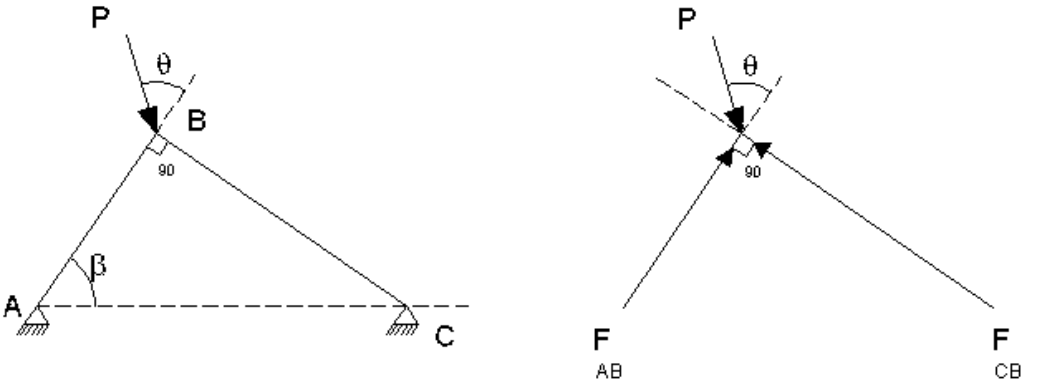


بار P وقتی ماکزیمم خواهد بود که دومیله BC,AB همزمان کمانه کنند .

$$F_{AB} = (P_{cr})_{AB} = \frac{\pi^2 EI}{(L\cos\beta)^2} = P\cos\theta$$

$$F_{CB} = (P_{cr})_{CB} = \frac{\pi^2 EI}{(L\sin\beta)^2} = P\sin\theta$$

از تقسیم کردن طرفین دو رابطه نتیجه می شود:

$$\tan\theta = \cot^2\beta \qquad \Rightarrow \theta = Arc\tan(\cot^2\beta)$$

مثال:

یک ستون فولادی با مقطع مربع مستطیل و ابعاد $2.5\times 5 \ \ cm$ در دو انتها دارای تکیه گاههای ساده و تحت یک بار فشاری محوری است . کوتاه ترین طول L ستون که برای آن فرمول اولر برای بار بحرانی صادق می باشد چقدر است ؟

حد تناسب فولاد را $\sigma_{PL} = 2100 \ \ \frac{Kg}{cm^2}$ $E = 2.1\times 10^6 \ \ \frac{Kg}{cm^2}$ فرض کنید .

ب – اگر ستون به طول 120cm باشد تنش فشاری بحرانی در آن چقدر خواهد بود ؟

به جای σ_{cr} قرار می دهیم σ_{Pl}

تنش بحرانی در ستون $\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2}$

$$L^2 = \frac{\pi^2 EI}{A\sigma_{Pe}} = \frac{\pi^2 (2.1\times 10^6)(\frac{1}{12}\times 5\times 2.5^3)}{(2.5\times 5)(2100)} = 5140.42$$

$$L = 71.71 \ \ cm$$

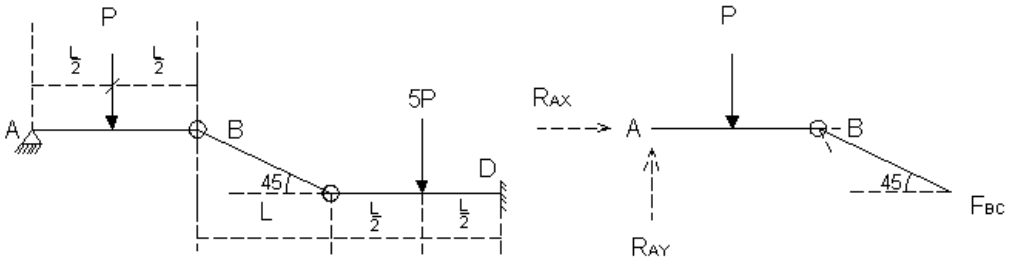
ب) چون $L = 120cm > 71.70$ از فرمول اولر استفاده می شود

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} = \frac{\pi^2 (2.1\times 10^6)(\frac{1}{12}\times 5\times 2.5)}{2.5\times 5\times 120^2} = 750 \ \ \frac{kg}{cm^2} = 75 \ \ \frac{N}{mm}$$

مثال:

با توجه به شکل بار بحرانی P را که باعث کمانه کردن عضو BC می شود حساب کنید

(B,C مفصل)

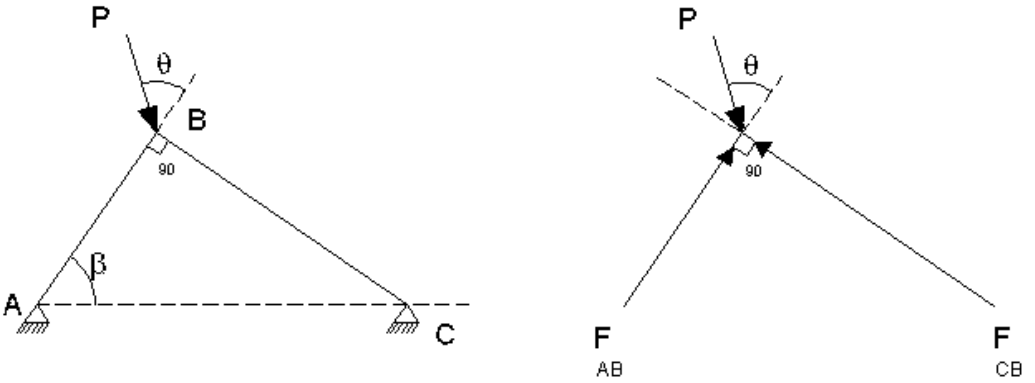


$$\sum \vec{M}_A \Rightarrow \frac{PL}{2} - F_{BC}\cos 45 \;\; L = 0 \qquad \rightarrow F_{BC} = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$P_{cr} = F_{BC} \qquad \Rightarrow \qquad F_{BC} = \frac{P_{cr}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi^2 EI}{(\sqrt{2}L)^2} \qquad : \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{\sqrt{2}L^2}$$

مثال:

با فرض اینکه فرو ریختن سازه در اثر کمانش اعضای آن صورت گیرد . مقدار بحرانی بار p چقدر می باشد . زاویه $\beta=30^{\circ}$ فرض شود .



سازه مزبور وقتی در اثر کمانش فرو خواهد ریخت که هر سه عضو با هم کمانه کنند .

نسبت تقارن داریم : $F_{AD} = F_{CD}$

$$P = F_{BD} + 2F_{CD}\cos\beta \quad (1)$$

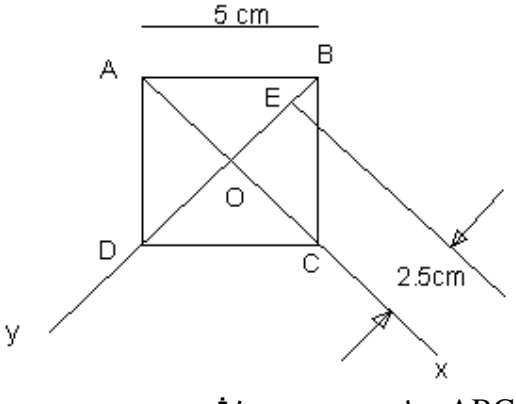
$$(P_{cr})_{AD} = (P_{cr})_{CD} = \frac{\pi^2 EI}{\underbrace{L_e}_{0.7L}} = \frac{20.19EI}{(\frac{L}{\cos\beta})^2} \qquad (P_{cr})_{BD} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$1) \Rightarrow P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} + 2\frac{\pi^2 EI}{(\frac{L}{\cos\beta})^2}\cos\beta = 36.1\frac{EI}{L^2}$$

مثال:

ستونی با مقطع مربع وابعاد $5cm \times 5cm$ و طول 1.80m تحت بار خارج از مرکز P=4050kg فشرده می شود خروج از مرکز e در امتداد یکی از قطرهای مربع و برابر 2.5m می باشد . با فرض اینکه ستون در دو انتها دارای تکیه گاههای ساده باشد حداکثر تنش فشاری را در آن بیایید .

ضریب ارتجاعی در فشار $E = 2.1\times10^6 \ \frac{Kg}{cm^2}$ می باشد .



فرض می کنیم E نقطه اثر نیروی فشار P باشد

خمش ستون حول محور X صورت خواهد گرفت $e = \overline{EO} = 2.5cm$

گشتاور مقطع مربع حول محور x دو برابر گشتاور مثلث ABC حول محور x می باشد

$$I_x = 2(I_{ABC})_x = 2\frac{\overline{AC}(\overline{OB})^3}{12} = 2\frac{5\sqrt{2}(\frac{5}{\sqrt{2}})^3}{12} = 52.08 \quad cm^4$$

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} + \frac{M_{\max}}{S} = \frac{P}{A} + \frac{P_e}{S}\sec\frac{KL}{2}$$

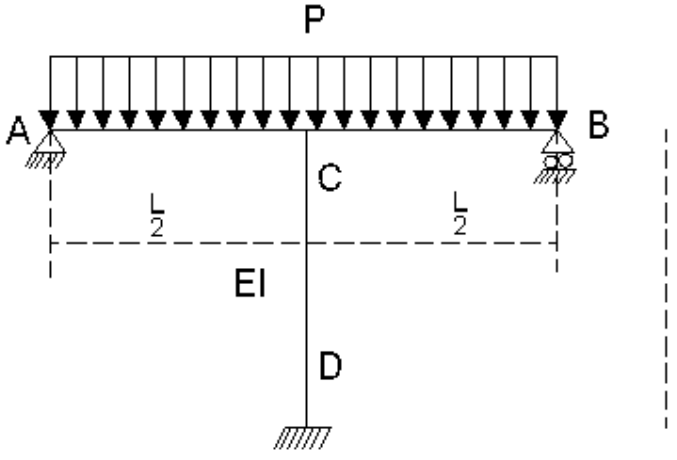
$$S = \frac{I_x}{\overline{OB}} = \frac{52.08}{\frac{5}{\sqrt{2}}} = 14.73 \quad cm^3$$

$$K = \sqrt{\frac{P}{EI_x}} = \sqrt{\frac{4050}{(2.1\times10^6)(52..08)}} = \frac{6.04}{1000}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{4050}{5\times5} + \frac{4050\times2.5}{14.73}\sec\frac{6.04\times180}{2000} = 162 + 805.13 = 967.13 \quad \frac{Kg}{cm^2}$$

مثال:

درشکل مقابل تحت چه بار P ستون CD کمانه می کند ؟ صلبیت خنثی تیر و ستـــــون EI می باشد و طول هر دو برابر است .



ابتدا نیروی فشاری F وارد بر ستون CD را تـــعییـــن می کنیـــم سپـــــــس آن را برابربا بحرانی ستـــون CD قـــرار مـــی دهیم .