ، لذا مرکز فشار می تواند در هر یک از طرفین $x = \bar{x}$ قرار گیرد /. به عبارت دیگر X_P می تواند بزرگتر یا کوچکتر از $\bar{x}$ باشد .

تذکر (4) :

I_G همواره مثبت است بنابراین $y_p - \bar{y}$ همواره مثبت خواهد بود و لذا مرکز فشار همواره زیر زیر مرکز سطح قرار خواهد گرفت .

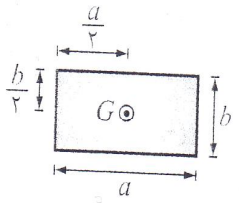
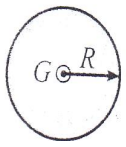
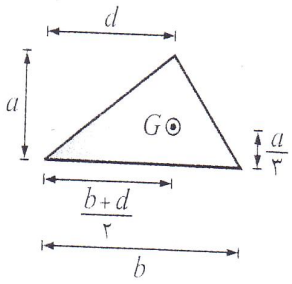
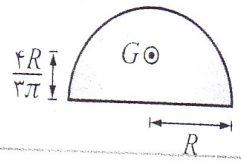
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

تذکر (5):

صفحه قائم ، صفحه مایلی است که در آن $\theta = 90$ است و چون مقدار نیروی هیدرواستاتیک مستقل از زاویه صفحه با سطح آزاد مایع است ، لذا تمام روابط به دست آمده در صفحه مایل برای صفحه قائم نیز به کار می رود .

تذکر(6):

از آن جایی که در محاسبه نیروی هیدرواستاتیک و تعیین مرکز فشار ، دانستن I_G،A،$\bar{I}_{xy}$ و مختصات مرکز سطح ضروری به نظر می رسد ، لذا با ارائه جدول زیر موارد فوق را در چند شکل خاص بررسی می کنیم :

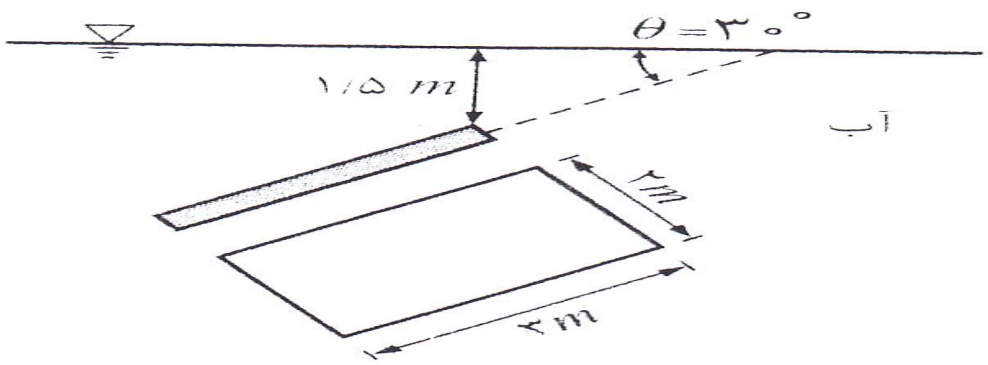
I_G	$\bar{I}_{xy}$	A	مشخصات مقطع / شکل مقطع
$\frac{۱}{۱۲}ab^{۳}$	۰	ab	
$\frac{۱}{۴}\pi R^{۴}$	۰	$\pi R^{۲}$	
$\frac{۱}{۳۶}ba^{۳}$	$\frac{۱}{۷۲}ba^{۲}(b-۲d)$	$\frac{۱}{۲}ab$	
۰/۱۰۹۸ $R^{۴}$	۰	$\frac{۱}{۲}\pi R^{۲}$	

مثال(5)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

با توجه به شکل ، نیروی وارد بر یک طرف سطح مستطیلی که از طرف آب بر آن اعمال می شود ، چند کیلونیوتن است ؟

$(\gamma = 10KN/m^3)$



شکل (۳ – ۷)

حل:

$$\bar{h} = 1/5 + 1/5 \times \sin 30 = 2/25m \qquad F = \gamma \bar{h} A = 10 \times 2025 \times 6 = 135KN$$

مثال(6)

در شکل مقابل نیروی وارده از آب به یک طرف حلقه قائم را محاسبه کنید.



شکل (۳ – ۸)

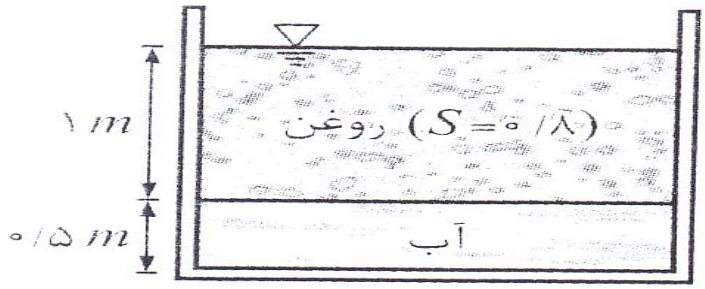
حل: مرکز سطح حلقه قائم در عمق 2 متری آب قرار دارد ، لذا خواهیم داشت :

$$F = \gamma \bar{h} A = 10 \times 2 \times \left[\Pi \times (1^2 - 0/5^2)\right] = 15\Pi KN$$

مثال(7)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مخزن شکل مقابل که محتوی آب و روغن است ، دارای قاعده ای مربعی به مساحت $4M^2$ می باشد . نیروی وارد بر دیواره قائم این مخزن را تعیین نمایید.



شکل (۳-۹)

حل:

$A = a^2 = 4m^2 \Rightarrow a = 2m$ (عرض دیواره قائم)

با محاسبه جداگانه نیروهای وارد شده بر دیوار ، از جانب روغن (F_1) و آب (F_2) خواهیم داشت :

$$F_1 = \gamma_1 \overline{h_1} A_1 (10 \times 0/8)(0/5)(2 \times 1) = 8KN$$

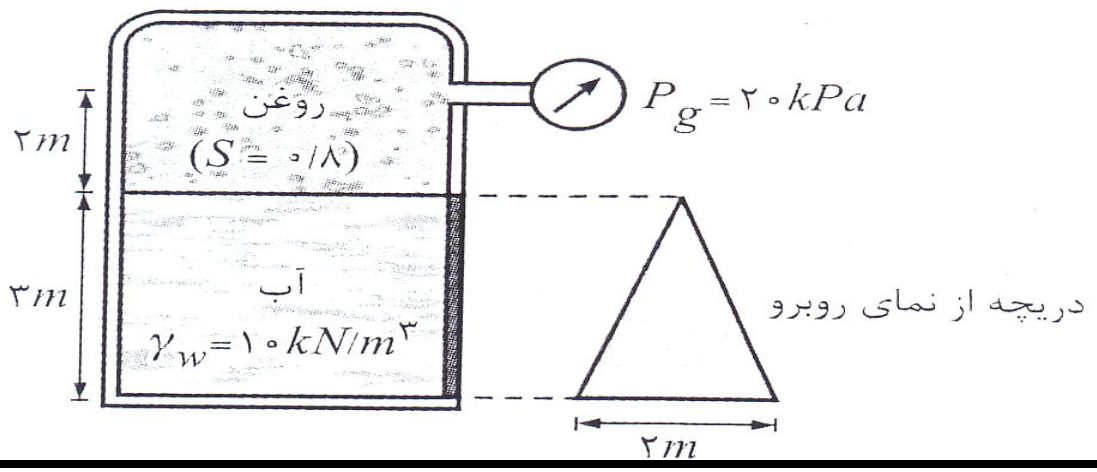
$$F_2 = P_G(2)A_2 = (10 \times 0/8 \times 1 + 10 \times 0/25) \times (2 \times 0/5) = 10/5KN$$

و در نهایت با جمع این دو نیرو ، به دست می آید :

$F=F_1+F_2=8+10/5=18/5KN$

مثال(8)

: در شکل روبرو نیروی هیدرواستاتیک که به دریچه مثلثی وارد می شود ، چقدر است ؟



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

حل :

ابتدا با استفاده از روش مانومتری محاسبه فشار ، فشار در مرکز سطح دریچه مثلثی (P_G) را که به فاصله $\frac{1}{3}$ ارتفاع مثلث از قاعده آن قرار دارد ، محاسبه میکنیم :

$$P_G - (10)(2) - (0/8\times 10)(2) = 20 \Rightarrow P_G 56KPa$$

سپس مقدار نیروی وارد بر دریچه ، به صورت زیر به دست می آید :

$$F = P_G A = (56)(\frac{3\times 2}{2}) = 168KN$$

نکته (1): اگر به جای $\bar{y}$، مقدار $\bar{h}$ را در اختیار داشته باشیم آنگاه می توانیم فاصله مرکز فشار تا سطح آزاد مایع (h_P) را به صورت زیر محاسبه نماییم :

$$(6\text{-}3)\quad y_P = \bar{y} + \frac{I_G}{A\bar{y}} \xrightarrow{\text{طرفین را در } \sin\theta \text{ ضرب می کنیم}} y_P \sin\theta = \bar{y}\sin\theta + \frac{I_G \sin^2\theta}{A\bar{y}\sin\theta}$$

$$= h_P = \bar{h} + \frac{I_G \sin^2\theta}{A\bar{h}}$$

لازم به ذکر است که در صفحات تخت قائم $\theta = 90^\circ$ و از آنجا $\sin\theta = 1$ خواهد بود ، لذا رابطه (6-3) برای صفحات قائم به صورت زیر در می آید :

$$h_P = \bar{h} + \frac{I_G}{A\bar{h}}$$

مثال (9)

برای سطوح قائم نشان داده شده در شکل ، نیروی وارد بر یک طرف سطح از طرف آب و نیز فاصله مرکز فشار تا سطح آزاد مایع را محاسبه نمایید .

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)