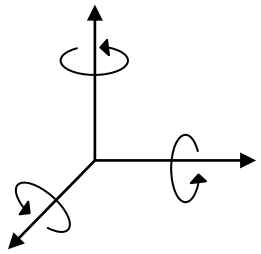
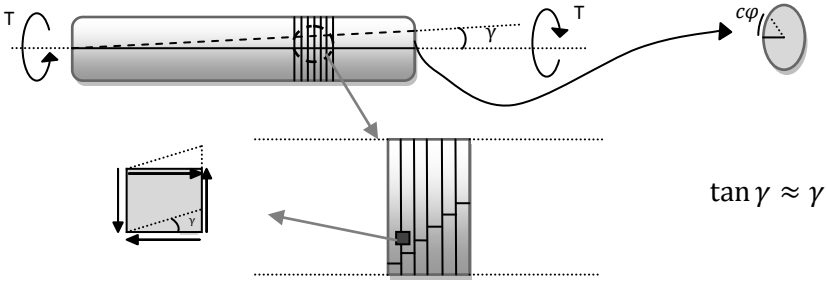
پیچش:

چنانچه میله‌ای در راستای محور x داشته باشیم، گشتاور حول محورهای y و z باعث خمیدگی و گشتاور حول محور x باعث **پیچش** می‌شود.



در پدیده‌ی پیچش طول‌ها و سطح مقطع‌ها تغییری نمی‌کنند، هر سطح نسبت به سطح مجاور می‌چرخد.



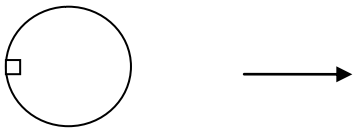
زاویه دوران سطوح انتخابی نسبت به هم

$$\tan\gamma \approx \gamma = \frac{c\varphi}{l}$$

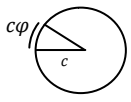
فاصله سطوح انتخابی

در المان مورد نظر تغییر زاویه مشاهده می‌شود پس کرنش برشی داریم که نشان از تنش برشی است.

هر المان دیگری را در نظر بگیریم به این میزان دوران دارد :

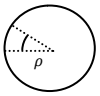


۱. برای حالتی که المان روی سطح قرار دارد



$$\gamma = \frac{c\varphi}{l}$$

۲. برای حالتی که المان به مرکز نزدیک‌تر باشد

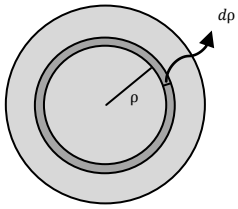


$$\gamma = \frac{\rho\varphi}{l}$$

تنش برشی در هر نقطه عمود بر شعاع است، در همه جا وجود دارد و با شعاع رابطه ی خطی دارد (از مرکز به سمت بیرون افزایش می‌یابد).

$$\downarrow\tau = G\gamma\downarrow \qquad \downarrow\gamma = \frac{\downarrow\rho\varphi}{l}$$

برآیند این نیروهای برشی، گشتاور T حول محور میله را نتیجه می‌دهد. برای یافتن T از انتگرال استفاده می‌کنیم.



$$\int (\tau dA)\rho = T$$

نیروی داخلی جزیی ← τdA ، بازوی گشتاور ← ρ

$$\int \underbrace{\left(\frac{G\varphi}{l}\rho\right)}_{\tau}.\rho.\underbrace{dA}_{(2\pi\rho)d\rho} = \int \frac{G\varphi}{l}\rho^2.(2\pi\rho)d\rho$$

$$T = \frac{G\varphi.2\pi}{l}\int_0^c \rho^3 d\rho = \frac{G\varphi}{l}\cdot\frac{\pi c^4}{2}$$

ممان اینرسی قطبی دایره (J)

$$\boxed{T = \frac{G\varphi}{l}\cdot J}$$

- اگر استوانه توخالی باشد، حدود انتگرال را حدود شعاع‌ها در نظر می‌گیریم.

عامل مولد

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}$$

عامل مقاوم

برای طولی از ***l*** که ***N*** و ***A*** ثابت باشند

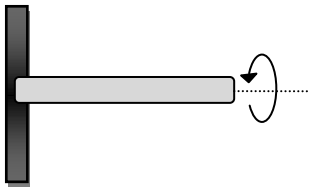
عامل مولد

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ}$$

عامل مقاوم

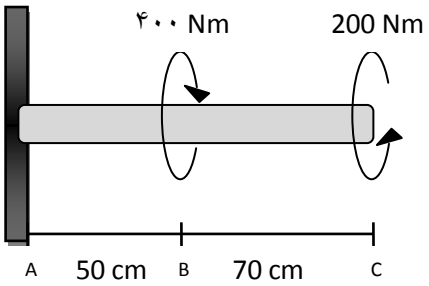
برای طولی از ***l*** که ***T*** و ***J*** ثابت باشند

مثال. *در شکل مقابل زاویه پیچش میله را بیابید.* τ_{max} *را نیز محاسبه کنید.*



$$\begin{cases} \boldsymbol{T = 300\ k\,Nm}, & \boldsymbol{E = 200\ GPa}, & \boldsymbol{J = 0.25\ kg.m^2} \\ \boldsymbol{c = 2\ cm}, & \boldsymbol{l = 120\ cm} \end{cases}$$

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ} = 0.018\ rad, \qquad \tau_{max} = G\gamma_{max} = G\frac{c\varphi}{l} = G\frac{c}{l}\cdot\frac{Tl}{GJ} \Longrightarrow \tau_{max} = \frac{Tc}{J}$$

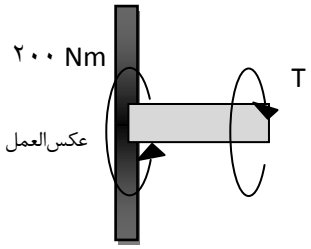


❖ ***مثال.*** *زاویه پیچش سطح C را نسبت به سطح A بدست آورید.*

$$\varphi_{C-A} = \varphi_{B-A} + \varphi_{C-B}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{c = 2\ cm} \\ \boldsymbol{G = 80\ GPa} \end{cases}$$

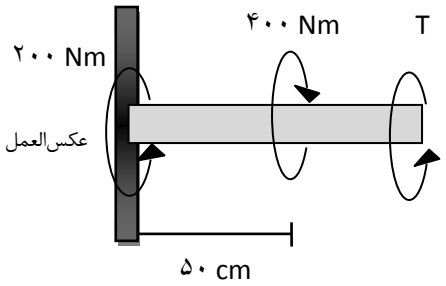
ابتدا زاویه پیچش B نسبت به A را محاسبه می‌کنیم :



$$T + 200 = 0 \implies T = -200\ Nm$$

$$\varphi_{B-A} = \frac{-200 \times 50 \times 10^{-2}}{80 \times 10^{9} \times 25 \times 10^{-8}} = -0.005\ rad$$

حال زاویه پیچش C نسبت به B را محاسبه می‌کنیم :



$$T + 200 - 400 = 0 \implies T = 200\ Nm$$

$$\varphi_{C-B} = \frac{200 \times 70 \times 10^{-2}}{80 \times 10^{9} \times 25 \times 10^{-8}} = 0.007\ rad$$

$$\varphi_{C-A} = 0.002\ rad$$

سوال. *در کجا* τ_{max} *قرار دارد؟* برای تعیین مقدار ماکسیمم جهت برش مهم نیست، مقدار آن مهم است که در همه جا 200 Nm است.

نرخ پیچش : θ **زاویه پیچش نسبی** در واحد طول است که در این واحد کوچک بقیه پارامترها ثابت است . θ را نرخ پیچش نیز می‌نامند.

$$\theta = \frac{\varphi}{l} \ \rightarrow \ \theta = \frac{T}{GJ}$$

