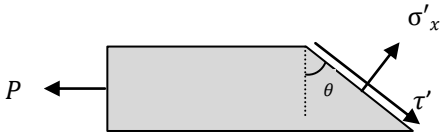
تحلیل تنش‌ها در صفحه:

تنش حاصل از کشش، فشار و پیچش را بررسی کردیم. باید دقت کنیم که برای طراحی‌ها تنش در هر سطحی که ماکسیمم است نباید از حد مجاز بیشتر شود. بین تنش‌ها در سطوح مختلف روابط ریاضی برقرار است که به کمک آنها می توان تنش در هر سطح و مقدار ماکسیمم آن‌ها را پیدا کرد.

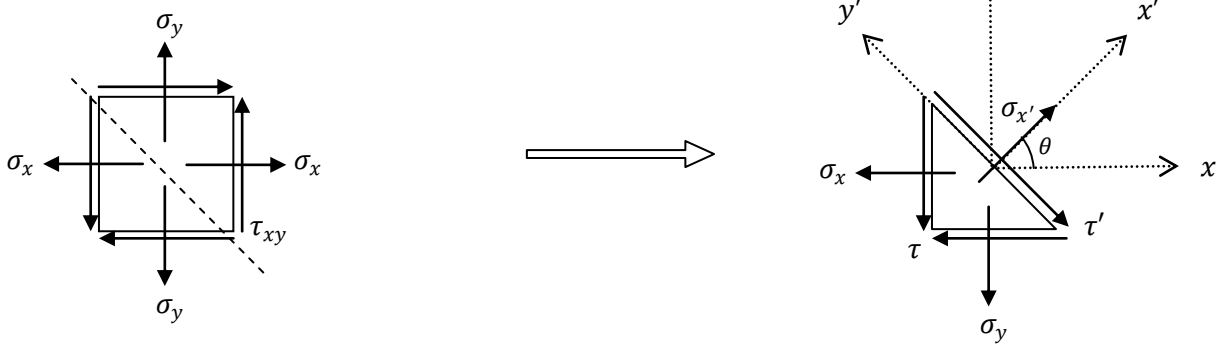




$$\sigma'_x = \sigma_x \cos^2\theta \xrightarrow{max} \cos\theta = 1 \rightarrow \theta = 0 \qquad \sigma'_x = \frac{\sigma_x}{2}$$

$$\tau' = \frac{P'}{A'} = \frac{P\sin\theta}{A/\cos\theta} = \frac{P}{A}\sin\theta\cos\theta \xrightarrow{max} \theta = \frac{\pi}{4} \qquad \tau'_{max} = \frac{\sigma_x}{2}$$

بررسی تنش‌های مسطحه به کمک **دایره‌ی مور**:



$$\sum F_{x'} = 0 \rightarrow \sigma_{x'}A - \sigma_x(A\cos\theta)\cos\theta - \sigma_y(A\cos\theta)\sin\theta - \tau_{xy}(A\cos\theta)\sin\theta - \tau_{xy}(A\sin\theta)\cos\theta = 0$$

$$\xrightarrow{yields} \sigma_{x'} = \sigma_x\cos^2\theta + \sigma_y\sin^2\theta + 2\tau_{xy}\sin\theta\cos\theta$$

$$\sum F_{y'} = 0 \rightarrow \tau'A - \sigma_x(A\cos\theta)\sin\theta + \sigma_y(A\sin\theta)\cos\theta + \tau_{xy}(A\cos\theta)\sin\theta - \tau_{xy}(A\sin\theta)\cos\theta = 0$$

$$\xrightarrow{yields} \tau' = (\sigma_x - \sigma_y)\cos\theta\sin\theta - \tau_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$

با استفاده از روابط مثلثاتی روابط را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

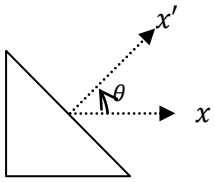
$$\tau' = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta - \tau_{xy}\cos 2\theta$$

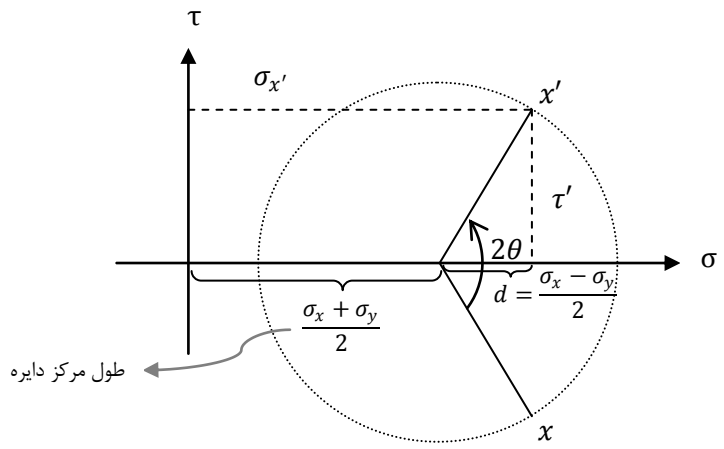
برای حالتی که $\tau_{xy} = 0$ است:

$$\sigma' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta$$

$$\tau' = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta$$

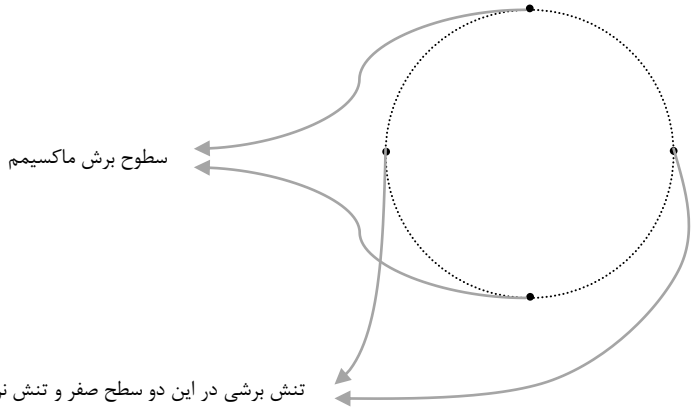
با مقایسه با معادلات $\begin{cases} X = X_c + R\cos\alpha \\ Y = Y_c + R\sin\alpha \end{cases}$ می‌توان σ' و τ' را روی دایره نظیر کرد.





دقت شود که هر نقطه روی دایره نظیر یک سطح است و عرض از مبدأ مرکز دایره همواره صفر است.

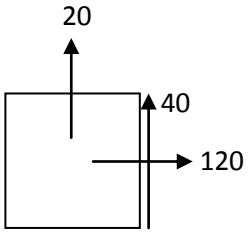
نکته : سطوح و محورهای اصلی:

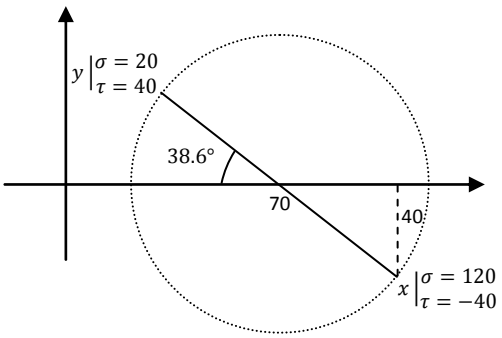


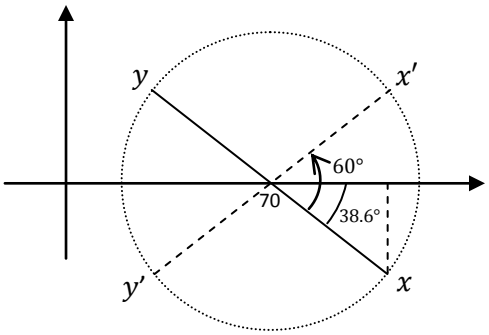
تنش برشی در این دو سطح صفر و تنش نرمال مقدار max و min را دارد.

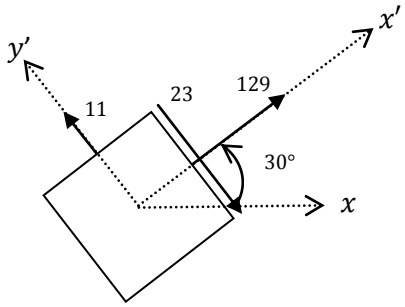
❖ ***مثال.*** *اگر سطوح را ۳۰ درجه دوران دهیم تنش و کرنش‌های جدید را محاسبه کنید.*

نکته: برای تعیین علامت τ دقت شود که پادساعت‌گرد نظیر عدد منفی در دایره است و برعکس.









دراین مثال سطوح اصلی و تنش‌هایشان:

