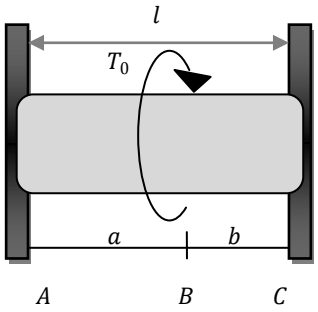
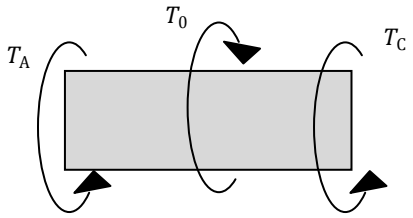


❖ ***مثال.*** *میزان پیچش را حساب کنید. درکجا برش ماکسیمم است؟ مقدار آن را محاسبه کنید.*

ابتدا دیاگرام آزاد را رسم می‌کنیم و روابط تعادل را می‌نویسیم.



$$T_C + T_A = T_0 \qquad \text{یک درجه نامعین}$$

طبق اصل سازگاری چون هر دو طرف میله فیکس است پیچش A نسبت به C صفر است.

$$\varphi_{C-A} = \varphi_{B-A} + \varphi_{C-B} = 0$$

$$\varphi_{B-A} = \frac{Tl}{GJ} \quad \rightarrow \quad T_A \; T \quad \rightarrow \quad T = T_A$$

$$\varphi_{B-A} = -\frac{T_A a}{GJ}$$

$$\varphi_{C-B} = -\frac{Tl}{GJ} \quad \rightarrow \quad T \; T_C \quad \rightarrow \quad T = T_C$$

$$\varphi_{C-B} = -\frac{T_C b}{GJ}$$

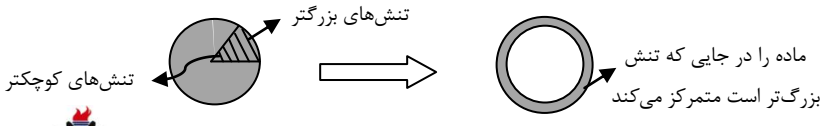
دقت شود که برای محاسبه φ_{C-B} برش را از چپ زدیم بنابراین با این که T هم‌جه‌ت با T حالت φ_{B-A} است جهت تغییر زاویه‌ها خلاف هم است. از این رو یکی را منفی و دیگری را مثبت در نظر گرفته‌ایم.

$$\varphi_{B-A} + \varphi_{C-B} = 0 \implies T_c b - T_A a = 0 \implies T_A = \frac{b}{a} T_C$$

$$\begin{cases} T_A = \dfrac{b}{a} T_C \\ T_C + T_A = T_0 \end{cases} \implies \begin{cases} T_A = \dfrac{bT_0}{l} \\ T_B = \dfrac{aT_0}{l} \end{cases}$$

$$if \quad a \succ b \quad \longrightarrow \quad \tau_{max} = \frac{T_B c}{l} = \frac{aT_0 c}{l^2}$$

- **نکته :** با جرم یکسان لوله‌ی توخالی شعاع بیشتری نسبت به لوله‌ی توپر دارد، بنابراین J آن بزرگتر است و بر اساس رابطه‌ی موجود، تنش برشی آن کمتر است.همچنین برای داشتن J یکسان با لوله‌ی توخالی جرم کمتری نیاز است. از این رو لوله‌های توخالی برای تحمل پیچش مناسب‌ترند.



- **تذکر:** چنانچه میله تحت گشتاور خالص باشد، در این حالت دوران داریم، نه پیچش. در این حالت میله شتاب زاویه‌ای خواهد داشت. چنانچه میله تحت گشتاور باشد اما گشتاور خالص نداشته باشیم، یعنی عامل مقاوم داشته باشیم اما میله تکیه گاه نداشته باشد، در این حالت میله با سرعت ثابت دوران می کند. در این حالت میله شتاب ندارد یعنی در حالت تعادل است اما تعادل استاتیکی نیست.

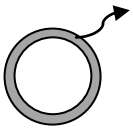


گشتاور بسامد توان

$$P = 2\pi f . T$$

سرعت زاویه‌ای در امتداد گشتاور

❖ ***مثال.*** *اگر* $\tau_w = 60\ MPa$ ، $f = 20\ Hz$ ، $P = 100\ kW$ *ضخامت لوله را طوری بیابید که تنش مجاز* ۶۰ MPa *شود.*

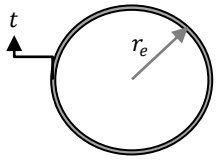


$t = ?$

$$P = 2\pi fT \quad \rightarrow \quad T = 796\ Nm$$

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \quad \rightarrow \quad 60 \times 10^6 = \frac{796 \times 0.025}{\frac{\pi}{2}((50 \times 10^{-3})^4 - r^4)}$$

$$t = 4.4\ mm$$

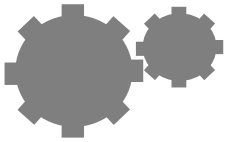


t r_e

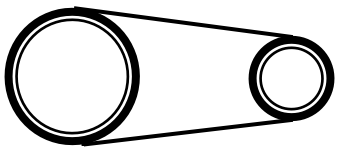
$$J = 2\pi r_e t\ .\ {r_e}^2$$

- **نکته :** در میله‌های جدارنازک شعاع را r_e که میانگین شعاع خارجی و داخلی است می‌گیریم.

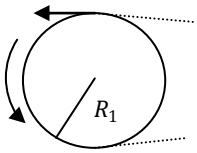
<u>مسایل چرخ‌دنده و زنجیر و تسمه متصل به قرقره:</u>



نکته کلیدی در این مسایل این است که نیرویی که از طریق دنده یا زجیر به هرکدام از چرخ‌دنده‌ها یا قرقره‌ها وارد می‌شود بر اساس قانون سوم نیوتن یکسان است.



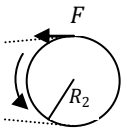
مثلاً در قرقره و تسمه :



F R_1

$$T_1 = FR_1$$

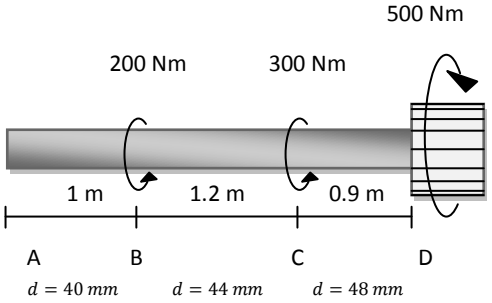
$$\rightarrow \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{R_1}{R_2}$$



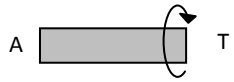
F R_2

$$T_2 = FR_2$$

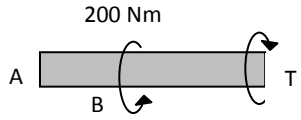
تذکر: در این مسایل چنانچه حرکت داشته باشیم باید توجه کنیم که سرعت و شتاب خطی قرقره‌هایی که به هم متصلند برابر است.



❖ ***مثال.*** *مقدار* φ_{C-B} *و* φ_{D-B} *را محاسبه کنید.* (*G = 27 GPa*)

➢ 

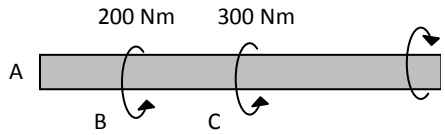
$$T = 0$$

➢ 

$$T - 200 = 0 \quad \rightarrow \quad T = 200\ Nm$$

$$\varphi_{C-B} = \frac{Tl}{GJ}\ , \qquad J = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi(22)^4 \times 10^{-12}}{2} = 3.68 \times 10^{-7} m^4$$

$$\varphi_{C-B} = \frac{200 \times 1.2}{27 \times 10^9 \times 3.68 \times 10^{-7}} = 0.024\ rad$$

➢ 

$$T - 500 = 0 \quad \rightarrow \quad T = 500\ Nm$$

$$\varphi_{D-C} = \frac{Tl}{GJ}\ , \qquad J = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi(24)^4 \times 10^{-12}}{2} = 5.21 \times 10^{-7}\ m^4$$

$$\varphi_{D-C} = \frac{500 \times 0.9}{27 \times 10^9 \times 5.2 \times 10^{-7}} = 0.032\ rad$$

$$\varphi_{D-B} = \varphi_{D-C} + \varphi_{C-B} = 0.024 + 0.032 = 0.056\ rad$$