مثال : یک ستون چوبی به سطح مقطع 100×50 وبطول 2.5m مفروض است و تکیه گاههای دو طرف آن ساده فرض شده است .

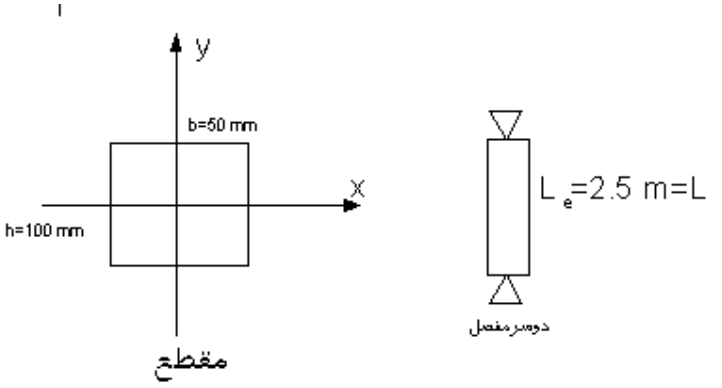
اگر $\sigma_y = 44\times10^6 \ \frac{N}{m^2}, E = 13\times10^9 \frac{N}{m^2}$ باشد .

۱- ضریب لاغری ستون

۲- بار بحرانی ستون

۳- نسبت تنش بحرانی به تنش جاری شدن

۴-حداکثر بار مجازی که ستون می تواند با ضریب اطمینان 2.5 تحمل نماید .



$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} \qquad I_Y = I_{\min} = \frac{1}{12}hb^2$$

$$r = \sqrt{\frac{1/12\,hb^2}{hb}} = \sqrt{\frac{b^2}{12}} = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{b}{2\sqrt{3}} = \frac{50}{2\sqrt{3}}mm$$

$$\text{ضریب لاغری} = \frac{L_C}{r} = \frac{2.5\times10^3}{\frac{50}{2\sqrt{3}}} = 173.2$$

$$2) \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{\left(\frac{L_c}{r}\right)^2} = \frac{\pi^2(13\times10^9)(0.1\times0.05)m^2}{(173.2)^2} = 2138.50 \ N$$

$$3)\begin{cases}\sigma_{cr}=\dfrac{P_{cr}}{A}=\dfrac{21385}{(0.1\times0.05)}=4.277\times10^{6}\quad N/m^{2}\\ \dfrac{\sigma_{cr}}{\sigma_{y}}=\dfrac{4.277\times10^{6}}{44\times10^{6}}=0.0972 \qquad \sigma_{cr}=9.7\%\ \sigma_{y}\end{cases}$$

$$4)P_{all}=P_{\max}=\frac{P_{cr}}{FS}=\frac{21385}{2.5}=8.56\ \ kN$$

عضو تحت کشش هیچ وقت در کمانش قرار نمی گیرد چون اگر به فرض مقداری هم کمانش داشته باشد در اثر کشیدن به جای خود بر می گردد .

مثال:یک ستون ۲ متری با مقطع مربع $E=0.125\times10^{5}\ \frac{N}{mm^{2}}$ ، $\sigma_{all}=12\ \frac{N}{mm^{2}}$(تنش مجاز) و 6=2.5 مطلوبت بتن ابعاد ستون:

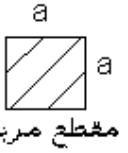
الف) بار 100 کیلو نیوتن

ب) بار 200 کیلو نیوتن را تحمل کند .

$$P=100\quad KN \qquad\qquad L=2m$$

$$F.S=\frac{\pi^{2}EI}{L^{2}}\rightarrow P_{cr}=2.5(100)=250KN$$

$$P_{cr}=\frac{\pi^{2}EI}{L^{2}}\rightarrow I=\frac{P_{cr}L^{2}}{\pi^{2}E}=\frac{(250\times10^{3})(2\times10^{3})^{2}}{\pi^{2}(0.125\times10^{5})}=8106\times10^{3}\ \ mm^{4}$$



مقطع مربع

$$I = \frac{1}{12}a^4 \qquad \rightarrow \frac{1}{12}a^4 = 8106.\times 10^3 \rightarrow a = 99.3mm \cong 100mm$$

کنترل تنش قائم درستون

نکته 1

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{100\times 10^3}{100\times 100} = 10 \quad \frac{N}{mm^2} < 12\frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = 12 = \frac{100\times 10^3}{A = a^2} \rightarrow a = 91.3m$$

نکته ۱: aکوچتر را انتخاب می کنیم.

مقطع =۱۰۰×۱۰۰

چون تنش بدست آمده کوچکتر از تنش مجاز است لذا مقطع ۱۰۰×۱۰۰ قابل قبول است.

ب)

$$P = 200 \quad KN \qquad\qquad P_{cr} = 2.5(200) = 500KN$$

$$I = \frac{P_{cr}L^2}{\pi^2 E} = \frac{(500\times 10^3)(2\times 10^3)}{\pi^2(0.125\times 10^5)} = 16210\times 10^3 mm^4$$

$$I = \frac{1}{12}a^4 \Rightarrow \frac{1}{12}a^4 = 76210\times 10^3 \rightarrow a = 118.1mm$$

چون مقدار تنش بزرگتر از تنش مجاز است

اندازه بـدست آمده قابل قبول نمی باشد

و سطـــح مقطـع ستون را باید براساس

مقاومت فشاری آن تعیین نمائیم .

$$\sigma = \frac{P}{A = a} = \frac{200\times 10^3}{(118.1)^2} = 14.34 \qquad \frac{N}{mm^2}$$

$$A = \frac{P}{\sigma_{all}} = \frac{200\times 10^3}{12} = 16667 \ mm^2$$

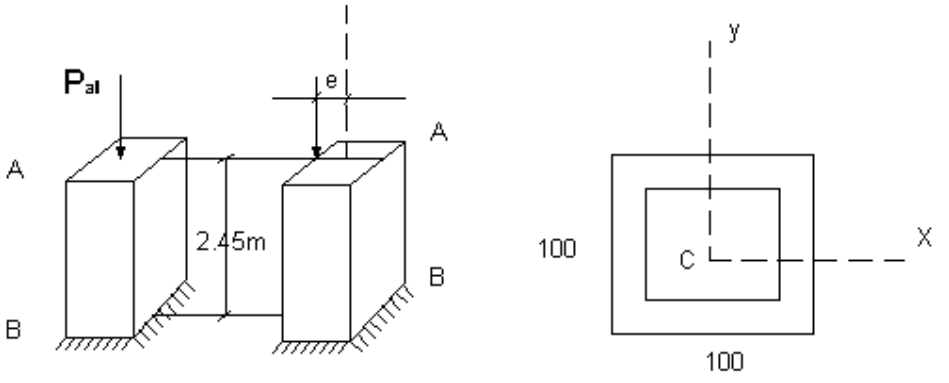
$$a^2 = 16667 \ \Rightarrow a = 129.1 \ mm$$

یک مقطع 130*130mm مناسب می باشد .

مثال : ستون AB بطول 2.45 متر از یک نیم رخ قوطی با مشخصات داده شده ، ساخته شده است .

الف) با استفاده از رابطه اول ضریب اطمینان ۲ ، بار محوری مجاز وتنش قائم مربوطه را برای ستون فوق حساب کنید .

ب) فرض کنید بار مجازی که در قسمت الف بدست آمده با خروج از مرکزیت ۱۹ میلی متر بر ستون وارد گردد در این صورت ، تغییر مکان افقی بالای ستون و تنش قائم حداکثر تولید شده در ستون را پیدا کنید .



$$A = 2284mm^2 \qquad I = 3.33\times10^6\, mm^4 \qquad r = 38.18mm \qquad c = 50mm$$

چون ستون دارای یک سرگیردار ویک انتهای آزاد $\Rightarrow L_e = 2L = 2(2450) = 4900mm$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e{}^2} = \frac{\pi^2(2.1\times10^5)(3.33\times10^6)}{(4900)^2} = 287456N = 287.5KN$$

$$\sigma_{all} = \frac{P_{all}}{A} = \frac{143.75\times10^3}{2284} = 62.44 \quad \frac{N}{mm^2}$$

ب) بار خارج از مرکز $V_{\max} = e\left[\sec(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P}{P_{cr}}})-1\right] = 19\left[\sec\left(\frac{\pi}{2}\times0.707\right)-1\right]$

$$V_{\max} = 19(2.252-1) = 23.79$$

$$\sigma_m = \frac{P}{A}\left[1+\frac{e_c}{r^2}\sec(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P}{P_{cr}}})\right] = \frac{143.75\times10^3}{2284}\left[1+\frac{19\times50}{(38.18)^2}\sec(\frac{\pi}{2\sqrt{2}})\right]$$

$$\sigma_m = 155.64 \quad \frac{N}{mm^2}$$

مثال:

میله باریکی در دو انتها مفصلی بر تکیه گاههای غیر قابل حرکت تکیه دارد . با فرض شرایط ایده آل در رفتار ارتجاعی چقدر اضافه درجه حرارات Δt در میله کمانش ایجاد خواهد کرد ؟، ضریب انبساط حرارتی میله را α رافرض کنید .



$$\Delta L = L\alpha\Delta\mathrm{T} = \frac{FL}{AE} \qquad : F = AE\alpha\Delta\mathrm{T}$$

وقتی میله کمانه می کند F برابر بار بحرانی P_{cr} می شود . $(F = P_{cr})$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = F = AE\alpha\Delta\mathrm{T} \Rightarrow \Delta\mathrm{T} = \frac{\pi^2 I}{A\alpha L^2}$$

مثال:

خر پای ABC از دو میله باریک با قطع و جنس یکسان تشکیل شده است با فرض اینکه فرو ریختن خرپا در اثر کمانش اعضای آن صورت گیرد . تحت چه زاویه θ می توان بیشترین بار P را بر خرپا وارد کرد ؟ $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$