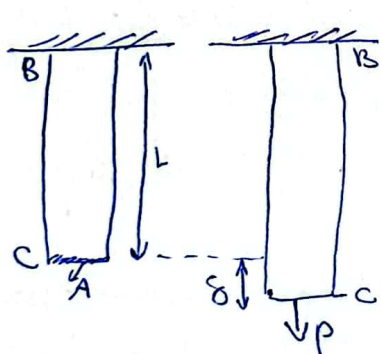


در فصل ۱، تنش های حاصل از بارهای وارد بر عضو ها را تحلیل کردیم. همچنین طراحی عضو ها، اتصالات ساده را به طوری که تحت شرایط خاص بارگذاری گسیخته نشوند، آموختیم. جنبه دیگر تحلیل سازه، طراحی آن مربوط می شود به تغییر شکل ها که توسط بارهای وارده ایجاد می شوند. بدیهی است که باید از تغییر شکل های بزرگ جلوگیری کرد تا سازه بتواند منظره های طراحی را برآمده نگذارد. لذا برای تعیین توزیع واقعی تنش ها در یک عضو باید تغییر شکل یک عضو سازه ای حالت صلب یا در واقع تحت بارگذاری محوری است را بررسی کنیم.

ابتدا کرنش دائم در یک عضو را به عنوان تغییر شکل واحد طول عضو تعریف می کنیم. ما کرنش به بر حسب کرنش همگام افزایش بار وارد بر عضو نمودار تنش - کرنش ساده را به دست می آوریم. از این نمودار می توان بعضی از خواص مهم ماده مانند مدول الاستیسیته، چگالش خواص، یا شکستگی ماده را تعیین کرد.

از نمودار تنش - کرنش می توان تعیین کرد که آیا کرنش ها در محدوده سازه خف بار از این می روند در این حالت می توانیم ماده به طور الاستیک رفتار می کند یا اینکه تغییر شکل پلاستیک (دائم) در آن به وجود می آید. در نهایت در این فصل بدیهه خستگی را بررسی می کنیم که به موجب آن یک عضو پس از تکرار زیاد بارگذاری گسیخته می شود. در کرنش های آن خاصه الاستیک بار.



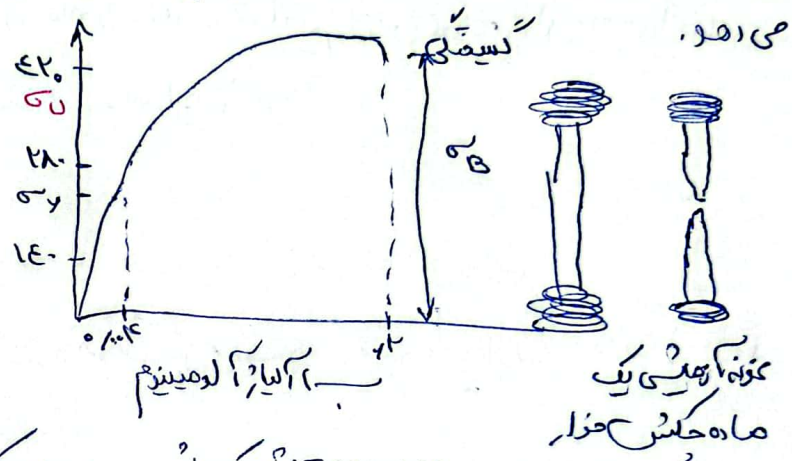
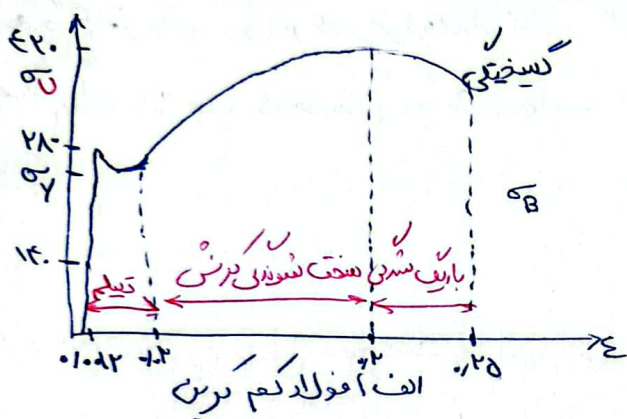
تعریف کرنش: $\epsilon = \frac{\delta}{L}$
 ϵ بدون واحد

مثال (۲-۱) میله ای با طول $L = ۱.۲m$ دارای تغییر شکل $\delta = ۱۵ \times ۱۰^{-۴} m$ است. کرنش متناظر را بیابید.

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{۱۵ \times ۱۰^{-۴}}{۱.۲} = ۱۲.۵ \times ۱۰^{-۴}$$

در اینجا به نمودار تنش - کرنش یکی از مستحفظه های مهم مواد است. برای تعیین نمودار تنش - کرنش یک ماده معمولاً نمونه ای از آن را تحت شرایط آزمایشی گسی قرار می دهیم. به عنوان مثال یک میله با تحت بار P قرار می دهیم. آنگاه افزایش طول آن را اندازه گیری می کنیم. $\delta = L - L_0$ و تحت بار P های مختلف این تغییر طول را ثبت می کنیم. آنگاه از تقسیم P ها بر مساحت مقطع عرضی اولیه نمونه (A) می توان تنش را تعیین کرد. به دست آمده بر طول اولیه L_0 کرنش ϵ را به دست آورد. آنگاه نمودار تنش - کرنش به دست می آید. نمودارهای تنش و کرنش برای مواد مختلف کاملاً متفاوت هستند و منبای مشخصه تشخیص آنها در برهه هستند. مواد چکش خوار و مواد شکننده.

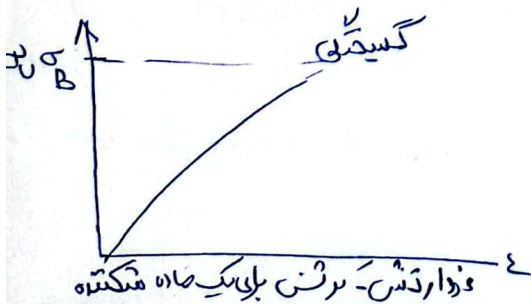
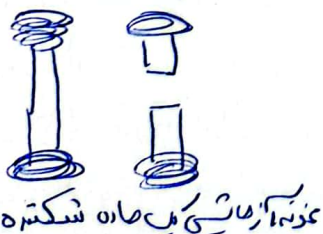
مواد چکش خوار مانند فولاد و بای از آلیاژهای فلزی با قابلیت برای تسلیم در دماهای معمولی مشخص می شوند و منحنی تنش کرنش برای آن بر حسب بار با σ_B آگهی می کند منحنی حقیقی افزایش می یابد لذا قسمت اولیه نمودار تنش کرنش یک حفره است با شیب تند است ولی پس از آنکه نمونه به تنش بطریقی σ_y می رسد با افزایش بار به مقدار کم دست خوش تغییر شکل بزرگ می شود این تغییر شکل در اثر لغزش ماده از امتداد سلول حاصل است پس با افزایش طول نمونه پس از شروع تسلیم صاف است σ_y برابر تغییر شکل قبل از تسلیم باشد پس از آنکه بار به مقدار ماکزیمم رسید منحنی از تنش کرنش شروع به صاف می کند که ناشی از ناباریهای محلی است این پدیده را باریک شدن می گویند پس از شروع پدیده باریک شدن بارهای کمتری برای افزایش طول بیشتر نمونه نیاز است تا به انجام گسیختگی نهایی رخ می دهد.



نمودارهای تنش-کرنش در دماهای چکش خوار

نکته: تنش σ_y را که در آن تسلیم شروع می شود را **استقامت تسلیم ماده** و تنش σ_B به عنوان بار ماکزیمم که نمونه واروی شود را **استقامت نهایی** و تنش σ_B به عنوان بار گسیختگی را **استقامت شکست** گویند

مواد شکسته شکل چون، سطح و لبه، دارای این مشخصه اند که گسیختگی در آنها ریزی می دهد بدون اینکه قبلاً آگهی افزایش طول آنها افزایش قابل توجهی دهد لذا در مواد شکسته هیچ اختلافی بین استقامت نهایی و استقامت شکست وجود ندارد همچنین کرنش در حال گسیختگی برای مواد چکش خوار در مقایسه با مواد شکسته منبسطی کمتر است از شکل زیر برای مواد شکسته دیده می شود که حالت باریک شدنی برای ماده شکسته وجود ندارد.



قانون هوک، مدل الاستیسیته

اغلب بارهای مهندسی که برای تغییر شکل های نسبتاً کوچک طراحی شده اند فقط شامل قسمت خطی نمودار تنش-کرنش هستند برای آن قسمت از نمودار ماده حالت (الف) تنش با کرنش به طور مستقیم متناسب هستند که می توان نوشت $E \epsilon = \sigma$ که به این رابطه قانون هوک می گویند و منبری E را مدل الاستیسیته یا مدل یا نف ماده می گویند چون E یک کمیت بی بعد است E بر حسب پاسکال است.

به بیشترین مقدار کشی که به ازای آن می توان قانون هوک را برای ماده به کار برد حدش ب ماده می گویند که در مواد چکش خوار که نقطه تسلیم مشخص دارند حدش ب تقریباً بر نقطه تسلیم منطبق است اما برای ب پر مواد به سهولت می توان تعریف کرد زیرا تقص دقیق کشی که به ازای آن رابطه خطی بین σ و ϵ از بین می رود مشخص است

مقایسه رفتار الاستیک و پلاستیک ماده

اگر کرنش های که با اعمال بار مفنی در یک نمونه آزمائی به وجود می آید هنگام حذف بار از بین نرود می گویم ماده به صورت الاستیک رفتار می کند. بیشترین مقدار کشی که به ازای آن ماده به صورت الاستیک رفتار می کند حد الاستیک آن ماده می گویند. اما اگر ϵ تعداد از حذف بار به حالت برقرار شدن می دهد که تغییر شکل پلاستیک (دائمی) روی داده است.

بارگذاری های تکراری - خستگی

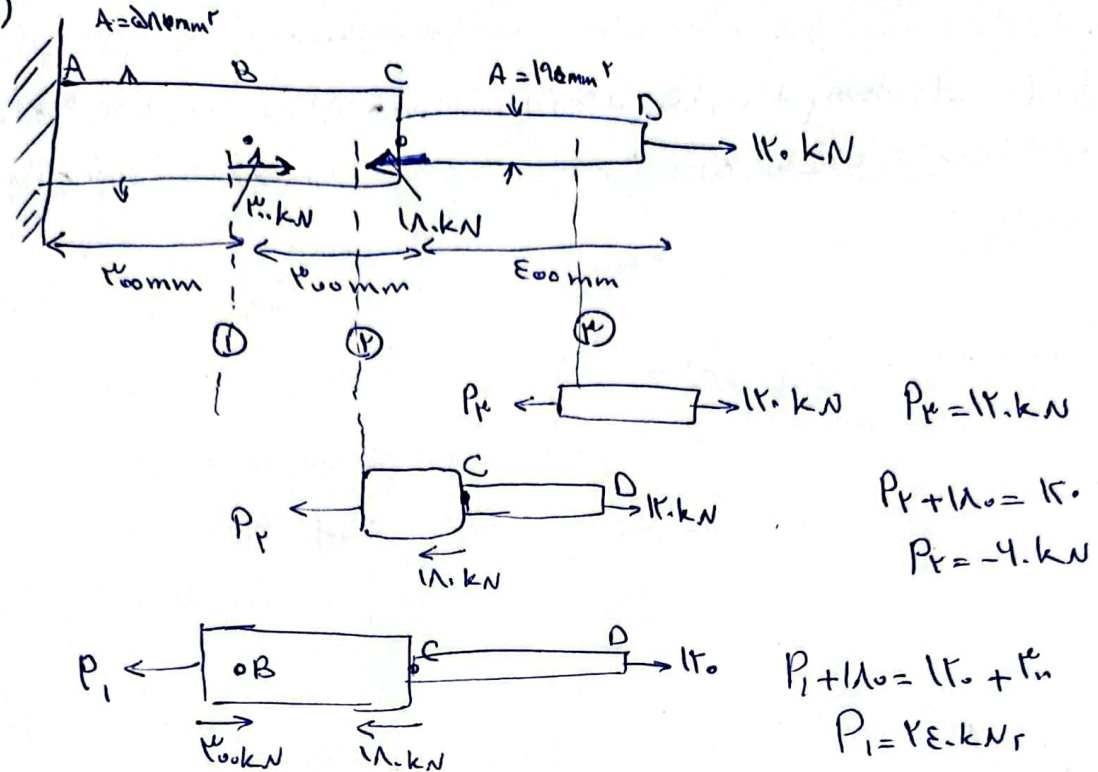
در قسمت های قبل، رفتار یک نمونه آزمائی را تحت بارگذاری صوری بررسی کردیم توجه داریم که اگر ماکزیمم تنش در نمونه از حد الاستیک ماده فراتر نرود نمونه پس از حذف بار به حالت اولیه اش برمی گردد می توان نتیجه گرفت که یک بارگذاری مفین را می توان به دفعات تکرار کرد به شرطی که تنش ها در ناحیه الاستیک باشند این نتیجه گیری برای بارگذاری های که می بیند بارگذاری شوند صحت دارد و بی، همانطور که بعدها هم در فاند با آن ها روبه رو خواهیم شد برای بارگذاری های که هزاران یا میلیون ها بار تکرار شود صحت ندارد در چنین مواردی تحت تنش که ضعیف گتر از استقامت شکست است بیکی است گسیختگی رخ می دهد که این بدلیل خستگی می گویند گسیختگی ناشی از نطشی از خستگی حتی برای مواردی که در حالت بالای چکش خوار هم دارای ماهیت شکنندگی است.

فرمول های مربوطه برای حل مسائل کرنش جا:

قانون هوک $\sigma = E \epsilon$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \sigma = \frac{P}{A} \rightarrow \epsilon = \frac{P}{AE} \quad \epsilon = \frac{\delta}{L} \rightarrow \delta = \frac{PL}{AE} \rightarrow \delta = \sum \frac{P_i L_i}{A_i E_i}$$

مثال ۲-۲) تغییر شکل میله فولادی نشان داده شده در شکل زیر را تحت بارهای داده شده بیابید
 (E = ۲۰۰ GPa)



$$L_1 = L_2 = 300 \text{ mm} \quad L_3 = 500 \text{ mm}$$

$$A_1 = A_2 = 210 \text{ mm}^2 \quad A_3 = 190 \text{ mm}^2$$

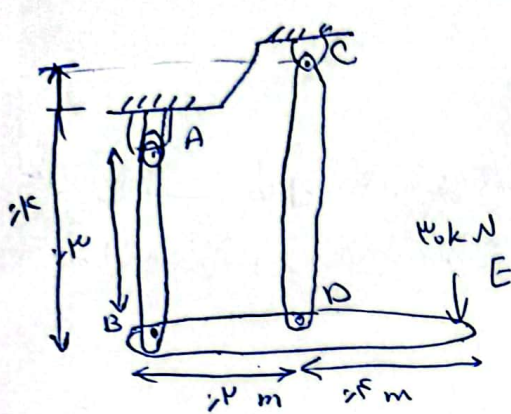
محاسبه تغییر شکل میله فولادی (مقادیر معادله خواص میله را استفاده کنید):

$$\delta = \sum \frac{P_i L_i}{A_i E_i} = \frac{1}{E} \left(\frac{P_1 L_1}{A_1} + \frac{P_2 L_2}{A_2} + \frac{P_3 L_3}{A_3} \right)$$

$$= \frac{1}{200 \times 10^9} \left[\frac{12 \times 10^3 \times 300}{210 \times 10^{-6}} + \frac{(-4 \times 10^3) \times 300}{210 \times 10^{-6}} + \frac{12 \times 10^3 \times 500}{190 \times 10^{-6}} \right]$$

$$= 1.14 \text{ mm}$$

مثال ۲-۳) میل صلب BDE توسط دو بازوی AB و CD نگه داشته شده است. بازوی AB از آلومینیوم ($E = 70 \text{ GPa}$) و دارای مساحت مقطع عرضی 400 mm^2 است و بازوی CD از فولاد ($E = 200 \text{ GPa}$) با مساحت مقطع عرضی 400 mm^2 درست شده است. نیروی 30 kN مطابق شکل مطلوب است. انحراف نقاط الف و B و D



حل: عوارض آزاد: $\sum M_B = 0 \quad - 30 \times 4 + F_{CD} \times 4 = 0$

$$F_{CD} = 30 \text{ kN}$$

$\sum M_D = 0 \quad - 30 \times 4 - F_{AB} \times 4 = 0$

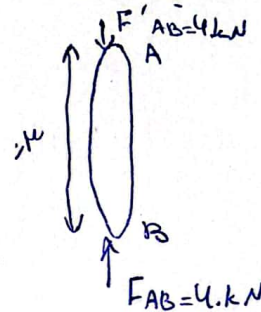
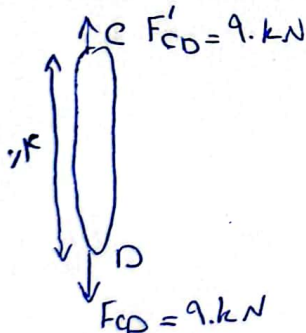
$$F_{AB} = -30 \text{ kN}$$

الف) چون نیروی داخلی در بازوی AB منفی است $P = -30 \text{ kN}$

$$\delta_B = \frac{PL}{AE} = \frac{-30 \times 10^3 \times 4}{400 \times 10^{-6} \times 70 \times 10^9} = -0.428 \times 10^{-4} \text{ m}$$

علامت منفی نشان دهنده این است که عضو AB کوتاه شده است. لذا انحراف انتهای B به بالا است.

انحراف D: $\delta_D = \frac{PL}{AE} = \frac{30 \times 10^3 \times 4}{400 \times 10^{-6} \times 200 \times 10^9} = 0.15 \text{ mm}$



در نتیجه $\delta_B = 0.428 \text{ mm}$

بترین برحانه: (فصل دوم)

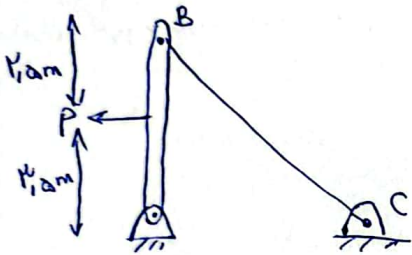
۱- یک میل فولادی به طول 2 m است. تحت بار 81.5 kN باید بیش از 1.2 mm افزایش طول دهد. اگر $E = 200 \text{ GPa}$ باشد مطلوب است: الف) کمترین قطر میل ب) تنش متناظر با آن تحت نیروی 81.5 kN

سوال یک

۲- یک میل فولادی به طول ۴۰۰۰ تحت نیروی کششی ۲۰۰ kN است. اگر $E = ۲۰۰$ GPa و افزایش طول میل ۸ mm باشد
الف) کمترین قطر میل (ب) تنش قائم متوسط در آن

سوال ۲

۳- (۱۳) قاب: قاب BC به قطر ۴ mm از فولاد $E = ۲۰۰$ GPa ساخته شده است. اگر ماگنیزیم تنش در قاب نباید از ۱۹۰ MPa و افزایش طول قاب نباید از ۴ mm بیشتر شود، ماگنیزیم بار P که می توان داد کتر را بیاید



۴- (۱۸) (۴) قاب: میل ABC از آلومینیوم $E = ۷۰$ GPa ساخته شده است برای $P = ۴$ kN و $Q = ۸۲$ kN مطلوب است
الف) انحراف A ب) انحراف B

