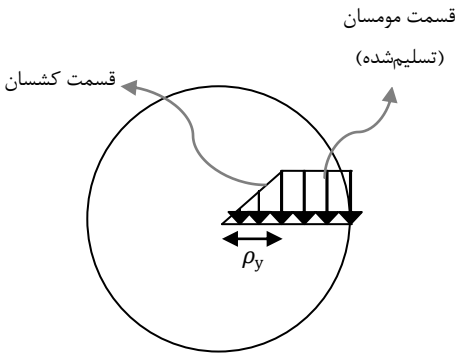
بررسی حالت $T_y < T < T_u$:



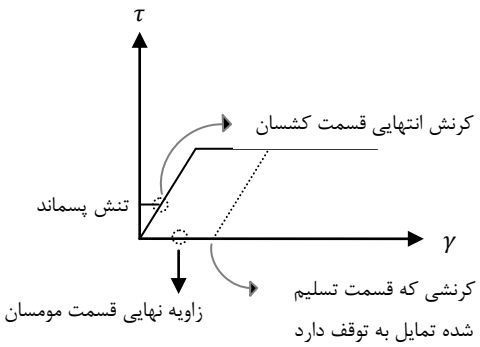
$$T = T_e + T_p$$

$$T_e = \frac{\pi {\rho_y}^3}{2}\tau_y$$

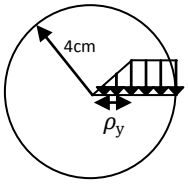
$$T_P = \int_{\rho_y}^{c}(2\pi r dr)\tau_y r = \frac{2\pi}{3}(c^3 - {\rho_y}^3)\tau_y$$

$$T = \left(\frac{2\pi}{3}c^3 - \frac{\pi}{6}{\rho_y}^3\right)\tau_y$$

حال اگر T را دوباره صفر کنیم بازگشت تغییرشکل‌های وابسته را خواهیم داشت. بخش الاستیک تمایل به جبران کامل تغییر شکل خود را دارد در حالی که بخش الاستیک دچار تغییر شکل دائمی شده است . در این حالت بخش مومسان قسمتی از تغییر شکل دائمی را تحت تنش جبران می کند و بخش کشسان نم‌ی‌تواند کاملاً به حالت اولیه با زگردد بنابراین تنش آن صفر نمی شود. بنابراین با این که بار نداریم اما تنش داریم که همان **تنش پسماند** است.



❖ ***مثال.*** *اگر $T = 14\ kNm$ و $\tau_y = 120\ MPa$ ، ρ_y شعاعی از میله را که هنوز تسلیم نشده بیابید.*

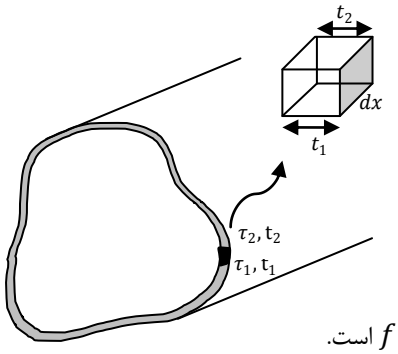


$$T = \left(\frac{2\pi}{3}c^3 - \frac{\pi}{6}{\rho_y}^3\right)\tau_y$$

$$14 \times 10^3 = \left(\frac{2\pi}{3}(4 \times 10^{-2})^3 - \frac{\pi}{6}{\rho_y}^3\right) \times 120 \times 10^6$$

با حل معادله بالا که بر اساس رابطه‌ای که پیش‌تر بدست آوردیم، بدست آمد، جواب مسئله را خواهیم یافت.

پیچش در لوله‌های جدارنازک:

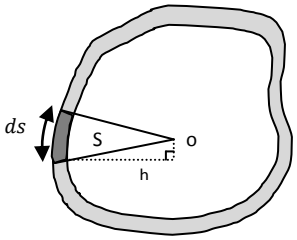


$$\Sigma F_x = 0 \quad \rightarrow \quad \tau_2(t_2 dx) - \tau_1(t_1 dx) = 0$$
$$\tau_1 t_1 = \tau_2 t_2 = \cdots = \tau_n t_n$$

به حاصل‌ضرب برش در ضخامت، **جریان برش** می‌گوییم که در کل جداره مقدار آن ثابت و برابر با f است.

$$f = \tau t$$

برای بدست آوردن گشتاور در لوله‌های جدارنازک:



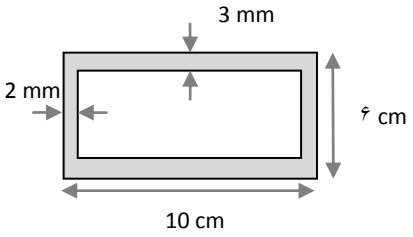
$$dT = dF.h = (\tau dA).h = (tds).\tau h \quad \rightarrow \quad dT = \tau thds$$
$$dS = \frac{1}{2}hds \quad \rightarrow \quad hds = 2dS$$

$$dT = 2\tau t dS = 2f dS \quad \rightarrow \quad T = 2A_m f$$

$$\boxed{f = \frac{T}{2A_m}} \qquad \boxed{\tau = \frac{T}{2A_m t}}$$

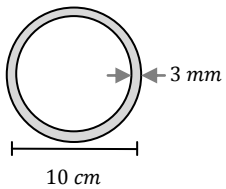
بنابراین با داشتن مساحت کل جداره (A_m) و گشتاور، تنش برشی را در هر نقطه بدست آوریم.

❖ ***مثال.*** *اگر* $T = 10\ Nm$ *باشد،* τ_{max} *را بدست آورید.*



$$A_m \cong 10 \times 6 = 60\ cm^2$$
$$f = \frac{T}{2A_m} = \frac{10}{2 \times 60 \times 10^{-4}} = 833\frac{N}{m}$$
$$f = \tau t \quad \rightarrow \quad 833 = \tau_{max}\, t_{min} = \tau_{max} \times 2 \times 10^{-3}$$
$$\tau_{max} = 416 \times 10^3 Pa$$

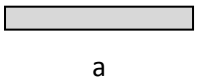
❖ ***مثال.*** *اگر* $\tau_y = 80\ MPa$ *باشد،* T_y *را حساب کنید.*



$$f = \tau t \quad \rightarrow \quad f = 80 \times 10^6 \times 3 \times 10^{-3} = 24 \times 10^4$$
$$f = \frac{T}{2A_m}, \qquad A_m \cong 25 \times 10^{-4}\pi$$
$$T = 1200\pi\ Nm$$

بررسی دیگر مقاطع:

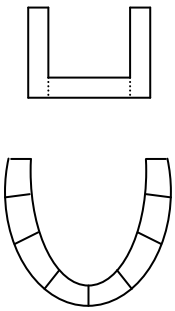
اگر مقطع به صورت مستطیل لاغر باشد :



$$\tau_{max} = \frac{T}{c_1 a b^2}, \quad a > b$$

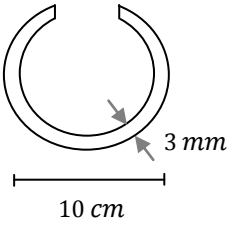
- c_1 بستگی به نسبت $\frac{a}{b}$ دارد که جز معلومات مسئله است.

اشکال زیر را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از مستطیل‌ها در نظر گرفت :



$$\rightarrow \quad \tau_{max} = \frac{T}{\sum c_1 a b^2}$$

❖ **مثال.** اگر $\tau_y = 80\ MPa$ ، $c_1 = \frac{1}{3}$ باشد، $T_y = ?$



$$\tau_{max} = \frac{T}{1/3\, ab^2} \rightarrow 80 \times 10^6 = \frac{T}{1/3\, (3 \times 10^{-3})^2 \times 10\pi} \rightarrow T = 73\ Nm$$

- **نکته:** با مقایسه دو مثال قبل می بینیم تنش تسلیم در لوله جدارنازک در حالت بسته حدود ۳۸۰۰ و در حالت باز ۷۳ نیوتن‌متر است. یعنی لوله‌های جدارنازک بسته در برابر پیچش مقاومت بسیار بیشتری نشان می دهند و اغلب از آنها استفاده می‌شود.