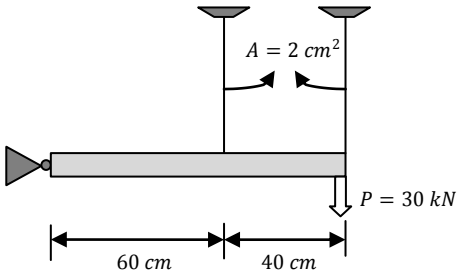
علامت منفی نیروی F_C بیانگر این است که تنش آن فشاری است نه کششی(بر خلاف فرض).

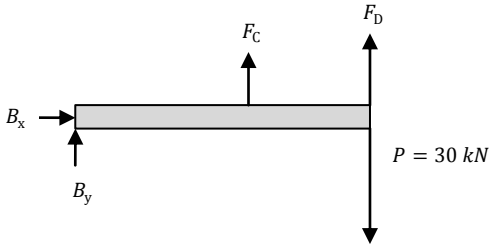
$$\Delta_C = \Delta_{C_T} + \Delta_{C_F} = \alpha l \Delta T + (-\vartheta \varepsilon_x) l$$

با جاگذاری مقدار تغییر قطر (Δ_C) بدست می‌آید. تغییر قطر D نیز به همین طریق قابل محاسبه است.

توجه : چنانچه یکی از میله‌ها نبود از آنجا که از وزن‌ها صرف نظر کرده‌ایم، میله‌ی دیگر تنها دچار کرنش حرارتی می‌شد.

❖ ***مثال.*** *در مسئله شکل زیر میله افقی را صلب فرض کنید. دمای محیط تغییر نمی‌کند. تغییر قطر میله های عمودی را محاسبه کنید.*



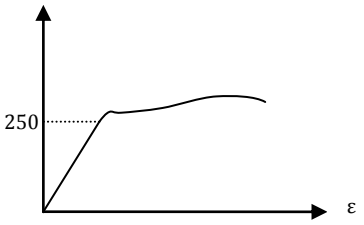


$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \ \rightarrow \ 60F_C + 100F_D = 30 \times 100 \times 10^3 \\ \text{تشابه} : \ \delta_D = \frac{5}{3}\delta_C \ \rightarrow \ \frac{F_D l}{EA} = \frac{5}{3} \times \frac{F_C l}{EA} \ \rightarrow \ F_C = 0.6F_D \end{cases} \xrightarrow{yields} \begin{cases} F_D = 22.06\ kN \\ F_C = 13.2\ \ kN \end{cases}$$

$$\sigma_C = \frac{F_C}{A} = 66\ Mpa \ , \ \sigma_D = \frac{F_D}{A} = 110\ Mpa$$

حال که مقدار تنش‌ها را داریم می‌توانیم به سادگی کرنش‌ها و تغییر قطرها را محاسبه کنیم

- **نکته :** از آنجا که تا نقطه تسلیم هر چقدر نیروها را زیاد کنیم به همان نسبت تنش هم زیاد می‌شود برای باری که در این مثال میله‌ی D را پلاستیک می‌کند از تناسب استفاده می‌کنیم.

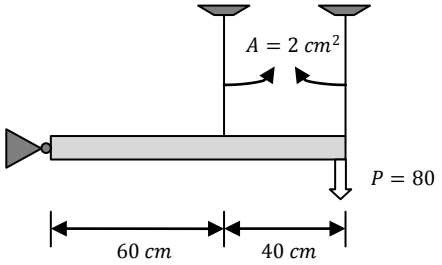


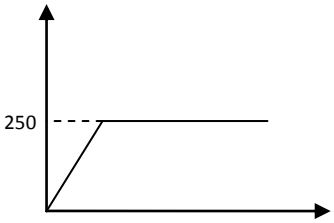
$$\frac{30}{P_{Pl}} = \frac{110}{250} \ \rightarrow \ P_{Pl} = 68.2\ MPa$$

یعنی میله‌ی D بعد از ۶۸.۲ کیلونیوتون وارد مرحله پلاستیک می‌شود.

❖ **مثال.** *در مثال قبل اگر به جای بار 30 kN ، بار 80kN وارد شود چه روی می‌دهد؟*

در مثال قبل محاسبه کردیم که میله‌ی D در صورت اعمال بار 68.2 kN وارد مرحله پلاستیک می‌شود.





$$\sum M_B = 0 \quad \rightarrow \quad 60F_C + 100F_D = 80 \times 100 \times 10^3$$

$$\delta_D = \frac{5}{3}\delta_C \quad \rightarrow \quad F_C = 0.6F_D$$

$$\begin{cases} 0.6F_C + F_D = 8 \times 10^4 \\ 0.6F_D - F_C = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_D = 59.2\ kN \\ F_C = 35.2\ kN \end{cases}$$

$$\sigma_D = \frac{F_D}{A} = \frac{59.2 \times 10^3}{2 \times 10^{-4}} = 294\ Mpa > 250Mpa$$

$$\sigma_C = \frac{F_C}{A} = \frac{35.2 \times 10^3}{2 \times 10^{-4}} = 176\ Mpa$$

میله‌ی D وارد مرحله مومسان شده است، بنابراین طبق نمودار تقریبی تنش آن را برابر با 250Mpa در نظر می‌گیریم و نیروی F_D را نیز بر همین اساس محاسبه می‌کنیم :

$$\sigma_D = \frac{F_D}{A} \quad \rightarrow \quad 250 = \frac{F_D}{2 \times 10^{-4}} \quad \rightarrow \quad F_D = 50\ kN$$

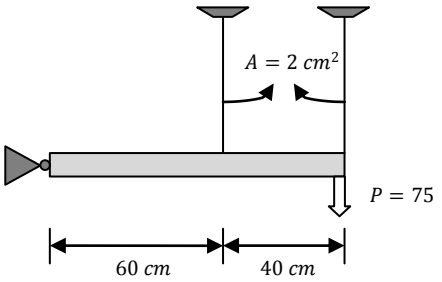
$$\sum M_B = 0 \quad \rightarrow \quad 0.6F_C + F_D = 8 \times 10^4 \quad \rightarrow \quad F_C = 50\ kN$$

$$\sigma_C = \frac{50 \times 10^3}{2 \times 10^{-4}} = 250\ Mpa$$

$$\delta_C = \frac{\sigma_C \times l}{E} = \frac{250 \times 10^6 \times 30 \times 10^{-2}}{200 \times 10^9} = 37.5 \times 10^{-5}{}_m$$

همان طور که مشاهده می شود میله‌ی C نیز در آستانه‌ی پلاستیک شدن قرار دارد. در این حالت با اعمال کوچکترین نیرویی دستگاه منهدم خواهد شد.

❖ **مثال.** *مثال قبل را برای بار 75 kN حل کنید.*



از مثال قبل می‌دانیم که میله‌ی D از حد تسلیم عبور کرده است چون نیروی وارده P=75 kN است و از 68.2 kN بیشتر است

$$\sigma_D = 250 = \frac{F_D}{A} = \frac{F_D}{2 \times 10^{-4}}$$
$$F_D = 50\ kN$$

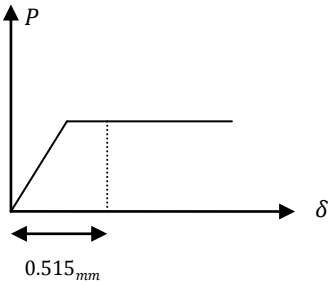
$$\sum M_B = 0 \quad \rightarrow \quad 0.6F_C + F_D = 7.5 \times 10^4 \quad \rightarrow \quad F_C = 41.7\ kN$$
$$\sigma_C = \frac{41.7 \times 10^3}{2 \times 10^{-4}} = 208.5\ Mpa$$

چون D وارد مرحله پلاستیک شده بدون افزایش تنش آنقدر افزایش طول پیدا می‌کند تا گسیخته شود. ولی چون میله‌ی C هنوز پلاستیک نشده تا حد خاصی افزایش طول دارد و بنابراینD را هم متوقف می‌کند.

$$\delta_C = \frac{F_C l}{EA} = \frac{41.7 \times 10^3 \times 30 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^9} = 31.3 \times 10^{-5}\ m$$

برای بدست آوردن تغییر طول میله‌ی *D* از همان رابطه‌ی تناسب بین میله‌ها می‌رویم :

$$\delta_C = 0.6\delta_D \quad \rightarrow \quad \delta_D = 0.515_{mm}$$



تغییر طول بخشی الاستیک و بخشی پلاستیک است