$$H = V = \tfrac{1}{2}\gamma h \times h \times 1$$

$$H = V = \left[(\frac{1}{2})(2.7)(10)\right](2.7)(1) = 36.4 \ \ KN$$

$$W = P = \left[\left(\frac{1}{2}\right)(1.8)(3)(1)\right]25 = 67.5 \ \ kn$$

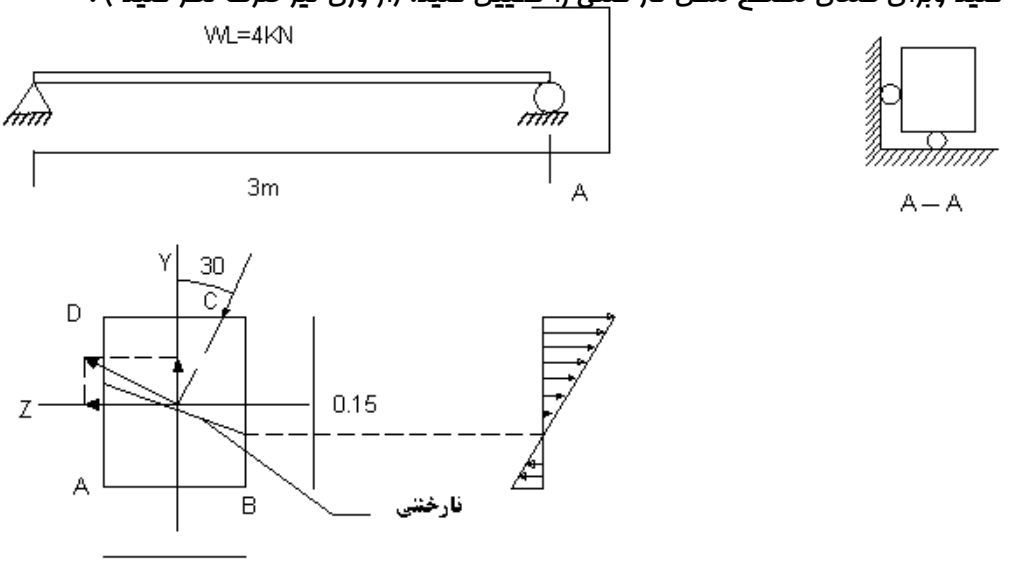
$$M_0 = H(0.9) - w(0.3) = 36.4)(0.9) - (67.5)(0.3) = 12.5 \ \ KN.m$$

$$\sigma = \frac{-w}{A} + \frac{MC}{I} = -\frac{67.5}{1.8\times 1} + \frac{12.5\times .9}{\frac{1.8^2}{12}} = -37.5 + 23.2 = -14.3 \ \ KN/m^2 \text{فشاري}$$

$$\sigma_A = -\frac{w}{A} - \frac{MC}{I} = -37.5 - 23.2 = -60.7 \quad KN/m^2 \text{فشاري}$$

مثال:

یک تیر چوبی 100*150 mm برای تحمل یک بار گسترده یکنواخت به مقدار ۴ کیلو نیوتن در دهانه ۳متری مورد استفاده قرار دارد . حداکثر تنش خمشی را در وسط دهانه حساب کنید وبرای همان مقطع محل تار خنثی را تعیین کنید. (از وزن تیر صرف نظر کنید) .



$$M = \frac{WL}{8} = \frac{4\times 3}{8} = 1.5KN.m \qquad M_Z = M\cos\alpha = 1.5(\frac{\sqrt{3}}{2}) = 1.3 \quad KN.m$$

$$I_Z = \frac{1}{12}(100)(150)^3 = 2.81\times 10^7 \qquad I_y = \frac{1}{12}(150)(100)^3 = 1.25\times 10^7 \quad mm^4$$

$$\sigma = \pm\frac{M_z y}{I_Z} \pm \frac{M_Y Z}{I_y} = \frac{1.3\times 10^6}{}$$

$$\sigma_A = +3.47 + 3 = 6.47 \quad \frac{N}{mm^2} \qquad \text{کششي}$$

$$\sigma_B = +3.47 - 3 = 0.47 \quad \frac{N}{mm^2} \qquad \text{کشش}$$

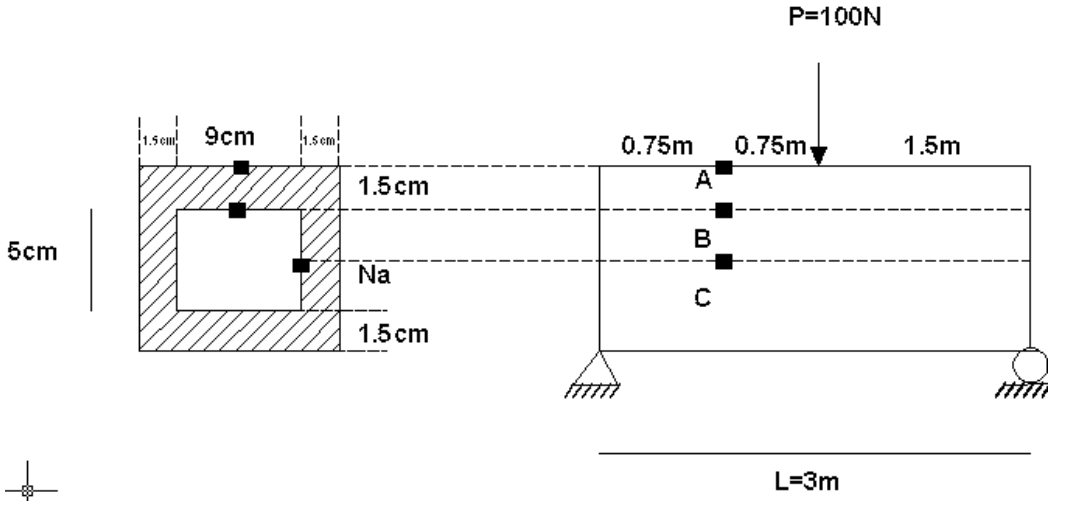
$$\sigma_c = -3.47 - 3 = -6.47 \quad \frac{N}{mm^2} \qquad \text{فشاري}$$

$$\sigma_{\cdot} = -3.47 + 3 = -0.47 \quad \frac{N}{mm^2} \qquad \text{کشش}$$

مثال:

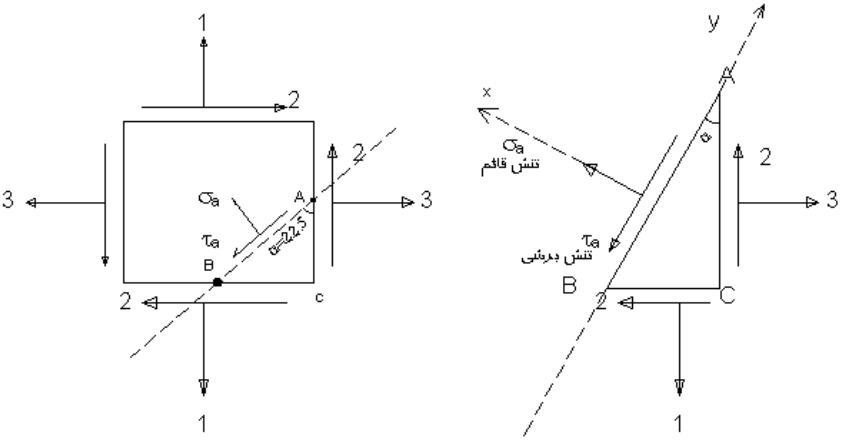
تنش های ماکزیمم مؤثر را در جزء بی نهایت کوچک C,B,A محاسبه کنید .

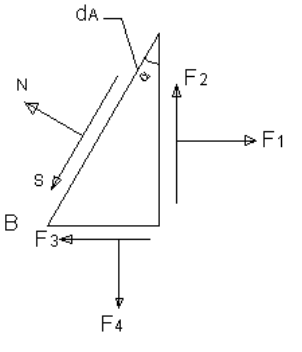
(تمام تنشها باید در سه نقطه محاسبه گردد)



تبدیل تنش ها و کرنشها(تحلیل تنشها و کرنشها)

مثال) مطلوب است تعیین تنش هایی که باید در روی سطح AB از جزء مثلثی اثر کنند تا جز کوچک در تعادل باقی بماند.



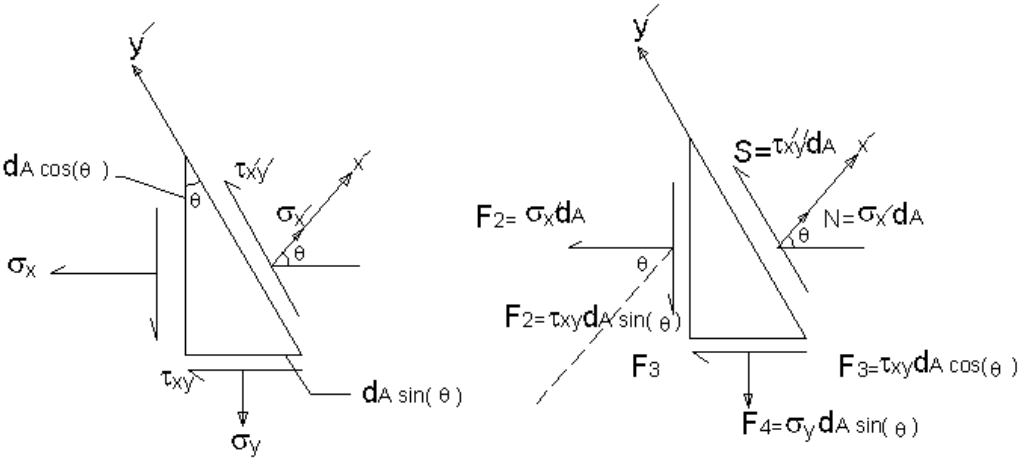


$$F_1 = 3\cos\alpha \qquad F_2 = 2\cos\alpha \quad F_3 = 2\sin\alpha \qquad F_4 = 1\sin\alpha$$

$$\sum \vec{Fx}(Fn) = 0 \quad N = F_1\cos\alpha - F_2\sin\alpha - F_3\cos\alpha + F_4\sin\alpha \;\Rightarrow\; N = 1.29\ N$$

$$\sum Fs = 0 \qquad S = F_1\sin\alpha + F_2\cos\alpha - F_3\sin\alpha - F_4\cos\alpha \Rightarrow S = 2.12N$$

$$\sigma_X = 1.29N \qquad \tau_x = 2.12N$$



$$\sum F\ X' = 0 \qquad N = F_1\cos\theta - F_2\sin\theta - F_3\cos\theta - F_4\sin\theta = 0$$

$$\sigma_{x'}dA = \sigma_x\cos^2\theta\ dA + \tau xy\ dA\ \cos\theta\sin\theta + \tau xy\, dA\ \sin\theta\cos\theta + \sigma_y\ dA\sin^2\theta$$

از طرفین dA را حذف میکنیم

$$\sigma_{x'} = \sigma_x\frac{(1+\cos 2\theta)}{2} + \sigma_y\frac{(1-\cos 2\theta)}{2} + \tau xy\sin 2\theta$$

تبدیل تنشاز یک صفحه به صفحهٔ دیگر

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta \qquad (1)$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta \qquad (۲)$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\theta - \tau_{xy}\sin 2\theta \qquad (۳)$$

دررابطهٔ (۱)به جای θ_o , $\theta = 90 + \theta$ قرار می دهیم و رابطهٔ (۳) بدست می آید.

$\sigma_{x'}, \sigma_{y'}, \tau_{x'y'}$ در همان نقطه قبل است فقط جهت فوق می کند.

$(1+3) \Rightarrow \qquad \sigma_{x'} + \sigma_{y'} = \sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2 =$ ثابت

تنش های ($\min, Max$) (اصلی)

به ازاء چه مقدار θ ، $\sigma_{x'}$ ماکزیمم می شود.

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

اگر از رابطهٔ(۱) نسبت به θ مشتق بگیریم و نتیجه حاصل را مساوی صفر قرار دهیم تنش های اصلی ($\min, Max$) به دست می آیند.

$$\frac{d\sigma_{x'}}{d\theta} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} 2\sin\theta + 2\tau_{xy}\cos 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta = \frac{\tau_{xy}}{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2}} \begin{cases} 2\theta_1' \\ 2\theta_1'' = 180 + 2\theta_1' \end{cases}$$

تنش ماکزیمم ومینیمم با یکدیگر 90^0 اختلاف دارند. $\Rightarrow \begin{cases} \theta' = \theta \\ \theta_1'' = 90 + \theta_1' \end{cases}$

(صفحات تنشها برهم عمودند).

تنشهای ماکزیمم ومینیمم را تنش های اصلی گویند.