$$M_{\max} = \frac{wl^2}{8} = \frac{200 \times 2^2}{8} = 100 \ \ kg.m$$

تارخنثی $\int_A ydA = 0 \qquad \rightarrow \bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{30\times5\times2.5\times+3\times(40-5)\times22.5}{30\times5+3\times35} = 10.73 \ \ cm$

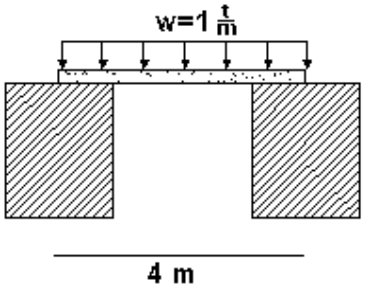
$$I = \int y^2 dA = \sum I_{oi} + \sum A_i d\,?? = \frac{30\times5^3}{12} + 30\times5(10.73-2.5)^2 + \frac{3\times35^3}{12} + 3\times35(22.5-90.73)^2$$

$$= 35737 \ \ cm^4$$

$$\sigma = \frac{-MC}{I} = -\frac{100\times100\times10.73}{35737} \Rightarrow \text{فشاري} \qquad \sigma = -30.02 \ \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\sigma = -\frac{100\times100\times(-40-10.73)}{35737} \Rightarrow \text{كششي} \quad \sigma = 14.19 \ \ \frac{kg}{cm^2}$$

مثال:



INP 140



$$\begin{cases} A = 18.2 cm^2 \\ I_{xx} = 573 \ \ cm^4 \rightarrow S_{xx} = 81.9 \ \ cm^3 \quad S = \frac{I}{C} \\ I_{yy} = 25.2 \ \ cm^4 \rightarrow \ S_{yy} = 107 \ \ cm^3 \end{cases}$$

الف) $\sigma_{\max} = ?$

فشار دربالا کششی ودرپائین

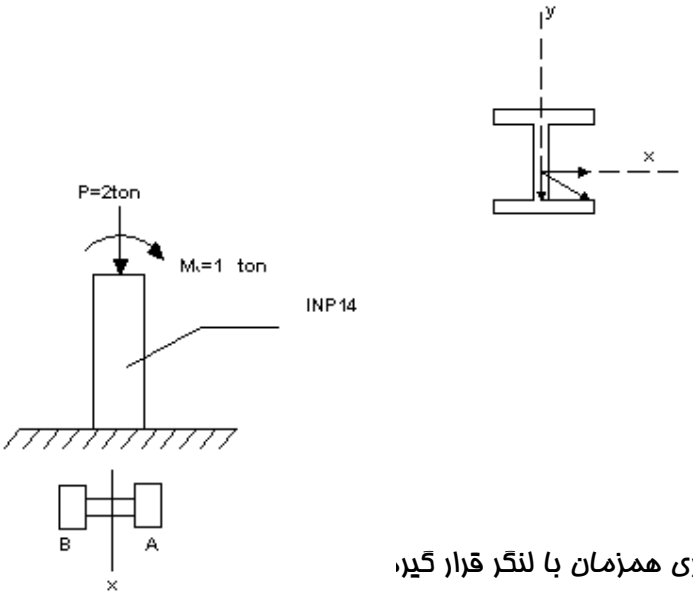
$$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{wl^2}{8S_{xx}} = \frac{M \times (400)^2}{8 \times 81.9} \Rightarrow \sigma = 2442 \ \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\tau_{\max} = 250.6 \ \ \frac{kg}{cm^2}$$

چند نکته مهم :

۱- اگر مکان در صفحه محورهای اصلی یا موازی آنها را عمل شود ، کلیه ، فرمولهای (ذکر شده)صادق است .

۲- اگر بر دار مکان در صفحه یکی از محورهای نباشد آنرابه مؤلفه های روی آنها تجزیه نموده وجمع اثر را بدست می آوریم .



۳-اگر مقطع تحت اثر نیروی محوری همزمان با لنگر قرار گیرد

را بطور جداگانه با هم جمع جبری می کنیم .

$$\begin{cases} \sigma_p = -\dfrac{P}{A} \\ \sigma'_N = \pm\dfrac{MY}{I} \end{cases}$$

$$\sigma_t = -\frac{P}{A} \pm \frac{MY}{I}$$

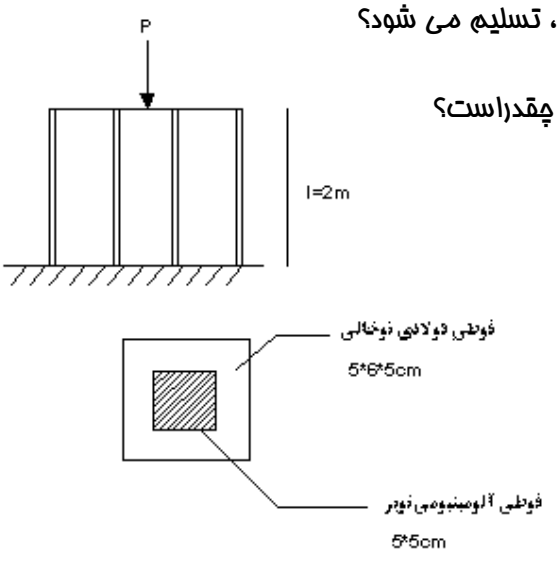
$$\sigma_A = -\frac{2000}{18.2} - \frac{1\times10^5 \times \frac{14}{2}}{573} = -1331 \quad \frac{Kg}{cm^4} \quad , \quad \sigma_B = \frac{-2000}{18.2} + \frac{10^5 \times \frac{14}{2}}{573} = +1111 \quad \frac{kg}{cm}$$

تمرین:

الف:به ازای P=10 ton تنش درهر قسمت فولادی وآلمونیومی چقدر است؟

ب)به ازای چه مقدار P=Pu یکی از مقاطع ، تسلیم می شود؟

ج)به ازای P=1.2Pu تغییر طول کل ستون چقدراست؟



$$E_S = 2.1\times10^6 \quad \frac{kg}{cm^2}$$

$$E_{all} = 7\times10^5 \quad \frac{kg}{cm^2}$$

$$\sigma_{all} = 800 \quad \frac{kg}{cm^2}$$

$$\sigma_s = 2400 \quad \frac{kg}{cm^2}$$

د)اگر فرض کنیم $\sigma_{all} = 500$ و $\delta = ?$

$$P = F_s + F_{all}$$

الف)

$$\Delta S = \Delta P l \rightarrow \frac{F_S l}{E_s A_S} = \frac{F_{all} l}{E_s A_S} \rightarrow$$

$$\begin{cases} F_S + F_{al} = 10 \ ton \\ F_S = 1.44 F_{all} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{all} = 4.1 ton \\ F_S = 5.9 \ ton \end{cases}$$

ب)

$F_{all} = \sigma_a A_l = 800\times25 = 2000 = 20 ton$ آلومینیوم تسلیم شود

$F_{u_s} = \sigma_s . A_S = 2400 \times 12 = 28.8 \ ton \le 1.44 \times 20 = 25.8$ فولاد تسلیم شود

هردو دریک لحظه به تسلیم می رسند.

$$P_u = 20 + 28.8 = 48.8 ton$$

ج)

$$P = 1.2 \times 48.8 = 58.56 ton$$

تغییر شکل بی نهایت است.(چرخه 58.5b>48.8 است)

$$F = 500 \times 25 = 12.5 ton$$

$$F_{as} = 28.8 > 1.44 \times 12.5 = 18 ton$$

د)

$$P_u = 12.5 + 18 = 30.5 ton$$

$$P_2 = 1.2 P_u = 1.2 \times 30.5 = 36.6 ton$$

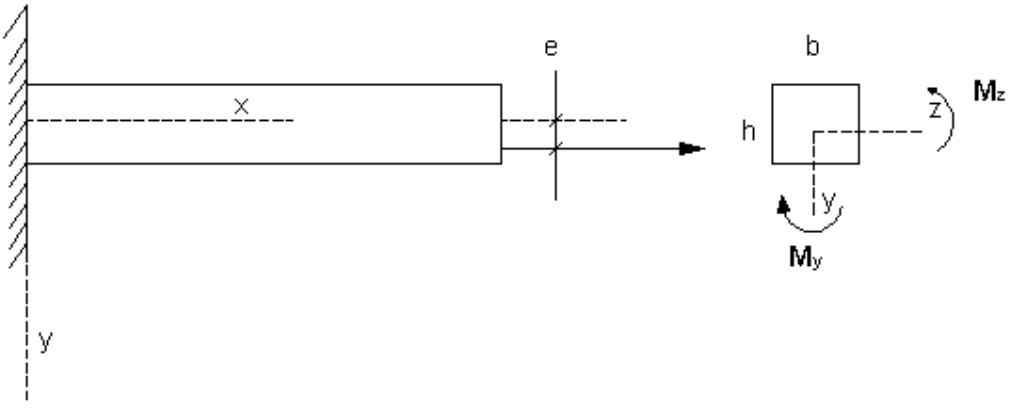
$$F_{s2} = 36.6 - 12.5 = 24.1 ton$$

بقیه نیرو را فقط فولاد باید تحمل کنند(چون آلومنیوم تسلیم شده)

$$\delta = \frac{FL}{AE} = \frac{24100 \times 200}{2.1 \times 10^6 \times 12} \Rightarrow \delta = 0.19 cm$$

تنشهای مرکب

نیروی محوری خارج از مرکز



حالت خاصی ازخمش توأم با نیروی محوری که در عمل مورد توجه میباشد حالت بار محوری خارج از مرکز است. در عمل. نیروی خارج از مرکز معادل است با نیروی p که در مرکز سطح مقطع عرضی اثر کند بعلاوه لنگر خمشی :

$$M=P.\ e$$

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M.y}{I}$$

تنش در هر نقطه مقطع عرضی برابر است با :

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{P.e_y}{I}$$

از مساوی صفر قرار دادن تنش حاصل می شود.

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{P.e_y}{I} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad y = \frac{-I}{A_e}$$

معادله خطی است که تنش در آن صفر است

علامت منفی در این معادله نشان می دهد که موقعی که P یک نیروی کششی در زیر محور Z می باشد محور خنثی در بالای محو Z قرار دارد .اگر خروج از مر کزیت e کاهش یا بد محور خنثی از مرکز سطح دور خواهد شد واگرe افزایش یا بد ، محور خنثی به مرکز سطح نزدیک می شود .

مو قعی که نقطه اثر نیروی کششی خارج از مرکز P در روی یکی از محورهای اصلی مقطع عرضی قرار ندارند خمش بطور همزمان حول محورهای اصلی صورت خواهد گرفت .

اگر مختصات نقطه اثر P را با e_y , e_z نمایش دهیم لنگرهای خمشی حول محورهای y , z بطور عددی به ترتیب برابر $P.e_z$ $P.e_y$, خواهند بود . در این صورت .

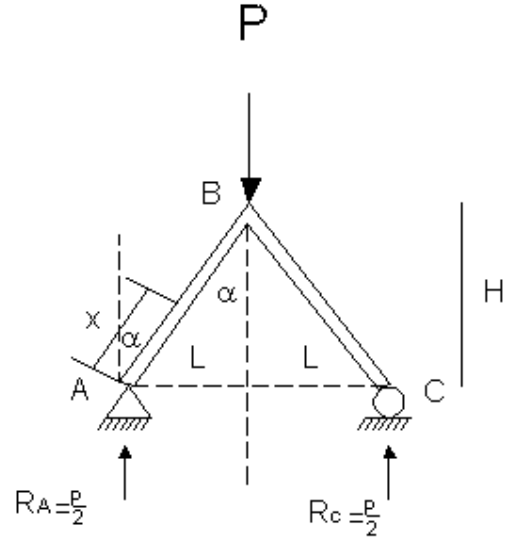
تنش عمودی بر آیند در نقطه ای از مقطع عرضی به مختصات z, y برابر است با :

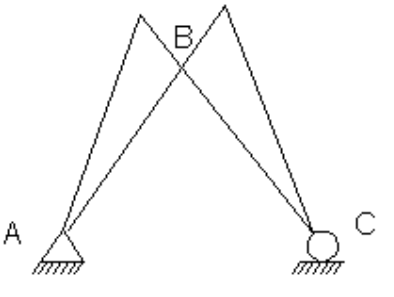
$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{P.e_z}{I_y} + \frac{P.e_y}{I_z}$$

مثال:

قاب ABC با جوش دادن دو لوله فولادی در نقطه B تشکیل شده است هر لوله سطح مقطع $A = 103.9\ cm^2$, گشتاور لختی $I = 8820\ cm^4$ و قطر خارجی $d = 27.3\ cm$ دارد .

حداکثر تنش های کششی وفشاری در قاب را با فرض $P = 1350kg$, $L = 2.4m$, $H = 1.8$, پیدا کنید .





نمودار لنگر خمشی قاب