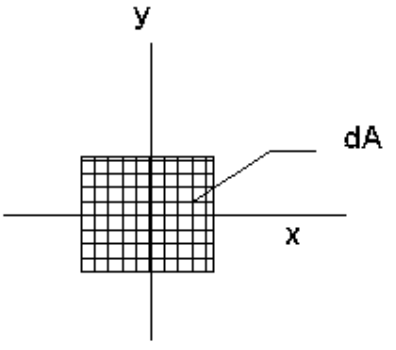


درس مکانیک جامدات ۲

رشته کارشناسی پیوسته عمران

مدرس : مهندس شاکری

خمش (مسائل تیرها)



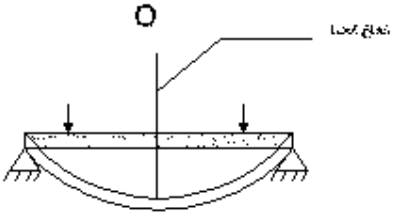
$$\sum F_i = 0 \quad \Rightarrow \sum \sigma_i dA = 0 \quad \rightarrow \int_A \sigma dA = 0$$

با فرض اینکه بار گذاری در صفحه محور اصلی قائم مقطع باشد . و حول محور قائم تقارن دارد

σ در کشش مثبت و y بسمت بالا مثبت است .

$$M = -\int (\sigma dA) y$$

لنگر های که در تارهای پائین کشش ایجاد کنند مثبت فرض می شوند .

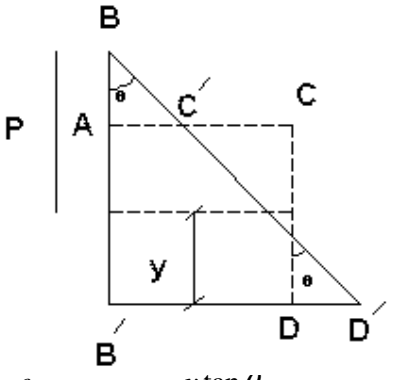


فرضیه برنولی در سازگا ری شکلهای تیر :

هر قطعه عمود بر محور تیر قبل از خمش و بعد از خمش نیز به شکل صفحه باقی می ماند

تار خنثی : مجموعه تارهای را تشکیل می دهد که نه بلند شوند نه کوتاه .

$$\varepsilon_u = -y\tan\theta \Rightarrow \delta_u = -y \; ???$$



$$\varepsilon = \underset{\Delta x\to 0}{Lim}\frac{e_u}{\Delta x} = \underset{\Delta x\to 0}{Lim}\frac{-y\tan\theta}{\Delta x} = -y\underset{\Delta x\to 0}{Lim}\frac{\theta}{\Delta x} = -y\underset{\Delta x\to 0}{Lim}\frac{\frac{\Delta x}{P}}{\Delta x} = -\frac{y}{P}$$

$$\varepsilon = \frac{-y}{P}$$

قانون هوک برای اجسام الاستیک خطی :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \Rightarrow \frac{-y}{P} = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \sigma = (\frac{-E}{P})y$$

برای مقاطع کلی : $\int_A \sigma dA = 0 \Rightarrow \int_A (-\frac{E}{P})ydA = 0$

برای مقاطع با جنس و مصالح یکسان $-\frac{E}{P}\int_A ydA = 0 \rightarrow \int ydA = 0$

مرکز سطح محاسبه می شود یا محل تار خنثی $y = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i}$

$$M = \int (\frac{-E}{P}) y^2 dA = -\frac{1}{P}\int E y^2 dA$$

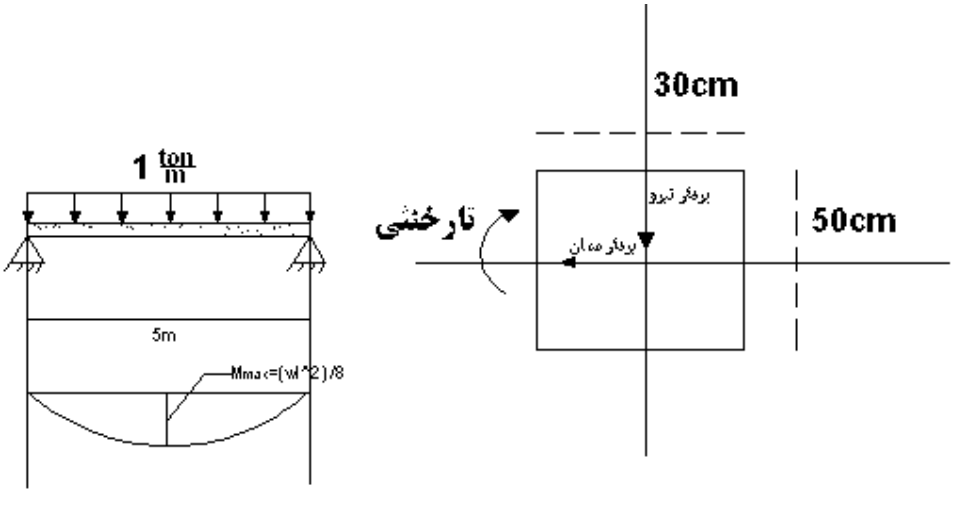
$$M = \frac{E}{P}\int_A y^2 dA \quad \Rightarrow \quad M = \frac{EI}{P} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{R}_{\text{انحنا}} = \frac{1}{P} = \frac{M}{EI}$$

$$M = -\frac{\sigma}{y} I \quad \Rightarrow \quad \sigma = -\frac{My}{I}$$

C :حداکثر فاصله تار خنثی از تارهای فشاری یا کششی . $\sigma = -\frac{Mc}{I}$

مثال

مقدار تنش ماکزیمم چقدر است ؟



$$\sigma_{\max} = -\frac{MC}{I}$$

$$M_{\max} = \frac{wl^2}{8} = \frac{1\times 5^2}{8} = 3.125 \;\; t.m = 3.125\times 10^5 \;\; kg.cm$$

(برای مقطع مستطیل) تار خنثی محور تقارن افقی است .

تارخنشی $\int_A ydA = 0$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{30(50)^2}{12} = 3.125\times10^5 \quad cm^4$$

$$C = \frac{h}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

$$|\sigma_{\max}| = \frac{3.125\times10^5\times25}{3.125\times10^5} \Rightarrow |\sigma_{\max}| = 25 \quad \frac{kg}{cm^2} \qquad \rightarrow \sigma_{\max} = \pm25 \quad \frac{kg}{cm^2}$$

اگر تنش مجاز $\sigma_a = 1400 \ \frac{kg}{cm^2}$ باشد

$$M = \sigma_a S_{xx} \Rightarrow \frac{wl^2}{8} = \sigma_a S_x \Rightarrow w = \frac{\varepsilon\sigma_a S_x}{l^2} = \frac{8\times1400\times81.9}{900^2}$$

$$w = 5.73 \ \frac{kg}{cm} \ = .573 \ \frac{ton}{m}$$

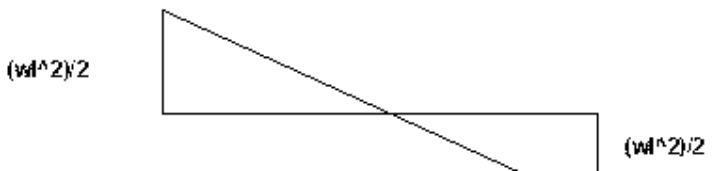
ج) $\sigma_a = 1400 \ \frac{kg}{cm^2}, \ w = 1 \ \frac{ton}{m} \ , \ l_{\max} = ?$

$$M = \sigma_a.S_x \Rightarrow \frac{wl^2}{8} = \sigma_a.S_x \rightarrow l = \left(\frac{8\sigma_a.S_x}{w}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{8\times1400\times81.9}{10}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow l = 303 \ \ cm$$

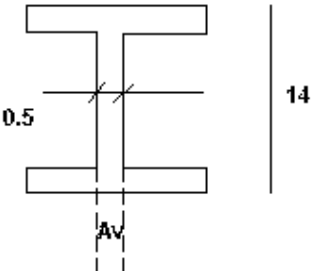
د) $$\sigma_a = \frac{M}{S_x} \rightarrow S = \frac{M}{\sigma_a} = \frac{wl^2}{8\sigma_a} = \frac{10(400)^2}{8\times1400} \Rightarrow S_x = 142.86cm^3$$

INP	160	117	cm^3
INP	180	161	cm^3

ه)



تنش برشی $\tau = \frac{V}{A_V} \Rightarrow \quad \tau_{\max} = \frac{\frac{wl}{2}}{h.t_v} = \frac{\frac{10\times 400}{2}}{14\times 0.5} \Rightarrow$



مثال :

در مثال بالا .اگر تنش مجاز کششی $\sigma_a = 50 \ \frac{kg}{cm^2}$ است . حداکثر دهانه (L) چقدر می تواند باشد؟

$$\sigma_a = -\frac{Mc}{I} = -\frac{Wl^2 c}{eI} \qquad \Rightarrow \qquad l^2 = -\frac{8I\sigma_a}{wc}$$

$$l = \sqrt{\frac{8\times 3.125\times 10^5 \times 50}{10\times 25}} \qquad \Rightarrow \quad l_{\max} = 707 \ \ cm$$

مثال:

$\sigma = ?$

