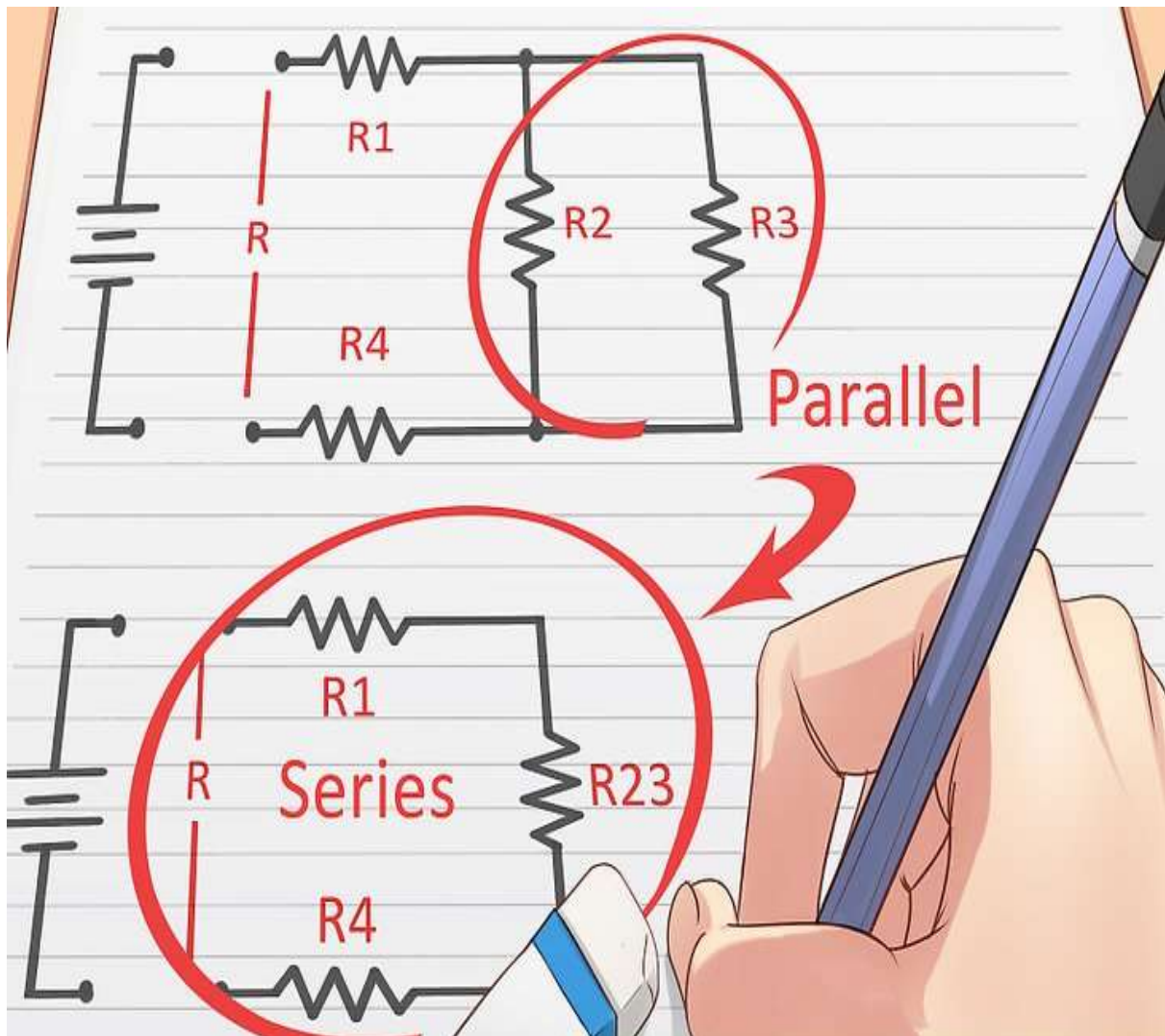


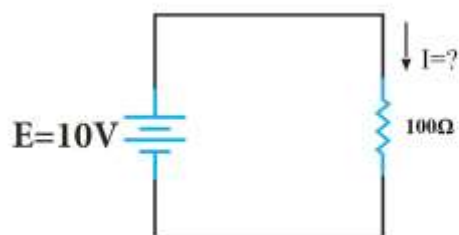
بناام خدا

تحليل مدارهاى الكترىكى

تهيه و تنظيم : مهندس فردين محمودى



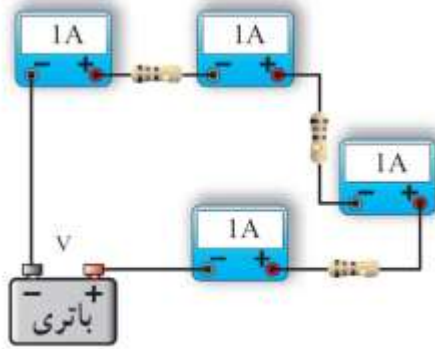
به دو سر یک مقاومت 100Ω ، ولتاژی برابر با ۱۰ ولت وارد می‌کنیم (مطابق شکل زیر)، جریان گذرنده از مدار چند میلی‌آمپر است؟



پاسخ :

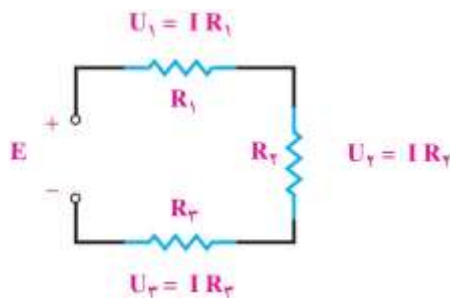
$$I = \frac{E}{R} = \frac{10}{100} = 0.1 \text{ A} = 100 \text{ mA}$$

با توجه به آموخته‌های خود دربارهٔ مدار سری، مدار موجود در شکل زیر را بررسی و دربارهٔ آن بحث کنید.



پاسخ: در یک مدار سری شدت جریان، همانند سرعت در قطار، در تمامی نقاط مدار یکسان است؛ یعنی، جریان وارد شده در هر نقطه از مدار سری با جریان خارج شده از همان نقطه برابر است. بنابراین، اگر، مطابق شکل بالا در نقاط مختلف یک مدار سری آمپر مترهایی قرار دهیم، همه یک جریان را نشان می‌دهند.

در شکل زیر، مقاومت معادل را اثبات کنید.



پاسخ: در مدار شکل بالا ولتاژ منبع با جمع افت ولتاژهای دو سر مقاومت‌ها برابر است.

بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$E = U_1 + U_2 + U_3 \quad (1)$$

با توجه به قانون اهم داریم:

$$E = I \cdot R_T \quad U_1 = IR_1 \quad U_2 = IR_2 \quad U_3 = IR_3 \quad (2)$$

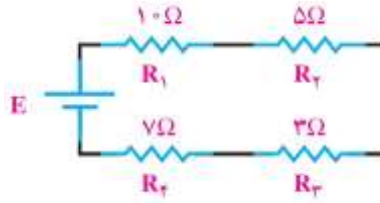
مقادیر روابط ۲ را در رابطه‌ی ۱ قرار می‌دهیم.

$$IR_T = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

با حذف جریان‌ها از طرفین تساوی به رابطه مقاومت معادل می‌رسیم.

$$I(R_T) = I(R_1 + R_2 + R_3) \quad R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

مقاومت معادل را در مدار شکل روبه‌رو به دست آورید.



پاسخ :

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

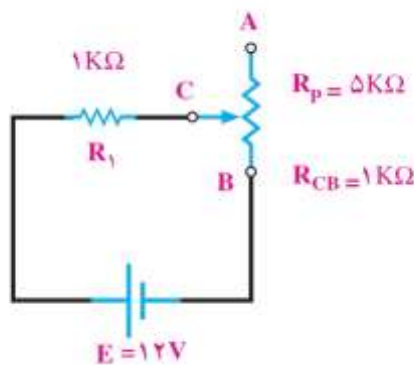
$$R_T = 10 + 5 + 2 + 3 = 20\Omega$$

: ولتاژ دو سر مقاومت R_2 از چه رابطه‌ای به دست می‌آید ؟

پاسخ : ولتاژ دوسر مقاومت R_1 را نسبت به ولتاژ کل در مدار سری مشخص می‌کند. مقدار ولتاژ دوسر R_2 برابر است با:

$$U_2 = E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

شدت جریان مدار شکل زیر را در حالت‌های زیر به دست آورید :



۱- سر لغزنده C در نقطه A قرار دارد.

۲- سر لغزنده C در نقطه B قرار دارد.

۳- سر لغزنده بین A و B قرار دارد و آن را دو قسمت می‌کند.

پاسخ : حالت ۱:

$$R_T = R_1 + R_p = 1K\Omega + 5K\Omega = 6K\Omega$$

$$I = \frac{12V}{6 \times 10^3} = 2mA$$

$$R_T = R_1 + R_{CB} = 1K\Omega + 1K\Omega = 2K\Omega$$

حالت ۲:

$$I = \frac{12V}{2 \times 10^3} = 6mA$$

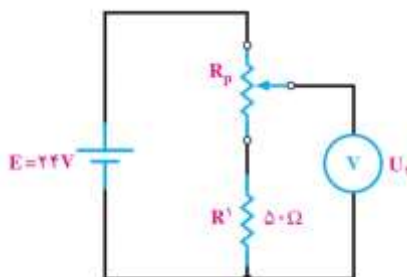
$$R_T = R_1 + \frac{R_P}{2} = 1 + 2/5 = 3/5 K\Omega$$

حالت ۳:

$$I = \frac{12}{3/5} = 3/4 mA$$

از کاردرد کلاس فوق مشخص می‌شود که مقاومت مدار در حالت ۱ برابر $6 K\Omega$ و شدت جریان $2 mA$ است. در حالت ۲ مقاومت مدار کاهش یافته و به $2 K\Omega$ رسیده است، در نتیجه، شدت جریان افزایش می‌یابد و به $6 mA$ می‌رسد. در حالت ۳ مقدار مقاومت بین حالت ۱ و ۲ قرار دارد و جریان مدار $3/4$ میلی‌آمپر است. بنابراین، با قرار گرفتن یک رئوسا به طور سری در مدار، شدت جریان کنترل می‌شود.

در شکل زیر برای دریافت ولتاژ از ۶ تا ۲۴ ولت، چه پتانسیومتری را در مدار قرار می‌دهید؟



پاسخ :

$$U_1 = E \frac{R_1}{R_1 + R_P}$$

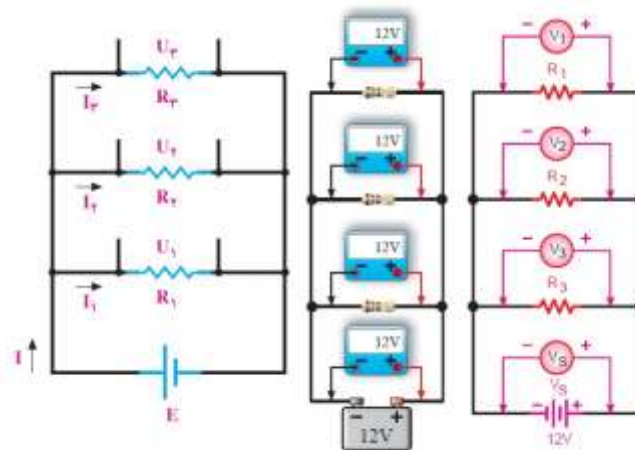
$$U_1(R_1 + R_P) = ER_1 \rightarrow U_1 R_1 + U_1 R_P = ER_1$$

$$U_1 R_P = ER_1 - U_1 R_1$$

$$R_P = \frac{R_1(E - U_1)}{U_1}$$

$$R_P = 50 \times \frac{(24 - 6)}{6} = \frac{50 \times 18}{6} = 150\Omega$$

: ویژگی‌های مدارهای سری را بنویسید و در کلاس به بحث بگذارید



پاسخ: ۱- شدت جریان در تمام نقاط مدار یکسان و برابر $\frac{U_T}{R_T}$ است.

$$I_T = I_1 = I_2 = \dots = I_n \quad \text{شکل ۱}$$

۲- مقاومت کل (معادل) از جمع مقاومت‌های جزء مدار حاصل می‌شود و برابر است با:

$$R_T = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

۳- ولتاژ کل از جمع افت ولتاژهای جزء مدار به دست می‌آید.

$$E = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

۴- افت ولتاژ دو سر مقاومت‌های جزء با مقدار مقاومت‌های مدار نسبت مستقیم دارد.

$$U_1 = E \frac{R_1}{R_T} \quad . \quad U_2 = E \frac{R_2}{R_T} \quad . \quad U_n = E \frac{R_n}{R_T}$$

۵- توان کل با جمع توان‌های جزء مدار برابر است.

$$P_T = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

۶- در مقاومت کل (معادل) از بزرگترین مقاومت مدار نیز بزرگتر است.

۷- قطع (باز) شدن مدار در یک نقطه باعث قطع جریان کل مدار می‌شود.

در شکل ۱ مقاومت معادل را اثبات کنید

پاسخ:

مقاومت معادل: مقاومت کل (معادل) در مدار موازی، مقاومتی است که به جای مقاومت‌های موازی قرار می‌گیرد و شدت جریان کل مدار را تغییر نمی‌دهد. در مدار موازی، با افزایش شاخه‌های مدار تعداد مسیرهای جریان زیادتر می‌شود و شدت جریان کل افزایش می‌یابد. در شکل ۳۲ جریان کل و جریان شاخه‌ها مشخص شده‌است.

مدار شکل ۱ را با سه مقاومت R_1 ، R_2 و R_3 در نظر می‌گیریم.

در مدار موازی ولتاژ منبع با ولتاژ دو سر شاخه‌ها برابر است و جریان کل از مجموع جریان‌های شاخه‌ها به دست می‌آید. با توجه به این نکات می‌توانیم رابطه مربوط به مقدار مقاومت معادل را به دست آوریم.

$$E = U_1 = U_2 = U_3 \quad (۱)$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (۲)$$

طبق قانون اهم می‌توان نوشت:

$$I = \frac{E}{R_t} \quad , \quad I_1 = \frac{E}{R_1} \quad , \quad I_2 = \frac{E}{R_2} \quad , \quad I_3 = \frac{E}{R_3}$$

مقادیر معادل جریان‌ها را در رابطه ۲ می‌گذاریم:

$$\frac{E}{R_t} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

با فاکتورگیری و حذف E از طرفین تساوی، به رابطه ۳ می‌رسیم.

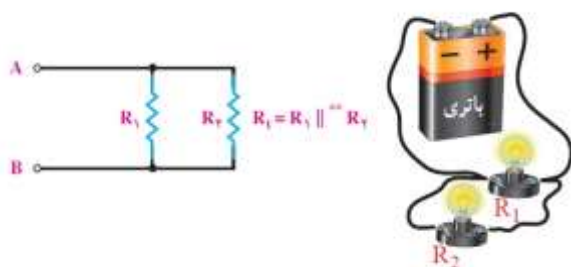
$$\frac{E}{R_t} = E \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

حالات خاص مقاومت معادل بین دو مقاومت موازی را بنویسید .

پاسخ :

الف- رابطه مقاومت معادل بین دو مقاومت موازی شکل زیر به صورت زیر محاسبه می‌شود.



$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \rightarrow R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

ب- در صورتی که مقاومت‌های موازی شده باهم مساوی باشند، مقاومت معادل به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R}$$

بن

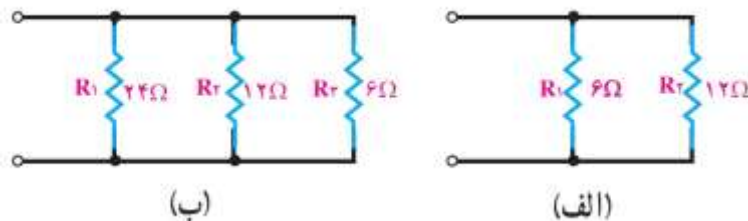
$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} (1 + 1 + \dots + 1)$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} \times n = \frac{n}{R}$$

$$R_t = \frac{R}{n}$$

n تعداد مقاومت‌های موازی شده و R یکی از مقاومت‌هاست.

مقاومت معادل مدارهای شکل زیر را به دست آورید .



پاسخ : مقاومت معادل مدار الف برابر است با:

$$R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = \frac{72}{18} = 4\Omega$$

هم‌چنین در مدار ب مقاومت معادل برابر است با:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1 + 2 + 4}{24} = \frac{7}{24} \quad \therefore R_t = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}\Omega$$

با توجه به روش به دست آوردن جریان I_2 بر حسب I و مقادیر مقاومت R_1 و R_2 اثبات کنید که:

$$I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

پاسخ :

I_2 نیز به ترتیب زیر به دست می‌آید.

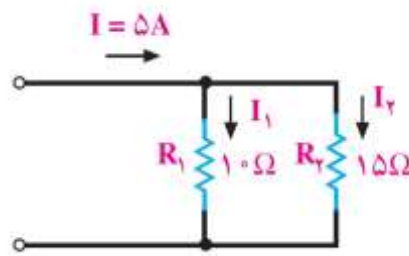
$$I_2 = \frac{E}{R_2}$$

$$I_2 = \frac{I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_2} = I \frac{R_1 R_2}{R_2 (R_1 + R_2)}$$

با حذف R_2 از صورت و مخرج داریم:

$$I_2 = I \frac{R_1}{(R_1 + R_2)}$$

شدت جریان هر شاخه از مدار شکل زیر را به دست آورید.



پاسخ: رابطه جریان شاخه R_1 :

$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{5 \times 15}{15 + 10}$$

جریان شاخه R_1 :

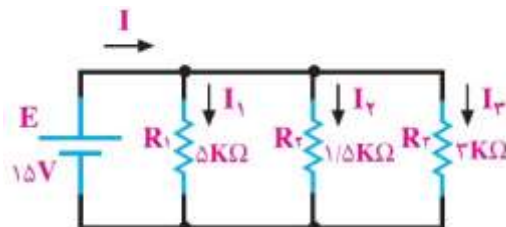
$$I_1 = \frac{75}{25} = 3A$$

جریان شاخه R_2 :

$$I_2 = I - I_1 = 5 - 3 = 2A$$

$$I_2 = I \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 5 \frac{10}{25} = 2A$$

در مدار شکل زیر شدت جریان هر شاخه و شدت جریان کل را به دست آورید.



پاسخ:

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{15V}{5 \times 10^3} = 3mA$$

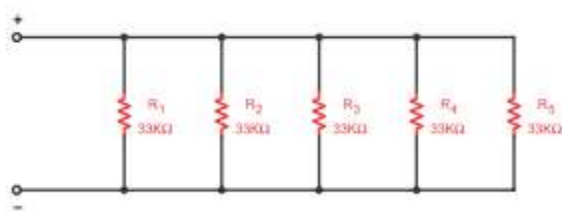
$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{15V}{1/5 \times 10^3} = 10mA$$

$$I_3 = \frac{E}{R_3} = \frac{15V}{3 \times 10^3} = 5mA$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I = 3 + 10 + 5 \quad I = 18mA$$

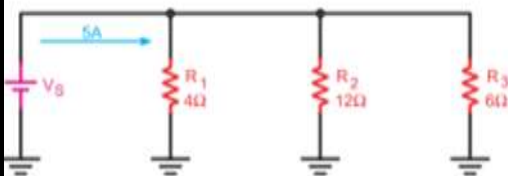
۱- مقاومت معادل را در شکل رو به رو به دست آورید.



پاسخ :

$$R_T = \frac{33}{5} = 6/6k\Omega$$

۲- با توجه به مدار شکل رو به رو ، مقدار ولتاژ منبع تغذیه و ولتاژ هر یک از مقاومت ها را محاسبه کنید.



پاسخ :

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1 + 3 + 2}{12}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{6}{12}$$

$$R_T = \frac{12}{6} = 2\Omega$$

$$V_S = 2 \times 5 = 10A$$

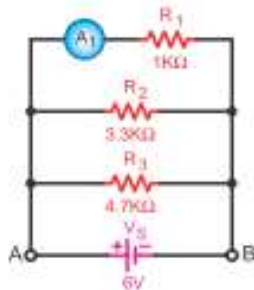
$$V_1 = 10V$$

$$V_1 = 10V$$

$$V_2 = 10V$$

$$V_3 = 10V$$

۳- جریان هر یک از مقاومت‌های شکل زیر را به دست آورید.



پاسخ :

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{6}{1} = 6\text{mA}$$

$$I_2 = \frac{V_1}{R_2} = \frac{6}{3.3} = 1.8\text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{V_1}{R_3} = \frac{6}{4.7} = 1.27\text{mA}$$

۴- دو لامپ با مقاومت داخلی ۴ اهم مطابق شکل زیر با هم موازی و به باتری ۱/۵ ولتی متصل شده‌اند. در صورتی که جریان کل عبوری از مدار، ۱/۵ آمپر باشد، جریان هر یک از لامپ‌ها چقدر است؟

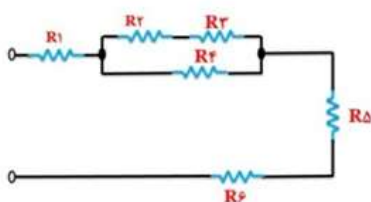


پاسخ :

$$I_c = \frac{74}{R_I} =$$

$$I_1 = I_2 = \frac{1.5}{2} = 0.75\text{A}$$

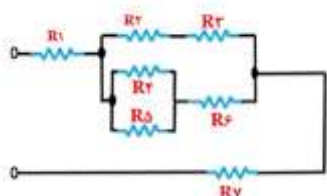
در مدار شکل زیر مشخص کنید که کدام مقاومت‌ها با هم سری و کدام مقاومت‌ها با هم موازی هستند؟



پاسخ: R_2 و R_3 با هم سری، $R_{2,3}$ با R_4 موازی و R_1 و $(R_{2,3,4})$ و R_5 و R_6 با هم سری‌اند. خلاصه این توضیح را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$R_t = R_1 + [(R_2 + R_3) \parallel R_4] + R_5 + R_6$$

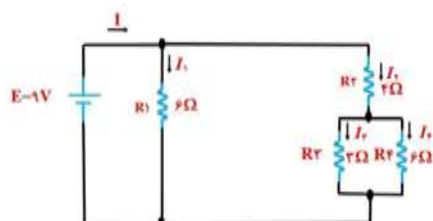
در مدار شکل زیر مقاومت‌های سری و موازی را با استفاده از نمادهای تعریف شده بنویسید.



پاسخ:

$$R_t = R_1 + \{(R_2 + R_3) \parallel [(R_4 \parallel R_5) + R_6]\} + R_7$$

مقاومت معادل، جریان کل و جریان هر شاخه از مدار شکل زیر را به دست آورید.



پاسخ:

$$R_{3,4} = R_4 \parallel R_3 = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega$$

$$R_{3,4} + R_2 = 2\Omega + 4\Omega = 6\Omega$$

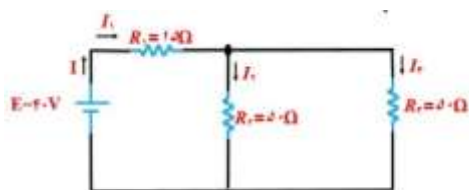
$$R_t = R_1 \parallel R_{2,3,4} = \frac{6\Omega}{2} = 3\Omega$$

مقاومت کل

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{9V}{3\Omega} = 3A$$

شدت جریان کل

افت ولتاژ دوسر R_2 و R_1 را در مدار شکل زیر حساب کنید.



پاسخ: با محاسبه مقاومت معادل، شدت جریان کل را به دست می‌آوریم.

$$R_2 \parallel R_3 = \frac{50\Omega}{2} = 25\Omega$$

$$R_t = R_1 + R_{2,3}$$

$$R_t = 15\Omega + 25\Omega = 40\Omega$$

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{40V}{40\Omega}$$

$$I = 1A$$

افت ولتاژ دو سر R_1 از حاصل ضرب شدت جریان عبوری از آن در مقدار R_1 به دست می‌آید.

$$U_{R_1} = R_1 I_1$$

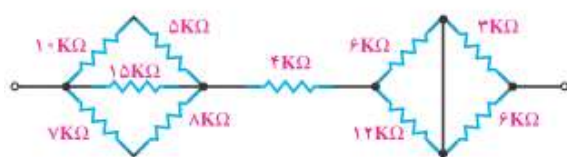
$$I = I_1 = 1A$$

$$U_{R_1} = 15\Omega \times 1A = 15V$$

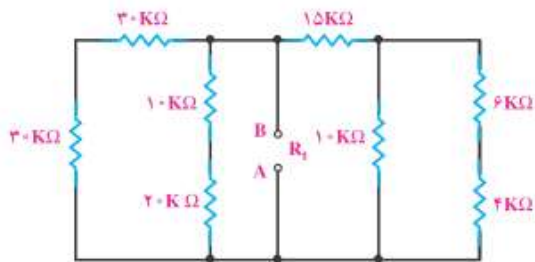
یا

$$U_{R_{2,3}} = U_{R_2} = U_{R_3} = E - U_{R_1} = 40 - 15 = 25V$$

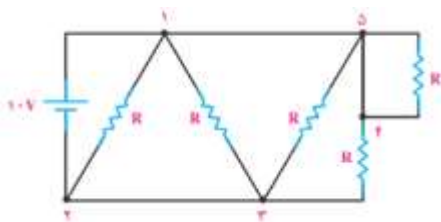
۱- مقاومت معادل مدار شکل زیر را محاسبه کنید.



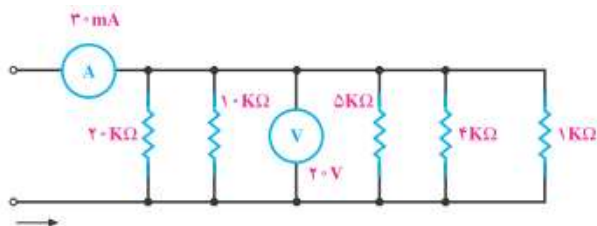
۲- مقاومت معادل مدار R_{at} بین دو نقطه A و B در مدار شکل زیر را محاسبه کنید. اگر بین دو نقطه A و B ، منبع ولتاژ ۱۰۰ ولتی وصل شود ، جریان کل عبوری از مدار چند میلی آمپر است؟



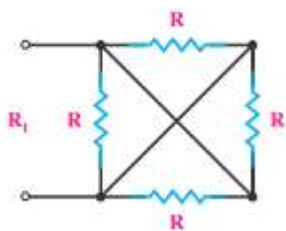
۳- در شکل زیر اختلاف پتانسیل های U_{12} ، U_{13} ، U_{53} ، U_{54} ، U_{43} و U_{15} را محاسبه کنید.



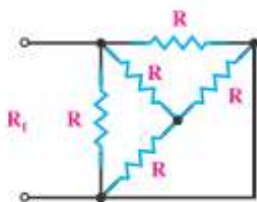
۴- در مدار شکل زیر کدام مقاومت باز شود (از مدار جدا شود) تا دستگاه های اندازه گیری ، مقدار داده شده در شکل را نشان فرایند محاسبات را با ذکر دلیل بنویسید.



۵- در شکل زیر مقدار R_{at} را محاسبه کنید.

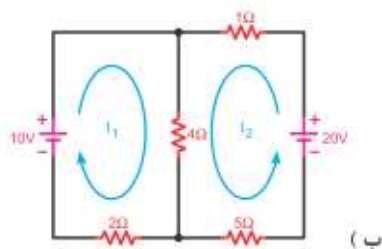
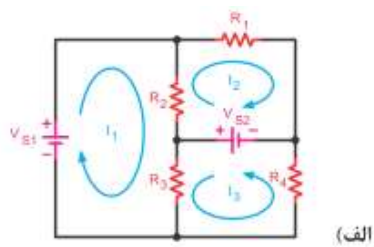


۶- مقاومت معادل شکل زیر را محاسبه کنید.

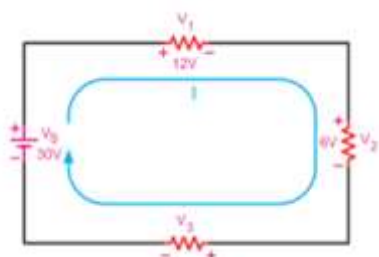


قوانین کیرشهف :

در مدارهای شکل زیر سایر حلقه‌ها را مشخص و درباره آن‌ها بحث کنید.



مقدار ولتاژ V_3 در شکل زیر چند ولت است؟



پاسخ :

$$V_1 + V_2 + V_3 - V_s = 0$$

$$V_1 + V_2 + V_3 = V_s$$

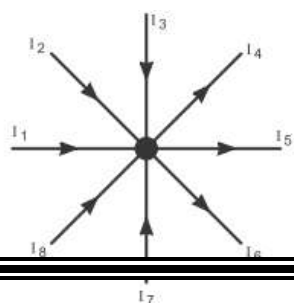
$$V_3 = V_s - (V_1 + V_2)$$

$$V_3 = 30 - (12 + 6)$$

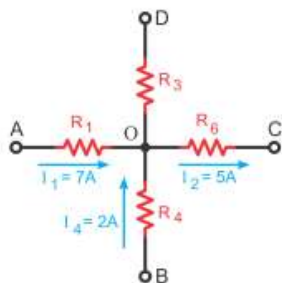
$$V_3 = 12 \text{ V}$$

آیا در یک گره جریان، همهء جریان‌ها می‌توانند وارد گره شوند؟

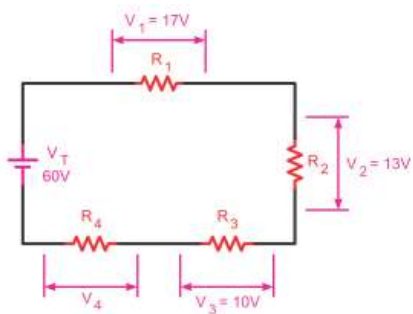
۱- معادلهء جریان را برای شکل زیر به دست آورید .



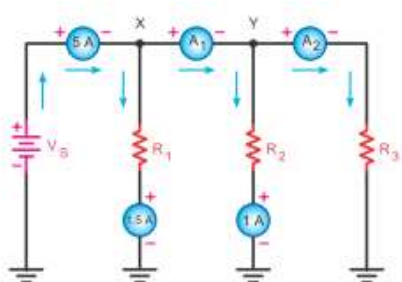
۲- مقدار و جهت جریان در مقاومت R_3 شکل زیر را به دست آورید .



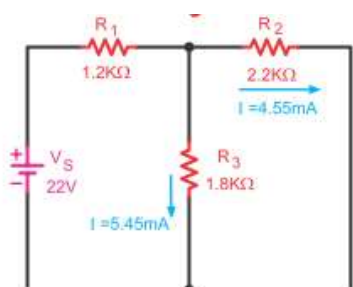
۳- با توجه به شکل زیر ولتاژ دو سر مقاومت R_4 چند ولت است؟



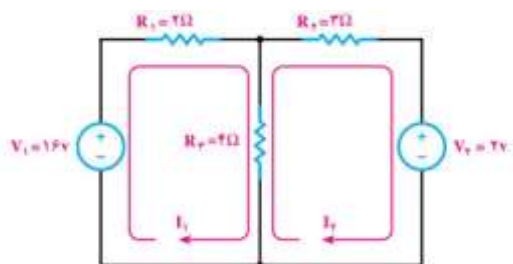
۴- در مدار شکل زیر آمپرمترهای A_1 و A_2 چند آمپر را نشان می‌دهند؟



۵- افت ولتاژ دو سر مقاومت R_1 در شکل زیر چند ولت است؟



در مدار شکل زیر توان هر یک از مقاومت های مدار را حساب کنید .



راه حل :

الف: برای هر حلقه جریانی را در جهت حرکت عقربه های ساعت منظور می کنیم و از یک

نقطه در هر حلقه حرکت می کنیم و معادلات K.V.L را می نویسیم.

حلقه ۱ K.V.L

$$R_1 I_1 + R_3 (I_1 - I_2) - V_1 = 0$$

$$\rightarrow 2I_1 + 4(I_1 - I_2) - 16 = 0$$

حلقه ۲ K.V.L

$$R_2 I_2 + V_2 + R_3 (I_2 - I_1) = 0$$

$$\rightarrow 3I_2 + 3 + 4(I_2 - I_1) = 0$$

ب: معادله ها را مرتب کرده و حل می کنیم .

$$2 \begin{cases} 6I_1 - 4I_2 = 16 \\ -4I_1 + 7I_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12I_1 - 8I_2 = 32 \\ -12I_1 + 21I_2 = -6 \end{cases}$$

$$13I_2 = 26 \quad I_2 = 2A$$

$$6I_1 - 4 \times 2 = 16 \Rightarrow 6I_1 = 24 \Rightarrow I_1 = 4A$$

پ: برای محاسبه توان هر یک از مقاومت ها باید ابتدا جریان های هر مقاومت را محاسبه سپس توان ها را به صورت زیر بدست آورد .

$$I_{R1} = I_1 = 4A$$

$$\Rightarrow I_{R3} = I_3 = I_1 - I_2 = 4 - 2 = 2A \quad I_{R2} = I_2 = 2A$$

$$P_{R1} = R_1 \cdot I_1^2 = 2 \times (4^2) = 32 \text{ W}$$

$$P_{R2} = R_2 \cdot I_2^2 = 3 \times (2^2) = 12 \text{ W}$$

$$P_{R3} = R_3 \cdot I_3^2 = 4 \times (2^2) = 16 \text{ W}$$

در مدار شکل زیر ، توانی را که هر منبع به مدار می‌دهد حساب کنید .

پاسخ : در این مدار چون تعداد مقاومت ها زیاد است و امکان ساده سازی را نیز دارد به همین دلیل ابتدا مدار را بر پایه قواعد سری و موازی تا حد امکان ساده می کنیم.

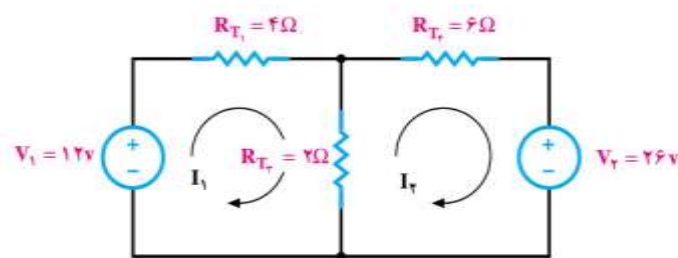
$$R_2 = \frac{8 \times 8}{8+8} = \frac{64}{16} = 4\Omega \quad R_{T1} = R_1 \parallel$$

$$R_{T2} = R_2 + R_5 = 7 + 5 = 12\Omega$$

$$R_{T3} = R_3 \parallel R_{T2} \parallel R_6 = (1+x)^n = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6}} = \frac{1}{\frac{3+1+2}{12}} = 2\Omega$$

$$R_{T4} = R_7 + R_8 = 4 + 2 = 6\Omega$$

شکل مدار پس از ساده سازی به صورت شکل زیر است .



با کمی دقت مشاهده می شود شکل مدار به دست آمده مشابه شکل بالا شده به همین خاطر بقیه مراحل را مطابق مثال قبل عمل میکنیم.

$$\text{معادله حلقه ۱} \quad R_{T1} \cdot I_1 + R_{T3}(I_1 - I_2) - V_1 = 0$$

$$\text{معادله حلقه ۲} \quad 2 R_{T4} I_2 + V_2 + R_{T3}(I_2 - I_1) = 0$$

$$4I_1 + 2(I_1 - I_2) - 12 = 0$$

$$6I_2 + 26 + 2(I_2 - I_1) = 0$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$6I_1 - 2I_2 = 12$$

$$-2I_1 + 8I_2 = -26$$

پس از مرتب سازی معادلات و حل دستگاه داریم :

$$I_1 = 1A \text{ و } I_2 = -3A$$

علامت منفی جریان I_2 نشان دهنده آن است که جهت انتخابی برای حلقه خلاف جهت واقعی فرض شده است .

برای محاسبه توان هر منبع باید به جهت جریان توجه داشت . چرا که بر اساس آن میتوان مقدار و نوع توان را معین نمود . هر گاه جهت جریان به قطب مثبت منبع وارد شود علامت ولتاژدر رابطه $P = V \cdot I$ را مثبت و در صورتی که به قطب منفی وارد شود علامت آن را منفی منظور می کنیم چنان چه حاصل توان منفی باشد یعنی ، مولد به شبکه توان می دهد و اگر توان مثبت شود ، یعنی مولد ، خود مصرف کننده شده است .

$$P_{V1} = V_1 \cdot I_1 = (-12) \cdot 1 = -12 \text{ W}$$

$$P_{V2} = V_2 \cdot I_2 = 26 \cdot (-3) = -78 \text{ W}$$

پس معلوم می شود که منبع ۱۲ ولت ، ۱۲ وات و منبع ۲۶ ولت ، ۷۸ وات توان ب مدار می دهد در نتیجه ، مشخص است که مقاومت های موجود در مدار در مجموع ۹۰ وات توان مصرف می کنند .

در مدار شکل زیر، جریان را در مصرف کننده ۱۰ اهم حساب کنید.

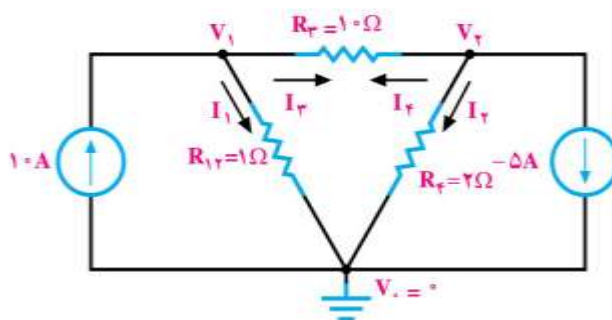
پاسخ :

الف: ابتدا مقاومت R_1 و R_2 را باهم موازی می کنیم و مدار را به صورت شکل زیر ساده می کنیم.

$$R_{12} = (R_1 || R_2) = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1\Omega$$

ب: گره های مدار را تعیین می کنیم و به هر یک پتانسیلی را نسبت می دهیم.

پ: برای هر شاخه یک جهت جریان تعیین می کنیم.



ت: در این مدار سه گره داریم. پس KCL را برای گره های ۱ و ۲ می نویسیم و برای آن ها معادله تشکیل می دهیم.

$$\begin{array}{l} \text{KCL گره ۱} \Rightarrow -10 + I_1 + I_3 = 0 \quad -10 + \frac{V_1}{1} + \frac{V_1 - V_2}{10} = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{KCL گره ۲} \Rightarrow +I_4 + I_2 + (-5) = 0 \quad + \frac{V_2 - V_1}{10} + \frac{V_2}{2} + (-5) = 0 \end{array}$$

ث: معادله ها را مرتب کرده حل می کنیم تا V_1 و V_2 به دست آید.

$$\begin{cases} 11V_1 - V_2 = 100 \\ -V_1 + 6V_2 = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 10 V \\ V_2 = 10 V \end{cases}$$

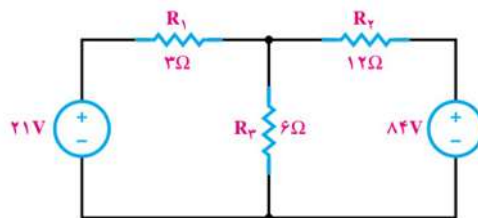
ج: اکنون جریان مقاومت ۱۰ اهم به صورت زیر محاسبه می شود.

$$I_{10\Omega} = \frac{V_1 - V_2}{10} = \frac{10 - 10}{10} = 0 \text{ A}$$

پس در این مدار از مقاومت 10Ω جریانی عبور نمی کند. البته در رابطه های بالا می شد $\frac{V_2 - V_1}{10}$ هم نوشت که در این صورت جهت جریان به دست آمده از سمت گره ۲ به سمت گره ۱ تعیین می شد. به هر حال، در این مثال خاص که مقدار جریان صفر است، هیچ مسئله ای نیز در مورد جهت جریان وجود ندارد.

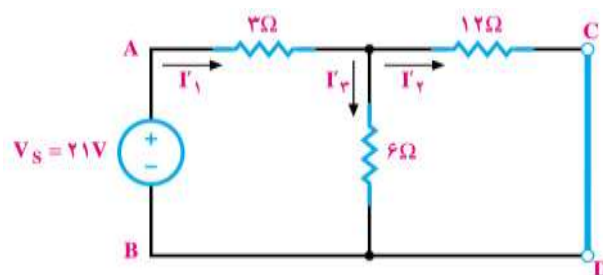
نتیجه: اگر در مداری تعداد حلقه ها زیاد ولی تعداد گره ها کم باشد، استفاده از روش پتانسیل گره مناسب تر است، اگر تعداد حلقه ها کم تر از تعداد گره ها باشد، استفاده از روش جریان حلقه بهتر است؛ زیرا معادلات کم تری تشکیل می شود و حل کردن آن ها ساده تر است.

در مدار شکل زیر جریان را در مقاومت های R_1 و R_2 و R_3 و توان و ولتاژ مقاومت ۶ اهم را محاسبه کنید.



پاسخ :

الف : ابتدا بجز یک منبع (مثلا 21 v) بقیه ی منابع را از مدار حذف می کنیم.
 حال برای هر عنصر جریانی را در نظر می گیریم و آن ها را مطابق روش هایی که قبلا آموخته ایم.
 حساب می کنیم



می بینیم مقاومت ۶ اهمی به صورت موازی با مقاومت ۱۲ اهمی و مجموعه آن ها به صورت سری با مقاومت ۳ اهمی قرار دارد.

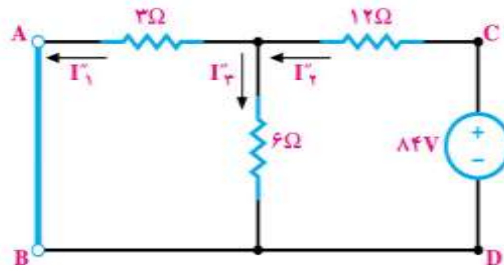
$$R_{AB} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + 3 = 7\Omega$$

$$I_1 = \frac{21}{7} = 3 \text{ A}$$

$$I_2' = I_1' \times \frac{12}{12+6} = 3 \times \frac{1}{3} = 1A$$

$$I_3' = 3 \times \frac{12}{12+6} = 2A$$

ب : این بار منبع دوم را حذف می کنیم و مجدداً جریان عناصر مدار را محاسبه می نماییم



$$R_{CD} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} + 12 = 14\Omega$$

$$I_2'' = \frac{84}{14} = 6A$$

$$I_3'' = 6 \times \frac{3}{3 + 6} = 4A$$

$$I_1'' = 6 \times \frac{6}{3 + 6} = 4A$$

اگر جریان های هر عنصر را که در دو حالت محاسبه شده با توجه به جهت آن ها با یک دیگر

جمع کنیم، جریان هر عنصر برای زمانی که هر دو منبع در مدار هستند بدست می آید.

$$I_1 = I_2'' - I_1' = 4 - 3 = 1A$$

$$I_2 = I_2'' - I_2' = 6 - 1 = 5A$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 2 + 2 = 4A$$

پ : برای محاسبه ولتاژ مقاومت ۶ اهم، می توان به دو صورت زیر عمل کرد.

$$1) V_{6\Omega} = I_3 \times 6 = 4 \times 6 = 24[V]$$

$$2) V_{6\Omega} = I_3' \times 6 + I_3'' \times 6 = 2 \times 6 + 2 \times 6 = 24[V]$$

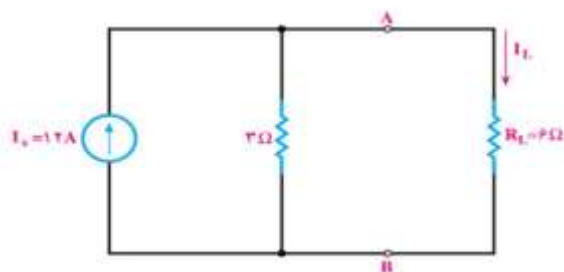
ت : توان در مقاومت ۶ اهمی از رابطه ی زیر به دست می آید.

$$P = 6 \times I_3^2 = 6 \times 4^2 = 96W$$

توجه کنید که توان این مقاومت را نمی توان از رابطه ی زیر بدست آورد؛ زیرا حاصل ۹۶ وات نمی شود.

$$6I_3'^2 + 6 \times I_3''^2 = 6 \times 2^2 + 6 \times 2^2 = 48 \neq 96$$

در شکل زیر ابتدا جریان مصرف کننده (RL) را حساب کنید . سپس منبع ولتاژ معادل و منبع جریان مدار را محاسبه کرده شکل مدار را رسم کنید و بار دیگر جریان مصرف کننده را محاسبه نمایید.



پاسخ :

$$= 12 \times \frac{3}{3+6} I_L = 4A$$

$$V_S = 12 \times 3 = 36V \text{ و } R_S = 3\Omega$$

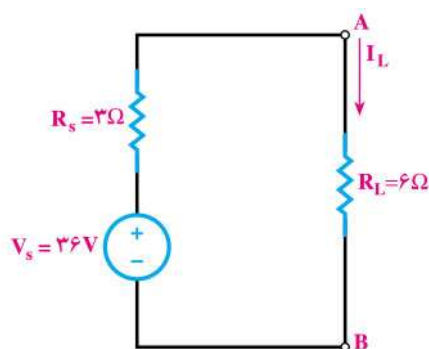
اکنون مدار به صورت شکل زیر خواهد شد.

در این حالت جریان I_L را داریم :

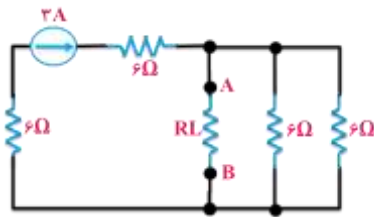
$$I_L = \frac{36}{3+6} = 4A$$

ملاحظه می کنید که جریان مصرف کننده باز هم ۴ آمپر است . بدیهی است ولتاژ و توان مصرفی آن نیز تغییر نمی کند.

لازم به یادآوری است که منابع ایده ال را نمی توان به یک دیگر تبدیل کرد.



در مدار داده شده مطلوبست



الف) با محاسبه I_N و R_N ، مدار معادل نورتن از دوسر بار را رسم کنید.

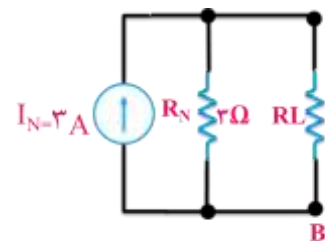
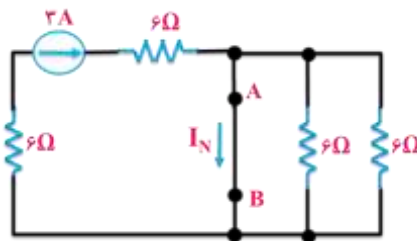
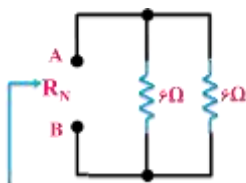
ب) R_L چه مقدار انتخاب شود تا ماکزیمم توان به آن انتقال یابد؟

پاسخ:

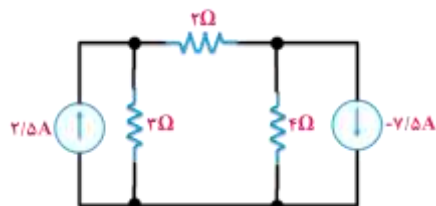
$$R_N = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3\Omega$$

$$I_N = 3A$$

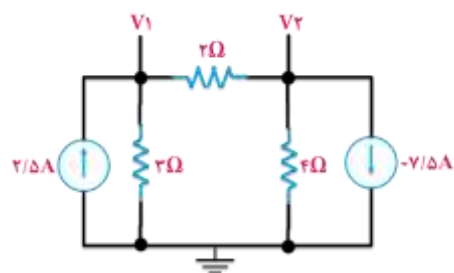
$$P_{L_{MAX}} \rightarrow R_L = R_N = 3\Omega$$



۱- با استفاده از روش پتانسیل گرته توان مقاومت ۳ اهمی را حساب کنید .



پاسخ :

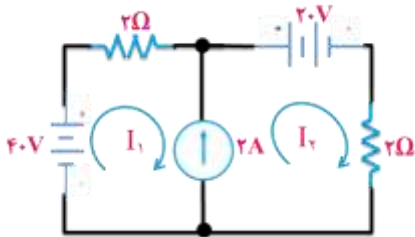


$$\frac{v_1}{3} + \frac{v_1 - v_2}{2} - \frac{2}{5} = 0 \Rightarrow 5v_1 - 3v_2 = 15$$

$$\frac{2v_2}{4} + \frac{v_2 - v_1}{2} + (-7/5) = 0 \Rightarrow -2v_1 + 3v_2 = 30$$

$$v_1 = 15V \rightarrow p = \frac{1}{3} = 75W$$

۲- درمدار شکل داده شده به کمک روش جریان حلقه توان مقاومت ۴ اهمی را بدست آورید.



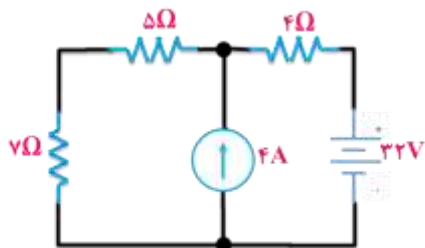
مقاومت ۲ اهمی دوم ۴ اهم شود

پاسخ :

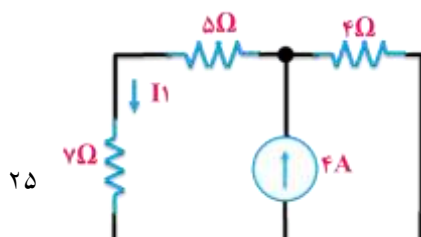
$$\text{حلقه بزرگ} \begin{cases} -40 + 2I_1 + 20 + 4I_2 = 0 \\ I_2 = I_1 + 2 \end{cases} \xrightarrow{(0/25)} 2I_1 + 4I_2 = 20 \rightarrow 2I_1 + 4(I_1 + 2) = 20 \quad (0/25)$$

$$\rightarrow I_1 = 2A, \quad I_2 = 2 + 2 \rightarrow I_2 = 4A \quad (0/25) \rightarrow P_{4\Omega} = I_2^2 \times 4\Omega = 4^2 \times 4 = 64W$$

۳- درمدار مقابل به کمک روش جمع آثار افت ولتاژ دوسر مقاومت ۷ اهمی را محاسبه کنید.



پاسخ :



$$I_1 = \frac{32}{4+5+7} = 2A$$

$$\Rightarrow I_1 = I_1 + I_1 = 1 + 2 = 3A$$

$$I_1 = \frac{4 \times 4}{4 + (5+7)} = 1A$$

$$\Rightarrow V_{7\Omega} = I_1 \times 7\Omega = 3 \times 7 = 21V$$

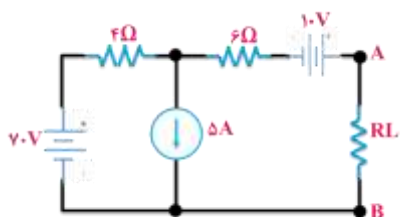
۴- در مدار مطلوب است :

الف) محاسبه R_{th} و V_{th} از دو سربار

ب) رسم مدار معادل تونن

ج) ماکزیمم توان قابل انتقال به بار

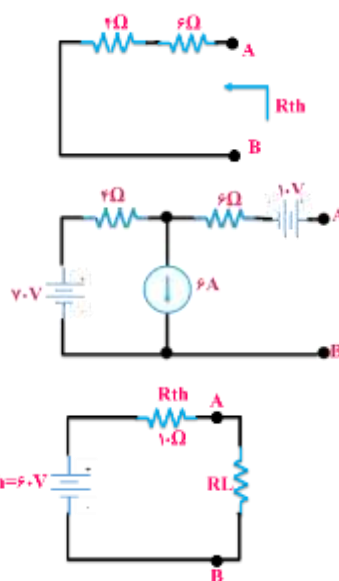
پاسخ :



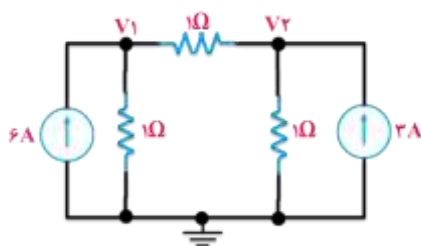
الف) $R_{th} = 4 + 6 = 10\Omega$

ب) $-70 + (4 \times 5) - 10 + v_{th} = 0 \rightarrow v_{th} = 60V$

ج)
$$\frac{R_L = R_{th} \rightarrow P_{LMAX}}{P_{LMAX} = \frac{v_{th}^2}{4R_L} = \frac{60^2}{4 \times 10} = 90W}$$



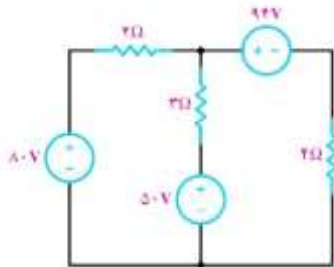
۵- به کمک روش پتانسیل گره، ولتاژهای V_1 و V_2 را بدست آورید.



پاسخ :

$$\begin{cases} -6 + v_1 + (v_1 - v_2) = 0 \\ -3 + v_2 + (v_2 - v_1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2v_1 - v_2 = 6 \\ -v_1 + 2v_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow 3v_2 = 12 \rightarrow v_2 = 4V \rightarrow v_1 = 5V$$

۶- در مدار شکل زیر با استفاده از روش جریان حلقه، توان مصرفی در مقاومت ۳ اهمی را حساب کنید.



پاسخ:

$$KVL1: -80 + 2I_1 + 3(I_1 - I_2) + 50 = 0$$

$$\times 3 \{ 5I_1 - 3I_2 = 30 \Rightarrow \{ 15I_1 - 9I_2 = 90$$

$$\times 5 \{ -3I_1 + 7I_2 = 24 \Rightarrow \{ -15I_1 + 35I_2 = -22$$

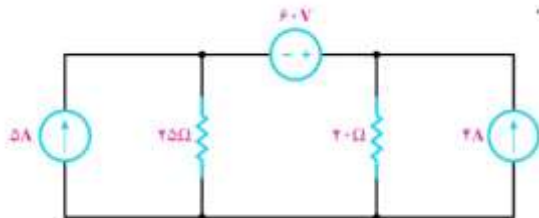
$$26I_2 = -130$$

$$I_2 = \frac{-130}{26} = -5A$$

$$5I_1 - 3(-5) = 30 \rightarrow 5I_1 = 15 \rightarrow I_1 = 3A$$

$$I_{3\Omega} = I_1 - I_2 = 3 - (-5) = 8A \rightarrow P_{3\Omega} = RI^2 = 3 \times 8^2 = 192W$$

۷- در مدار شکل زیر با استفاده از روش جریان حلقه و بدون تبدیل منابع، توان منبع ولتاژ را محاسبه کنید.



پاسخ:

$$I_1 = 5A$$

$$I_3 = -4A$$

$$KVL2: 25(I_2 - I_1) - 60 + 20(I_2 - I_3) = 0$$

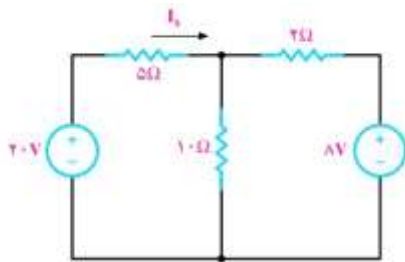
$$25I_2 - 125 - 60 + 20I_2 + 80 = 0$$

$$45I_2 = 105 \rightarrow I_2 = \frac{105 \div 5}{45 \div 5} = 2.33A$$

$$I_{\text{منبع}} = I_1 + I_2 = 5 + 2.33 = 7.33$$

$$P = V \times I \rightarrow P = 60 \times 7.33 = 440w$$

۸- با استفاده از روش پتانسیل گره و بدون تبدیل منابع ، جریان I_X را حساب کنید.



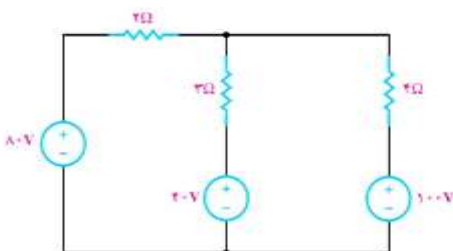
پاسخ:

$$\text{KCL: } \frac{V_A - 20}{6} + \frac{V_A}{10} + \frac{V_A - 8}{2} = 0$$

$$2V_A - 40 + V_A + 5V_A - 40 = 0 \rightarrow 8V_A = 80 \rightarrow V_A = 10v$$

$$I_x = \frac{20 - V_A}{5} = \frac{10 - 20}{5} = 2A$$

۹- در مدار شکل زیر با استفاده از روش پتانسیل گره و بدون تبدیل منابع ، توان مصرفی در مقاومت ۳ اهمی را محاسبه کنید.



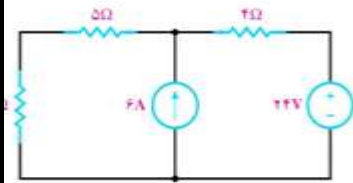
پاسخ:

$$\text{KCL: } \frac{V_A - 80}{2} + \frac{V_A - 40}{3} = \frac{V_A - 100}{4} = 0$$

$$6V_A - 480 + 4V_A - 160 + 3V_A - 300 = 0$$

$$13V_A = \Rightarrow V_A = 72.3v \rightarrow P = \frac{V^2}{R} = \frac{72.3^2}{3} = 347.7$$

۱۰- در شکل زیر با استفاده از اصل جمع آثار، توان را در مقاومت ۳ اهمی محاسبه کنید.

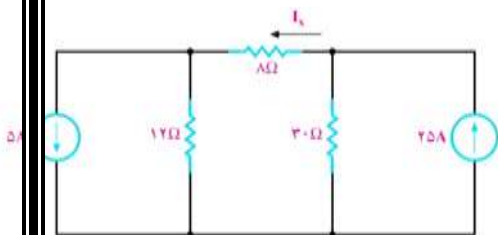


پاسخ:

$$I_1 = \frac{24}{12} = 2A$$

$$I_2 = 6 \times \frac{4}{4 + 8} = 2A$$

۱۱- با استفاده از روش جمع آثار، جریان I_X را در مدار شکل زیر حساب کنید.



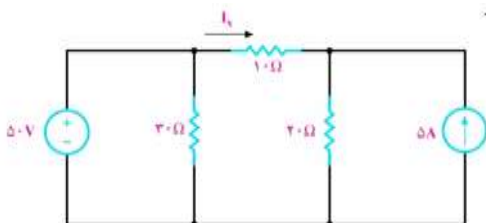
پاسخ:

$$I_1 = 25 \times \frac{30}{30 + 20} = 15A$$

$$I_2 = 5 \times \frac{12}{12 + 38} = 1.2A$$

$$i_X = 1.2 + 15 = 16.2A$$

۱۲- در مدار شکل زیر مطلوب است محاسبه جریان I_X با استفاده از روش‌های :



پاسخ:

الف: اصل جمع آثار ؛

$$\rightarrow I_1 = 5 \times \frac{20}{20 + 10} = \frac{100}{30} = \frac{10}{3} \left\{ I_x \frac{5}{3} - \frac{10}{3} = \frac{-5}{3} \right.$$

$$\rightarrow I_2 = \frac{50}{3} = \frac{5}{3}$$

ب: پتانسیل گره ؛

$$V_A = 50v$$

$$KCL(B): \frac{-5}{1} + \frac{V_B}{20} + \frac{V_V - 50}{10} = 0$$

$$-100 + V_B = 2V_B - 100 = 0 \Rightarrow 3V_B = 200 \rightarrow V_B = \frac{200}{3}$$

$$I_x = \frac{V_A - V_B}{10} = \frac{50 - \frac{200}{3}}{10} = \frac{\frac{-50}{3}}{\frac{10}{1}} = -\frac{5}{3}A$$

ب: جریان حلقه .

$$I_3 = -5A$$

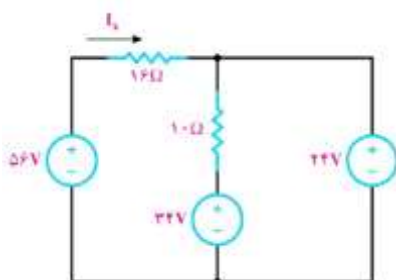
$$KVL1: -50 + 30(I_1 - I_2) = 0$$

$$KVL2: 30(I_2 - I_1) + 10I_2 + 20(I_2 - I_3) = 0$$

$$\{ 30I_1 - 30I_2 = 50 \quad \rightarrow 30I_2 = -50 \rightarrow I_2 = \frac{-50}{30} = \frac{-5}{3}$$

$$\{-30I_1 + 60I_2 = -100$$

۱۳- در مدار شکل زیر مطلوب است :



پاسخ:

الف: جریان I_x ؛

$$V_A = 24v \rightarrow I_x = \frac{56 - 24}{16} = \frac{32}{16} = 2A$$

$$P_{10\Omega} = \frac{V^2}{R} = \frac{(24 - 34)^2}{16} = 10\text{w}$$

ب: توان مصرفی در مقاوت ۱۰ اهمی ؛

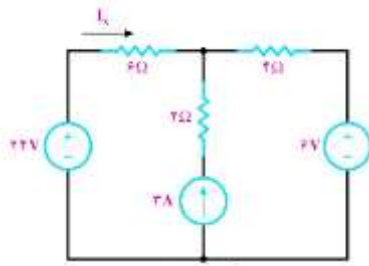
$$I_1 = \frac{56 - 24}{16} = 2\text{A}$$

$$I_2 = \frac{34 - 24}{16} = 1\text{A} \quad \rightarrow I_{\text{منبع}} = 2 + 1 = 3\text{A}$$

پ : توان منبع ولتاژ ۲۴ ولتی .

$$P = V \times I = (-24) \times (3) = -72\text{A}$$

۱۴- در مدار شکل زیر جریان I_X را از طریق پتانسیل گره محاسبه کنید.

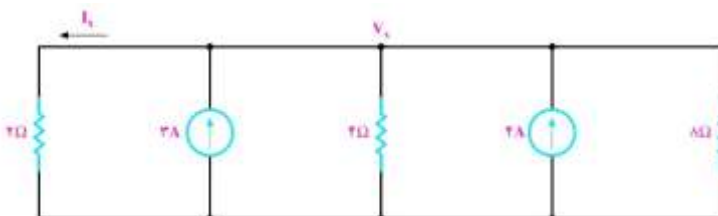


پاسخ:

$$\frac{V_A - 24}{6} = \frac{V_A - 6}{4} - 3 = 0 \rightarrow 2V_A - 48 = 3V_A - 18 - 36 = 0$$

$$5V_A = 102 \rightarrow V_A = 20.4\text{v} \rightarrow I_X = \frac{24 - 20.4}{6} = \frac{3.6}{6} = 0.6\text{A}$$

۱۵- در مدار شکل زیر مطلوب است :



پاسخ:

الف: پتانسیل V_X ؛

$$\text{KCL: } \frac{V_X}{3} - 3 + \frac{V_X}{4} - 4 + \frac{V_X}{8} = 0$$

$$4V_X - 24 + 2V_X - 32 + V_X = 0 \Rightarrow 7V_X = 56 \rightarrow V_X = \frac{56}{7} = 8\text{v}$$

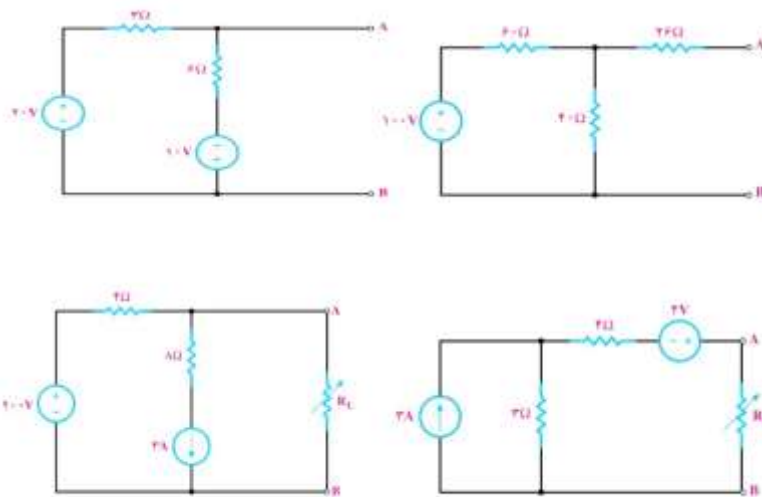
ب: جریان I_X ؛

$$I_X = \frac{V_X}{2} = \frac{8}{2} = 4\text{A}$$

پ: توان مقاومت .

$$P = \frac{V_X^2}{R} = \frac{8^2}{8} = 8\text{w}$$

۱۶- در مدارهای زیر مطلوب است :



پاسخ:

الف : معادل تونن مدار از دو پایانه B و A ؛

$$V_{th} = 100 \times \frac{40}{40 + 60} = 40\text{v}$$

$$R_{th} = 60 || 40 + 26 = 50\Omega$$

$$R_{th} = 3 || 6 = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega$$

$$V_{th}: \frac{V_{th} - 20}{3} = \frac{V_{th} - 10}{6} = 0 \Rightarrow 2V_{th} - 40 + V_{th} + 10 = 0$$

$$3V_{th} = -30 \rightarrow V_{th} = 10\text{v}$$

$$R_{th} = 4 + 3 = 7\Omega$$

$$V_{th} = 7V$$

$$V_{th} = 3 \times 3 + 4 = 13V$$

$$V_{th} \cdot \frac{V_{th} - 200}{4} = 3 = 0 \rightarrow V_{th} - 200 + 12 = 0 \Rightarrow V_{th} = 188$$

ب: معادل نورتن مدار از دو پایانه A و B .

$$R_N = R_{th} = 60 || 40 + 26 = 50\Omega$$

$$R_T = 40 || 26 + 60 = 75.75 \rightarrow] = \frac{100}{75.75} = 1.32A$$

$$I_N = 1.32 \times \frac{40}{40 + 26} = 0.8A$$

$$I_N = 3 || 6 = 2\Omega$$

$$I_1 = \frac{20}{3}$$

$$\rightarrow I_N = \frac{20}{3} - \frac{10}{6} = \frac{30}{6} = 5A$$

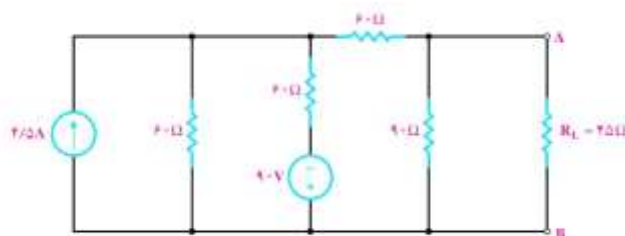
$$R_N = 3 + 4 = 7\Omega$$

$$I_N = \frac{9 + 4}{7} = \frac{13}{7}A$$

$$I_N = \frac{200}{4} - 3 = 47A$$

$$R_N = 4\Omega$$

۱۷- در شکل زیر توان مقاومت بار (R_L) را با استفاده از معادل تونن مدار به دست آورید .



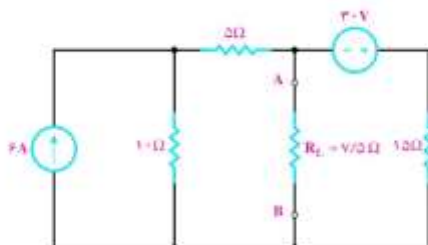
پاسخ:

$$R_{th} = 90 || 90 = 45\Omega$$

$$V_{th} = 45V$$

$$\text{چون } R_L = R_{th} \Rightarrow P_{\max} = \frac{V_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{45^2}{4 \times 45} = \frac{45}{4}$$

۱۸- در شکل زیر جریان مقاومت بار (R_L) را با استفاده از معادل نورتن مدار به دست آورید .



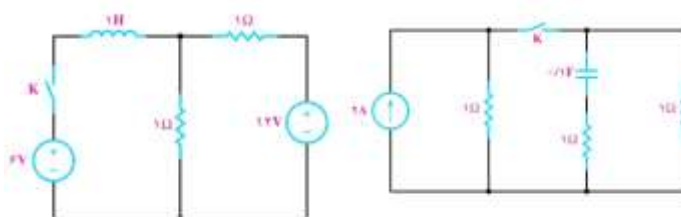
پاسخ:

$$R_N = 15 || 15 = 7.5 \Omega$$

$$I_N = \frac{60}{15} - \frac{30}{15} = 4 - 2 = 2A$$

$$I_L = 1A$$

۱۹- در مدارهای زیر پس از وصل شدن کلید و سپری شدن ۵ ثابت زمانی ، انرژی ذخیره شده در سلف و خازن را حساب کنید.



پاسخ:

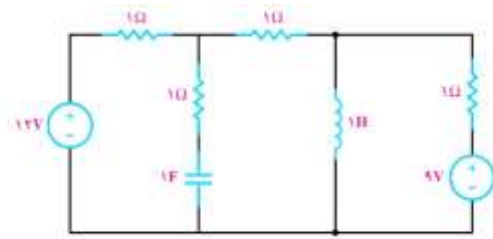
$$\Rightarrow V_C = R \times I = 0.5 \times 2 = 1v$$

$$W_C = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 1^2 = 0.05J$$

$$I = \frac{6}{1} - \frac{12-6}{1} = 0A$$

$$W_L \frac{1}{2} LI^2 = 0J$$

۲۰- مدار شکل زیر در حالت ماندگار است . توان هر کدام از منابع و انرژی ذخیره شده در سلف و خازن را حساب کنید.



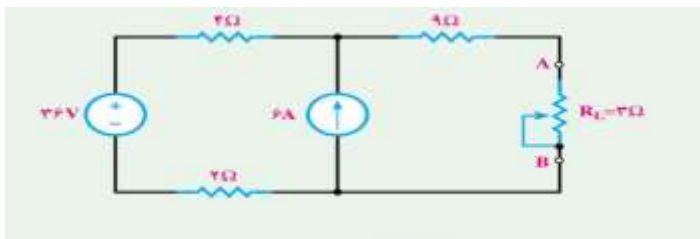
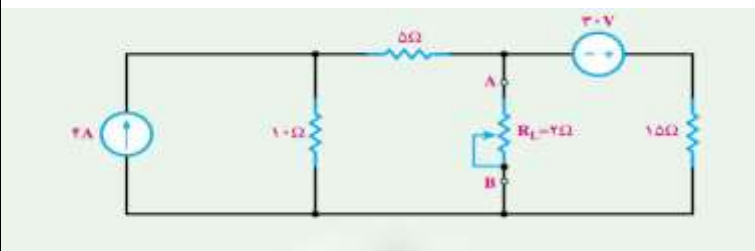
پاسخ:

$$\frac{12}{2} + \frac{9}{1} = 15v \rightarrow W_L = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 15^2 = 112.5J$$

$$V_C = 12 - 6 = 6v \rightarrow V_C = \frac{1}{1}VC^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 6^2 = 18J$$

$$P_{12v} = VI = 12 \times 6 = 72J$$

۲۱- در مدارهای زیر با استفاده از روش نورتن مطلوب است :



پاسخ:

الف: جریان R_L در شرایط فعلی مدار ؛

$$R_{th} = 15 || 15 + 7.5\Omega$$

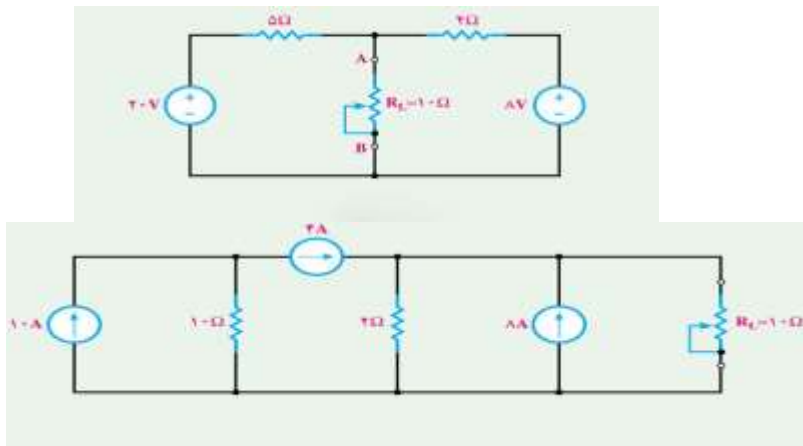
$$\frac{V_{th-40}}{15} + \frac{V_{th} + 30}{15} = 0 \rightarrow 2V_{th} = 10 \rightarrow V_{th} = 5v$$

ب: ماکزیمم توان انتقالی به R_L .

$$R_{th} = 15 || 15 = 7.5\Omega$$

$$\frac{V_{th-40}}{15} + \frac{V_{th-30}}{15} = 0 \rightarrow 10V_{th} = 5v$$

۲۲- در مدارهای زیر با استفاده از روش نورتن مطلوب است:



پاسخ:

الف- جریان R_L در شرایط فعلی مدار ؛

$$R_N = 5 || 2 = \frac{10}{7}$$

$$I_N = 4 + 4 = 8A$$

$$I_L = 8 \times \frac{\frac{10}{7}}{10 + \frac{10}{7}} = \frac{80}{\frac{80}{7}} = 1A$$

$$P_{max} = \frac{1}{4} R_N I_N^2 = \frac{1}{4} \times \frac{10}{7} \times 8^2 = \frac{160}{7} w$$

ب- ماکزیمم توان انتقالی به R_L .

$$R_N = 2\Omega$$

$$I_N = 4 + 0 + 8 = 12A$$

$$I_L = 12 \times \frac{2}{12 + 2} = 2A$$

$$P_{max} = \frac{1}{4} R_N I_N^2 = \frac{1}{4} \times 2 \times 12^2 = 72w$$