با فرض اینکه هیچ نیروی برشی وجود نداشته تا زمانی که سیال در حال سکون قرا رمی گیرد . بر آیند نیروها در هر جهت برابر صفر است بنابراین

$$\sin\theta = \frac{\delta y}{\delta s}$$

$$\cos\theta = \frac{\delta x}{\delta s}$$

نیرو در اثر فشار Px در جهت محور X : $= Px * SABEF = Px\delta y\delta Z$

نیرو در اثر فشار $P\gamma$ در جهت محور γ : $= p\gamma * SCDEF = Py.\delta y\delta Z$

نیرو در اثر فشار Ps جهت در محور x: $= -(Ps * \delta ABCD)\sin\theta = -Ps\delta s\delta z\frac{\delta\gamma}{\delta s} = -Ps\delta r\delta z$

نیرو در اثر فشار Ps در جهت محور γ : $= -(Ps * \delta ABCD)\cos\theta = -Ps\delta s\delta z\frac{\delta x}{\delta s} = -Ps\delta x\delta z$

چون δx و

الان وزن $= -\rho g \times \frac{1}{2}\delta x\delta\gamma\delta z$

$$\Sigma fx = 0 \rightarrow Px\delta\gamma\delta z - Ps\delta\gamma\delta z = 0 \Rightarrow Px = Ps$$

$$\Sigma fy = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}Py\delta x\delta y\delta z + Py\delta x\delta z - Ps\delta x\delta z = 0$$

δy و δz به سمت صفر میل می کند (المان به عنوان نقطه در نظر گرفته شده است) بنابراین حاصلضرب $\upsilon x\delta y\delta z$ بسیار کوچک و قابل صرف نظر کردن است .

$$Py = Ps$$

با مقایسه این دو معادله نتیجه می گیریم :

$$Px = Py = Ps$$

از معادله $P_x=P_y=P_s$

نتیجه می گیریم چون P_s فشار وارد بر صفحه ای با زاویه ای با زاویه θ و x و y محورهایی هستند که در جهت یک محور مشخص انتخاب نشده اند بنابراین نشان می دهد که فشارهای وارد بر یک نقطه در تمام جهات یکسان است . **که این قانون به قانون پاسکال برای سیالات در حال سکون معروف است** (المان خیلی کوچک در اندازه یک نقطه در نظر گرفته) شده است .

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

لذا با توجه به آن سیال ایده ال سیالی است که در آن لزجت صفر است یعنی سیال بدون اصطکاک بنابراین هر گونه حرکتی در سیال هیچگونه تنش برشی ایجاد نمی کند . در نتیجه در هر نقطه از سیال فشار در تمام جهات یکسان است .

نکته :اگر لایه های سیال نسبت به هم حرکت داشته باشند تنش های برشی بوجود می آیند و بنابراین فشار در تمامی جهات مساوی نیست و به صورت معدل یا متوسط سه تنش فشاری عمود بر هم در یک نقطه تعریف و به صورت زیر بیان می گردد .

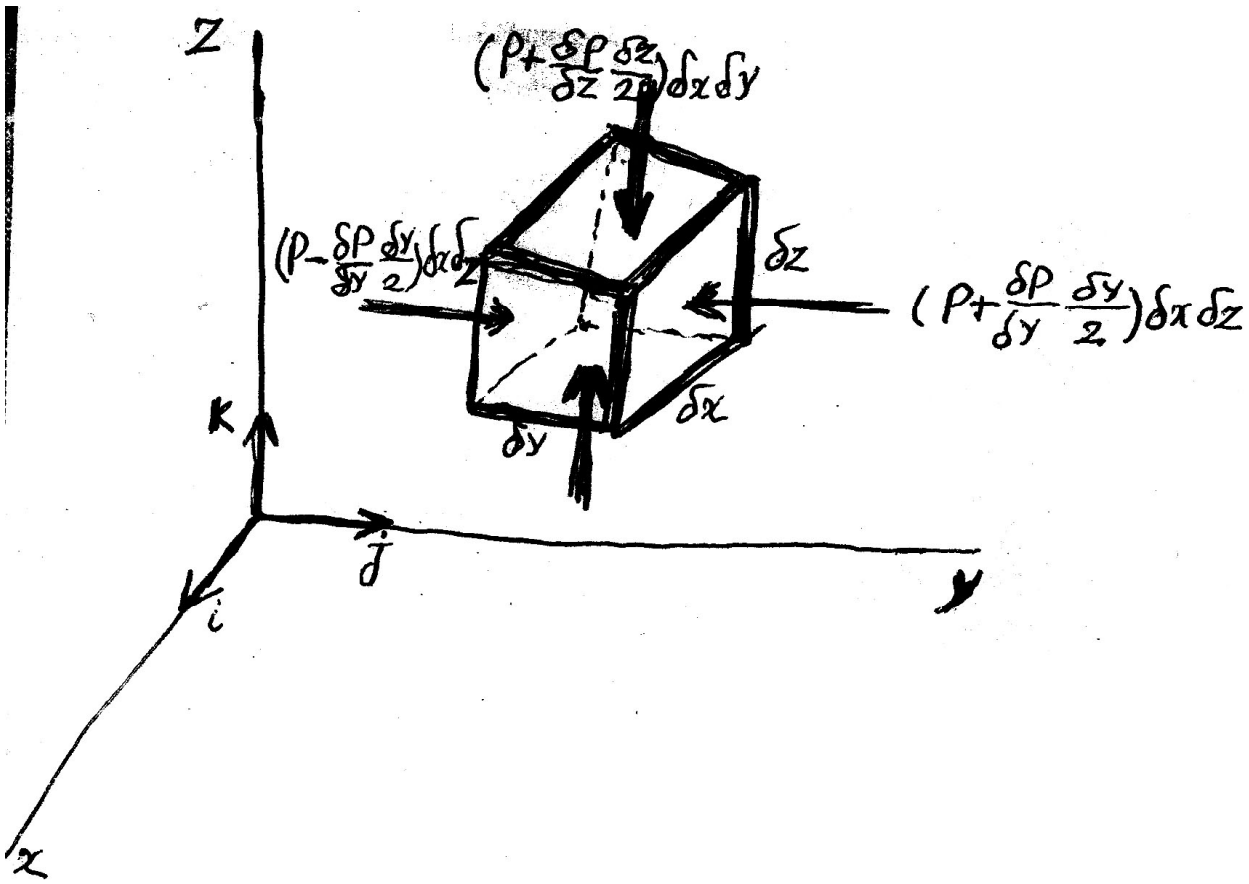
$$P = \frac{P_x + P_y + P_z}{3}$$

معادله اساسی برای میدان فشار

در قبل دیدیم که چگونه فشار در یک نقطه با جهت تغییر می کند . سوال بعدی که ممکن است مطرح شود . این است که چگونه فشار در یک سیال از نقطه ای به نقطه دیگر تغییر می کند .

وقتی که تنش برشی وجود نداشته باشد برای جواب دادن به این سوال یک جز به جرم δm و ابعاد δ_xو δ_y و δ_z طبق شکل زیر در نظر میگیریم . جزء یا جزء سیال نسبت به دستگاه مختصات دکارتی ساکن نشان داده شده ساکن است .

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



در شکل بالا همانطور که مشخص گردیده نیروهایی که بر یک جزء از سیال ساکن وارد می شود شامل نیروهای سطحی (ناشی از فشار) و نیروهای وزنی یا حجمی (ناشی از جاذبه) است .در بعضی مواقع ممکن است نیروهای حجمی ناشی از میدانهای الکتریکی و یا مغناطیسی نیز داشته باشیم اما در این جا برای سادگی از آن صرف نظر شده است.اگر فشار در مرکز را P فرض کنیم در این صورت در محاسبه فشار در شش وجه جزء می توان از نسبط تیلور استفاده کرد و با حذف جملات با مرتبه بالاتر ، زیرا در حد حذف خواهند شد (وقتی δ_x و δ_x) به سمت صفر میل کنند).طبق شکل صفحه قبل هر نیروی فشاری حاصل دو عبارت است ، مقدار فشار در سطح وجه ضرب شده است ، برای سادگی نیروی سطحی در جهت x نشان داده شده است .برایند نیروهای سطحی که در جهت y وارد می شود ، عبارتست از

$$.\delta Fy = (P - \frac{\sigma P}{\sigma y}\frac{\sigma y}{3})\sigma_x\sigma_z - (P + \frac{\delta P}{\delta y}\frac{\delta y}{2})\delta_x\delta_z$$

$$\delta Fy = -\frac{\delta P}{\delta y}\delta_x\delta_y\delta_z$$

و به همین ترتیب در جهت x و z برآیند نیروهای سطحی عبارتند از :

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

$$\delta F_x = -\frac{\delta P}{\delta y}\delta_x\delta_y\delta_z$$

$$\delta F_z = \frac{\delta P}{\delta z}\delta_x\delta_y\delta_z$$

پس برآیند نیروهای سطحی (فشار) وارده به جزء را می توان به صورت برداری زیر نشان داد

معادله (1)

$$\Delta F_s = \delta F_{xi^\wedge} + \delta F y j^\wedge + \delta F_{zk^\wedge}$$

$$\delta F_s = -(\frac{\delta P}{\delta x} i^\wedge + \frac{\delta P}{\delta_s} j^\wedge + \frac{\delta P}{\delta z} k^\wedge)\delta_x\delta_y\delta_z$$

که i و j و k بردارهای مساوی واحد در امتداد محور مختصات هستند .

در ادامه به عبارت داخل پرانتز **گرادیان فشار** گفته می شود و آن را با ∇P نمایش می دهند .

$$qradP = \nabla P = \frac{\delta P}{\delta x} i^\wedge + \frac{\delta P}{\delta y} j^\wedge + \frac{\delta P}{\delta z} k^\wedge$$

که از این معادله نتیجه می گیریم به صورت زیر :

$$\nabla(\,) = \frac{\delta(\,)}{\delta_x} i + \frac{\delta(\,)}{\delta_y} j + \frac{\delta(\,)}{\delta z} k$$

که گرادیان را می توان اپراتور برداری در نظر گرفت در این صورت از میدان اسکالر گرادیان بگیریم . میدان برداری به دست می آید .لذا با استفاده از اپراتور گرادیان معادله (1) بالا به صورت زیر نوشته می شود .

$$qradP = \nabla P = \frac{-\delta Fs}{\delta_x\delta_y\delta_z} \qquad (2)$$

از معادله 2 نتیجه می گیریم گرادیان فشار برابر منفی نیروی سطحی ناشی از فشار بر واحد حجم است باید توجه کنیم که در محاسبه نیروی فشاری برآیند مقدار فشار بر محاسبه اهمیت ندارد . و فقط تغییرات فشار نسبت به فاصله یعنی گرادیان بهم است و گرادیان فشار در مکانیک سیالات اهمیت فراوان دارد .

نیروی وزنی (جاذبه) δFW در جزء سیال برابر است

$$\delta\vec{F}W = \vec{g}P\delta V$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

در این رابطه $\vec{g}$ بردار گرانی محلی موضعی و ρ جرم مخصوص و δV حجم جزء سیال است . که در مختصات دکارتی به صورت $\delta V = \delta_x \delta_y \delta_z$ بیان می شود .

$$\delta \vec{F} w = \mathrm{p}\vec{q}\mathrm{p}\delta x \delta x \delta z$$

قانون دوم نیوتن در یک جزء سیال به صورت زیر بیان می گردد :

$$\Sigma \Delta F = \delta m.a$$

که $\Sigma \delta f$ نیروی محل وارد به جزء سیال و a شتاب جزء سیال δm و جرم جزء سیال است که می توان آن را به صورت $\delta_x \delta_y \delta_z$ نوشت بنابراین :

$$\Sigma \delta f = \delta F_x + \delta FW = \delta ma$$

یا

$$= -\nabla P \delta x \delta y \delta z + \rho \bar{g} \delta x \delta y \delta z = \rho \delta x \delta y \delta z = \rho \delta x \delta y \delta z$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$-\nabla P + \rho \bar{g} = \rho a$$

این معادله محلی حرکت در سیالی است که در آن تنش برشی وجودندارد ،حال اگر تنش های وارده لزج باشند . عموماً نیروی سطحی مربوط به گرادیان را نیز می توان نوشت .در یک سیال تراکم ناپذیر[یعنی سیالی با جرم مخصوص ثابت] با لزجت ثابت نیروی خالص مربوط به لزجت (در واحد حجم) چنین است

$$\text{نیروي لزجت} \quad = F_V = \mu\left(\frac{\delta^2 v}{\delta x^2} l + \frac{\delta^2 v}{\delta y^2} j + \frac{\delta^2 v}{\delta z^2} k\right) = \mu \nabla^2 V$$

بردار حاصل از سه نیروی فشار (سطحی) جاذبه (وزنی) و تنش لزجت باید جزء را در تعادل و سکون نگهدارد . یا آن را شتاب a به حرکت در آورد . بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتن خواهیم داشت

$$\Sigma F = \text{نیروی فشاری} \quad \text{نیروی جاذبه} + \quad \text{نیروی لزجت} +$$

$$\rho a = -\nabla P + \rho \vec{q} + \mu \nabla^2 V \qquad \text{رابطه(3)}$$

از رابطه بالا نتیجه می گیریم که نیروها در معادله فوق در واحد حجم جزء سیال است

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

تغییرات فشار در سیال ساکن :

اگر سیال در حال سکون یا با سرعت ثابت جاری باشد a=0 و $\nabla^2 V = 0$ پس معادله (3) به صورت زیر برای توزیع فشار تبدیل می گردد.

$$-\nabla P + \rho \vec{q} = 0$$

که این توزیع هیدرواستاتیک است که برای تمام سیالات ساکن صادق است .

رابطه (4)

$$-\nabla P + \rho \vec{q} = 0$$

$$\frac{\delta P}{\delta x} = 0 \qquad \frac{\delta \rho}{\delta y} = 0 \qquad \frac{\delta \rho}{\delta z} = -\rho q$$

دو معادله بالا (اولی و دومی) مستقل بودن فشار از x و y است بنابراین در صفحه افقی (هر صفحه ای موازی با صفحه x-y) فشار از نقطه ای به نقطه دیگر تغییر نمی کند چون ρ فقط تابعی از یک متغیر است)،بنابراین رابطه بالا به صورت

$$\frac{dp}{dz} = -\rho q$$

رابطه (5)

این معادله رابطه **اساسی فشار – ارتفاع** را در سیال ساکن نشان می دهد .بنابراین برای تغییر توزیع فشار در سیال ساکن بایستی از رابطه (5) انتگرال بگیریم و شرایط مرزی مناسبی را اعمال کنیم .

پس

$$\int_{p1}^{p2} dp = -\rho q \int_{z1}^{z2} dz$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$$

$$P_1 - P_2 = \rho q (z_2 - z_1)$$

اگر P_1 و P_2 فشارها در ارتفاع های عمودی Z_1 و Z_2 هستند .باتوجه $\rho q = \gamma$

$$P_1 - P_2 = P g (z_2 - z_1)$$

$$P_1 - P_2 = \gamma h$$

$$P_1 = \gamma h + P_2$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

که h اختلاف $Z_2 - Z_1$ است (عمق سیال به طرف پایین از محل فشار P_2) این نوع **توزیع فشارهیدرواستاتیکی نامیده می شود** :

در مایعات فشار $P = \gamma h + P_0$

$P_0 = P_2$

پس از روابط بالا می توان نتیجه نهایی را به صورت زیر بیان کرد (قانون توزیع هیدرواستاتیک تغییرات فشار)

$P = \gamma h$

P: افزایش فشار از سطح آزاد سیال است .

h : ارتفاع به طور عمودی از سطح آزاد سیال به سمت پایین (h=-y) زومتریک :مجموعه هد فشار و ارتفاع از سطح مبنا (z)

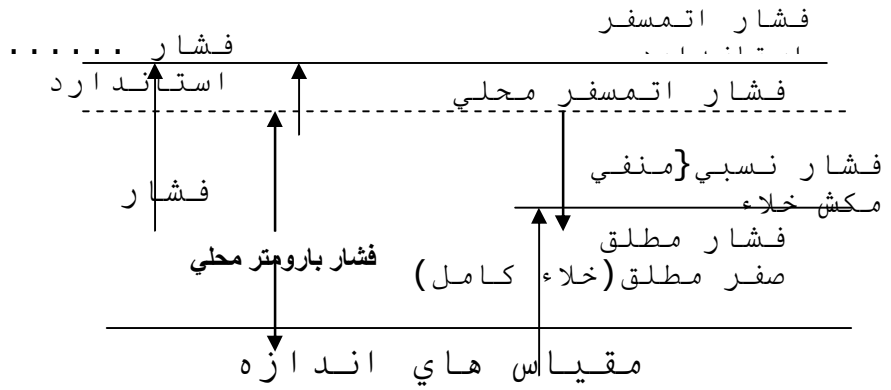
گویند. $h + z = Pp$ و $\overline{\left| h = \frac{p}{\gamma} \right|}^{h}$

سطح آزاد

سطح مشترک یک مایع و یک گاز و یا سطح مشترک دو مایع غیر محلول در یکدیگر

مقیاس های اندازه گیری فشار

انواع فشار را می توان به صورت زیر طبق شکل بیان نمود .



فشار صفر مطلق :

پایین ترین فشار ممکن که در آن صفر مطلق به عنوان مبنا است در این فشار خلاء کامل وجود دارد .

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)